CB 18

INICIÁNDONOS EN LAS DEMOSTRACIONES…

Patricia Di Pantaleo, Marcela Platero & Verónica Pagliaccio

IMA – Escuela Cristiana Vida
Neuquén. Argentina
patriciadipantaleo@gmail.com, marcelaplatero26@gmail.com, vpagliaccio@yahoo.com.ar

Palabras claves: figuras planas, construcción, exploración, argumentación.

RESUMEN
El presente trabajo tiene como objetivo mostrar una experiencia de clase, realizada por alumnos de 2° año de Nivel Medio (cuyas edades oscilan entre los 14 y 15 años) de la ciudad de Neuquén Capital. Tiene como objetivo central trabajar en las argumentaciones que dan inicio a las demostraciones geométricas.
Consideramos que uno de los objetivos de la enseñanza de la Geometría es que los alumnos aprendan a validar sus conjeturas. En este caso en particular, propusimos que lo hicieran a partir de la construcción y exploración de las distintas actividades que se les presentan, mediante el uso del GeoGebra.
Estamos convencidas que los alumnos deben enfrentarse a situaciones en las que “pongan en juego” sus conocimientos, para que, a partir del “hacer", puedan determinar la validez o no de lo producido y de las relaciones que se han ido estableciendo. Recordando permanentemente, en este proceso exploratorio, que no todo lo que se "ve" resulta ser siempre verdadero.

INTRODUCCIÓN
Como docentes, vemos a diario en nuestras clases, que los alumnos aprenden una serie de procedimientos y algoritmos que les permiten “resolver” determinados problemas, a los que en general, no les encuentran sentido. Coincidimos con Itzcovich (2005, p.9-10) de que el trabajo geométrico ha ido perdiendo espacio y sentido. Entre las posibles razones de esta pérdida podemos mencionar, la dificultad, por parte de los docentes, de encontrar suficientes situaciones o problemas que representen verdaderos desafíos, que dejan una huella de conocimientos y habilidad en el alumno. Bien sabemos que en general, en las clases de geometría hay un predominio de vocabulario y definiciones y pocas veces es claro el sentido que adquieren los conocimientos geométricos.
¿Toda actividad es un problema geométrico para los alumnos? Carmen Sessa (1998) en “Acerca de la enseñanza de la geometría” afirma, que para que una situación sea un problema geométrico para los alumnos, es necesario que:

- *implique un cierto nivel de dificultad, presente un desafío, tenga algo de “novedad” para los alumnos.*
- *exija usar los conocimientos previos, pero que estos no sean totalmente suficientes.*
- *para resolverlos, se deban poner en juego las propiedades de los objetos geométricos.*

- *el problema ponga en interacción al alumno con objetos que ya no pertenecen al espacio físico, sino a un espacio conceptualizado representado por las figuras-cuerpos.*
- *en la resolución de problemas, los dibujos no permitan arribar a la respuesta por simple constatación sensorial.*
- *la validación de la respuesta dada al problema –es decir, la decisión del alumno acerca de la verdad o falsedad de la respuesta– no se establezca empíricamente, sino que se apoye en las propiedades de los objetos geométricos; aunque en algunas instancias exploratorias, se puedan aceptar otros modos de corroborar.*
- *las argumentaciones a partir de las propiedades conocidas de los cuerpos y figuras produzcan un nuevo conocimiento acerca de estos últimos.*

En este sentido, es que estamos incorporando a la clase de geometría situaciones en las que los alumnos validen sus procedimientos. Para Sadovsky (2004), la validación no es sólo saber si el resultado coincide o no con lo esperado, es fundamentar (no recitar propiedades ni teoremas), es saber dar razones de por qué estas herramientas resuelven el problema. Deben ser los alumnos los que validen sus producciones, apelando al conocimiento.
El hecho de que los demás pares acepten la explicación, supone una evolución en sus conocimientos porque están aceptando un argumento. También es importante en la clase, mencionar y analizar los argumentos que no son correctos.
Incorporamos el uso del GeoGebra en la resolución de las actividades, porque consideramos que la construcción de las figuras que los alumnos han de trabajar, los ayudarán a recurrir a propiedades que deben tener en cuenta al momento de argumentar. No nos olvidemos, que construir con GeoGebra es establecer relaciones geométricas entre los objetos que intervienen, que se mantendrán al modificar las condiciones iniciales. Es por esto, que consideramos que este recurso es otra herramienta que suma a la exploración y hace más evidentes ciertas conclusiones y a la vez refuerza la posibilidad de argumentar y argumentarse y a partir de la experimentación se obtienen resultados, de los que deberán analizar su verdad o falsedad.

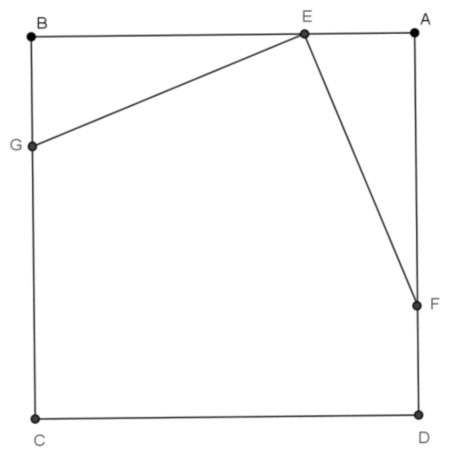
DESTINATARIOS

Los destinatarios de la actividad son alumnos de 2º Año de Nivel Medio de la ciudad de Neuquén Capital, adolescentes cuyas edades oscilan entre 14 y 15 años. Dichos alumnos, ya han trabajado los contenidos mínimos necesarios para la resolución de las mismas.

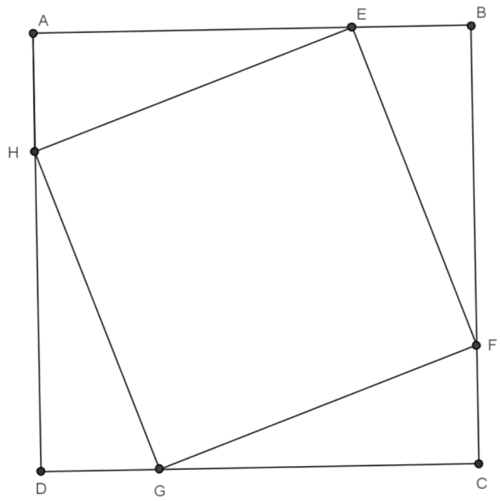
ACTIVIDADES PROPUESTA

A continuación presentamos las 4 actividades que se les dieron a los alumnos.
El objetivo principal es trabajar la argumentación que los alumnos produzcan para dar respuesta a las diferentes consignas. En ninguna actividad hay datos numéricos, ya que se apunta a la construcción y a las propiedades propias de las figuras que se van a trabajar.

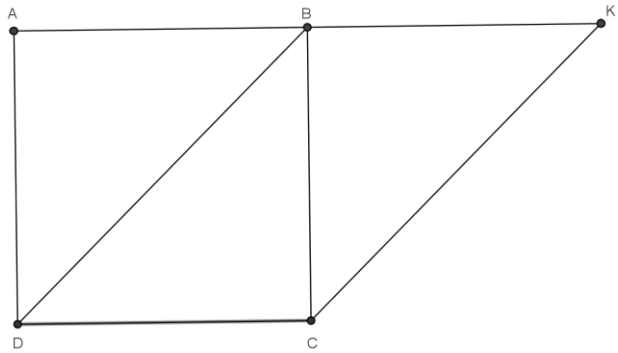
Actividad1: ABCD es un cuadrado. Los segmentos BE y AF son congruentes y también lo son los segmentos BG y EA. Con los datos dados y los conceptos ya trabajados, encontrar los argumentos que permiten mostrar que el ángulo GEF es recto.



Actividad2: ABCD es un cuadrado y los segmentos AH, DG, CF y BE son congruentes. ¿Será el cuadrilátero EFGH un cuadrado? Justificar.



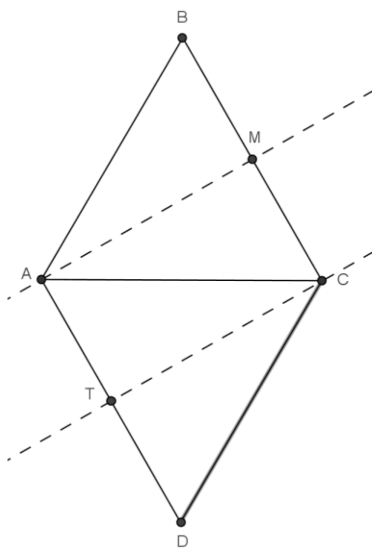
Actividad3: ABCD es un cuadrado y BKC es un triángulo rectángulo isósceles. Decidí si es cierto que el cuadrilátero BKCD es un paralelogramo. Justificar.



Actividad4: ABCD es un cuadrilátero que fue construido a partir de dos triángulos equiláteros congruentes, ABC y ACD.

a) ¿Qué tipo de cuadrilátero es ABCD? Justificar.

b) Se trazaron las mediatrices de los lados BC y AD del rombo. El cuadrilátero AMCT, ¿podrá ser un rectángulo? Justificar.

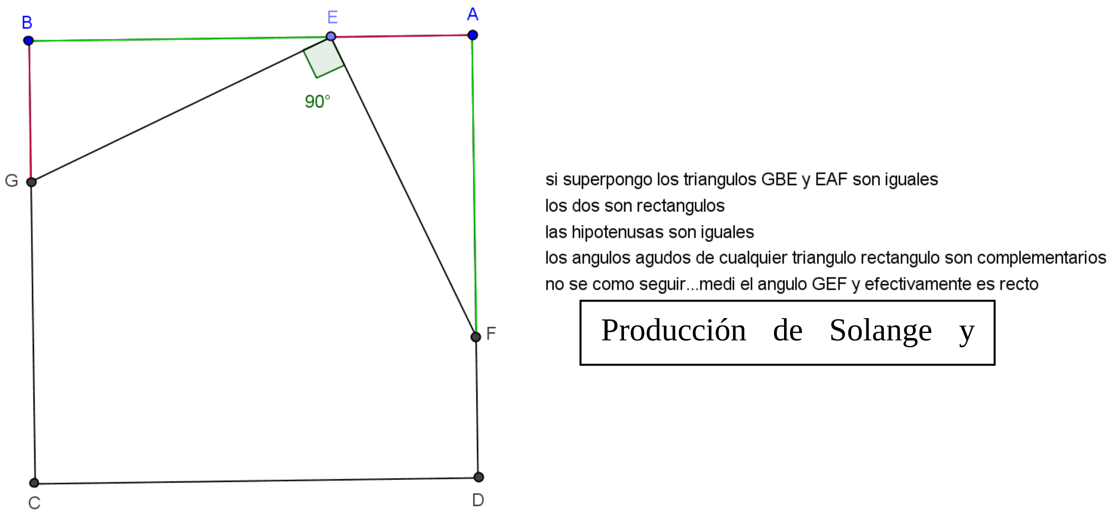


PRODUCCIONES DE LOS ALUMNOS

Ante la primera actividad, se los ve preocupados ya que no tienen datos numéricos y “creen” que no se puede resolver.

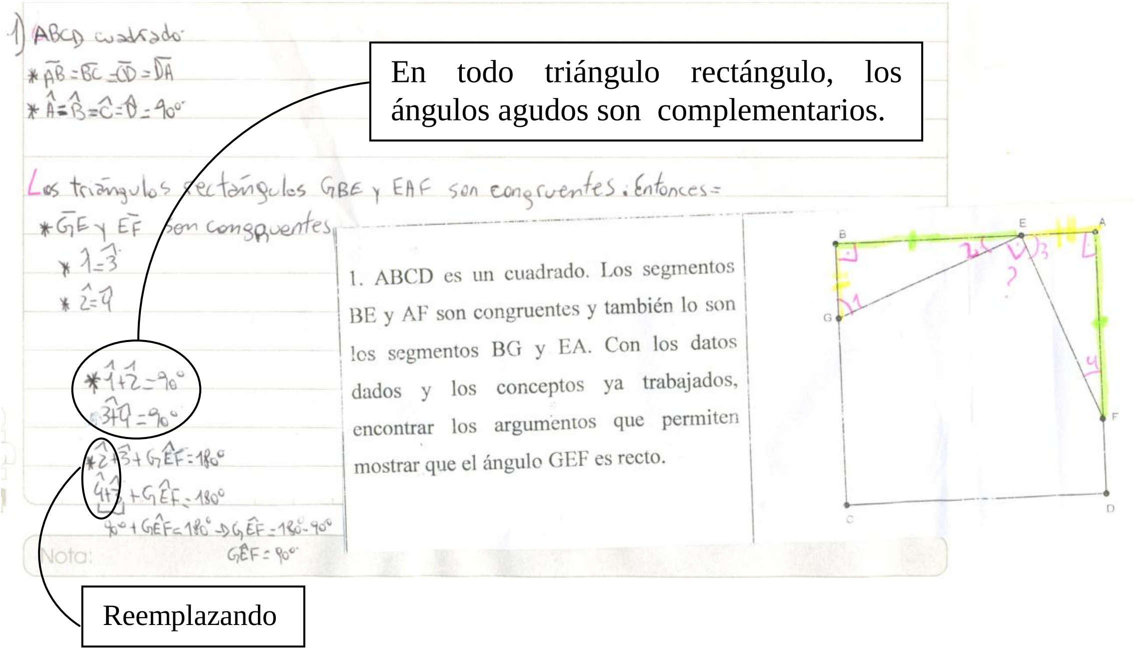
Les sugerimos que construyan la figura con el GeoGebra. Varios trabajaron con la cuadrícula o los ejes, para “construir” el cuadrado ABCD. Al verificar la representación obtenida, cuando movíamos algún objeto libre de la construcción, éste debía mantener las propiedades que lo caracterizan, pero esto no sucedía, lo que indicaba que la representación no había sido construida teniendo en cuenta las propiedades geométricas del cuadrado. Es momento oportuno para realizar una intervención y recordar que cuando construimos con un software de geometría dinámica, los objetos libres son los que nos permiten hacer modificaciones a partir de movimientos mientras que los objetos dependientes son aquellos que fueron definidos explícitamente a partir de propiedades.

Construyen, ahora sí la figura de la actividad y comienzan a trabajar. Ante la duda y la falta de argumentos para poder afirmar si el ángulo GEF es recto, la gran mayoría mide dicho ángulo para comenzar a trabajar sobre “algo” cierto. Para sorpresa de muchos, la amplitud del ángulo es de 90º, así que hay que comenzar a buscar los argumentos que nos ayudarán con dicha afirmación…



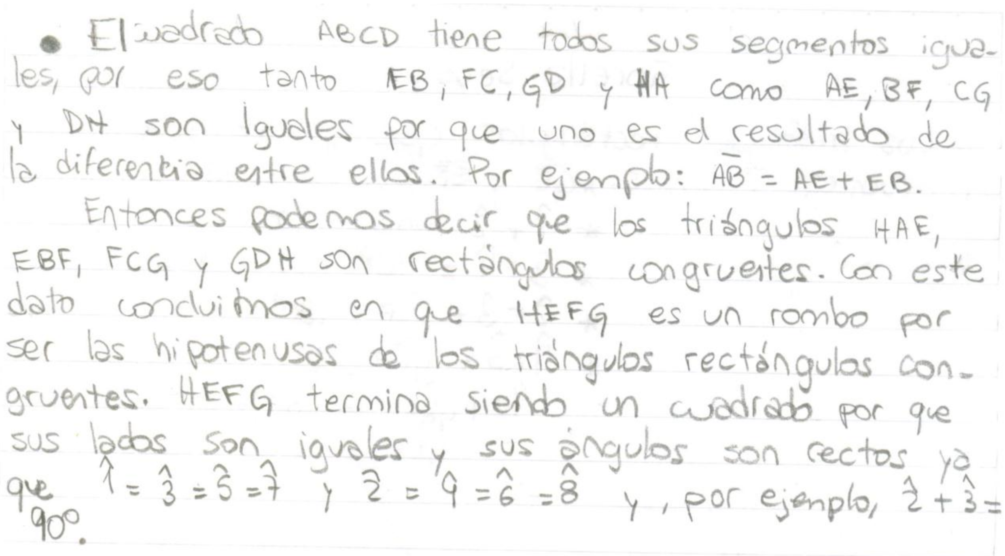
Producción de Solange y

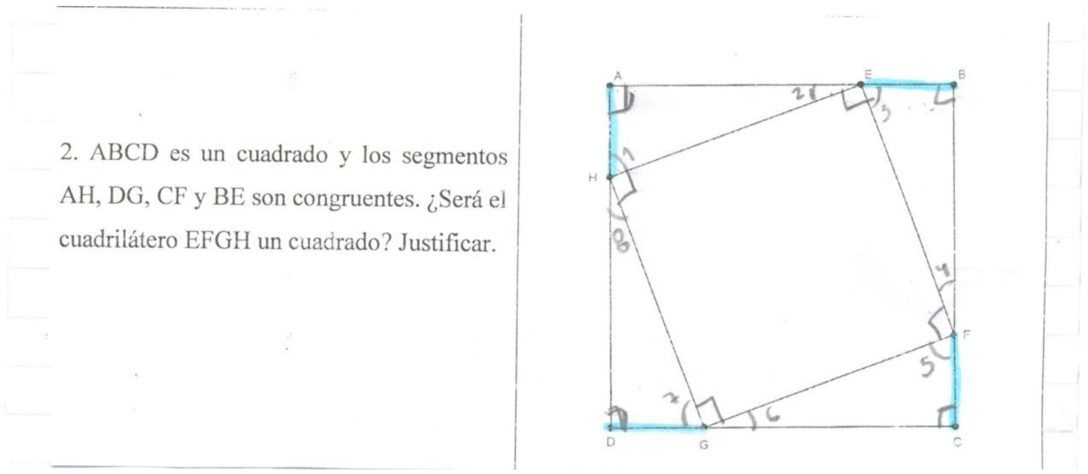
(Como la actividad no fue terminada en clase, les queda para seguir trabajando como tarea.)
Tomamos el trabajo de María de los Ángeles. Lo que podemos ver es que puede obtener la amplitud del ángulo, pero las justificaciones están incompletas. Por ejemplo, utiliza propiedades de los triángulos rectángulos que no indica. Plantea igualdades, ciertas, que tampoco están explicadas.



(En los cuadros de texto están las observaciones que hicimos en la puesta en común.)
Se pone énfasis en que se debe dejar el registro escrito en la hoja en la que se está trabajando, ya que puede pasar que en otro momento, se le realice alguna pregunta al respecto y no recuerden lo que realizaron.
La actividad 2, la realizaron en clase.
En todas las producciones que recibimos por parte de los alumnos, no utilizaron el GeoGebra para confirmar que EFGH es efectivamente un cuadrado. Justifican no haberlo usado, ya que la actividad es muy “parecida” a la actividad anterior.

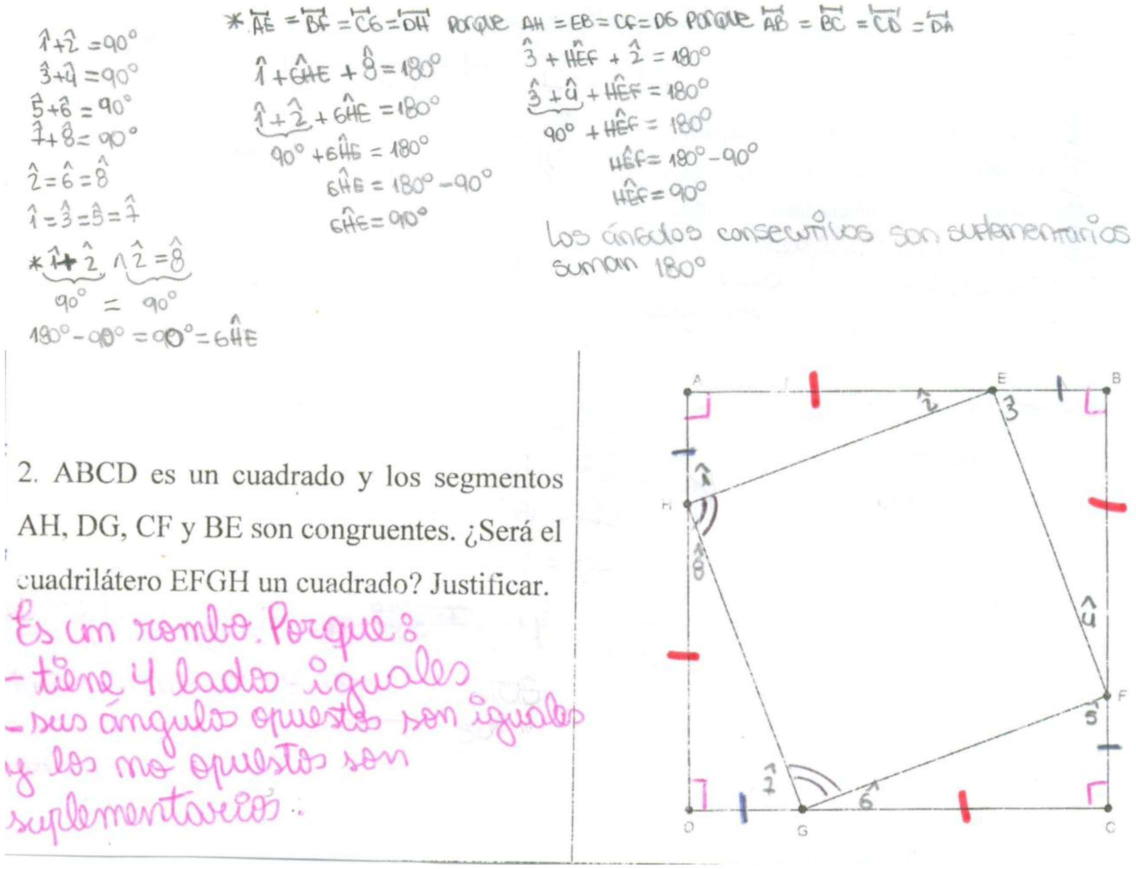
- <u>Producción de Fiorella:</u>


• El cuadrado ABCD tiene todos sus segmentos iguales, por eso tanto EB, FC, GD y HA como AE, BF, CG y DH son iguales por que uno es el resultado de la diferencia entre ellos. Por ejemplo: $\overline{AB}$ = AE + EB.
Entonces podemos decir que los triángulos HAE, EBF, FCG y GDH son rectángulos congruentes. Con este dato concluimos en que HEFG es un rombo por ser las hipotenusas de los triángulos rectángulos congruentes. HEFG termina siendo un cuadrado por que sus lados son iguales y sus ángulos son rectos ya que $\hat{1} = \hat{3} = \hat{5} = \hat{7}$ y $\hat{2} = \hat{4} = \hat{6} = \hat{8}$ y, por ejemplo, $\hat{2} + \hat{3} = 90°$.



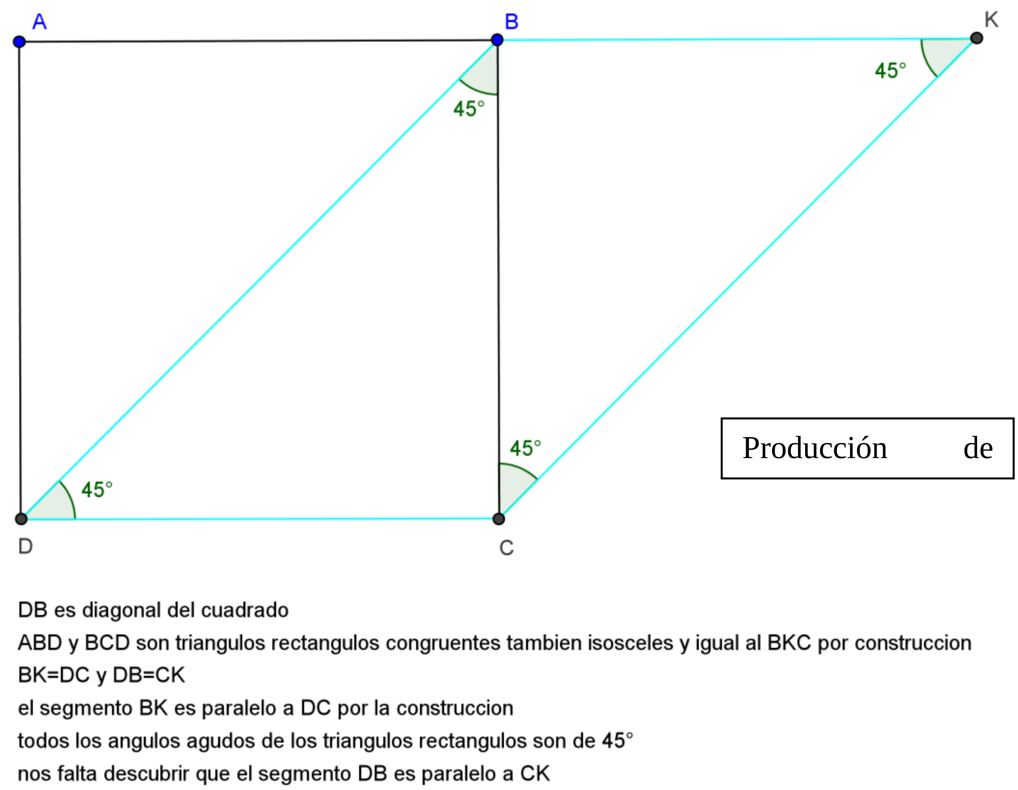
Fiorella, “prueba” que EFGH es un cuadrado siguiendo el razonamiento de la actividad 1, utiliza los mismos argumentos y no realiza ningún cálculo. Necesitamos de un encuentro con la alumna, ya que la justificación no está completa.

- <u>Producción de Florencia:</u>



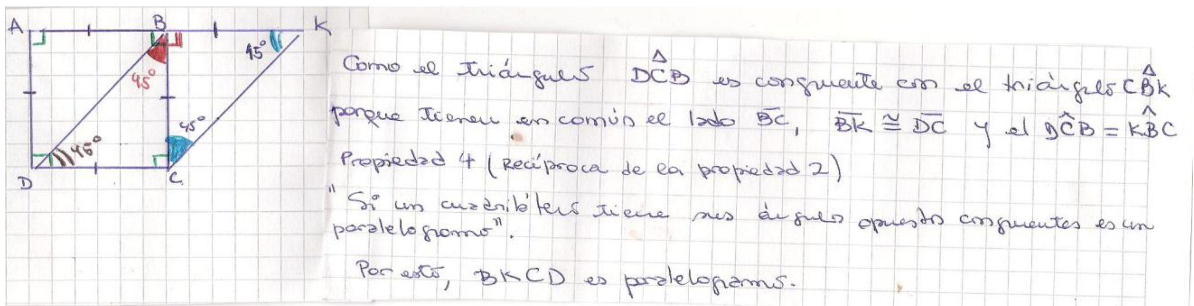
La justificación de Florencia, también, tuvimos que concluirla con una entrevista, por el registro escrito podíamos inferir que prueba que el cuadrilátero EFGH es un cuadrado, probando antes que EFGH es un rombo y utilizando sus propiedades.

Para la Actividad 3, tenemos una deserción importante, solo 5 alumnos intentan resolverla, el resto de los alumnos, manifiesta no encontrar los “argumentos” justos para afirmar que la figura es un paralelogramo y aseguran que con verla, es suficiente.

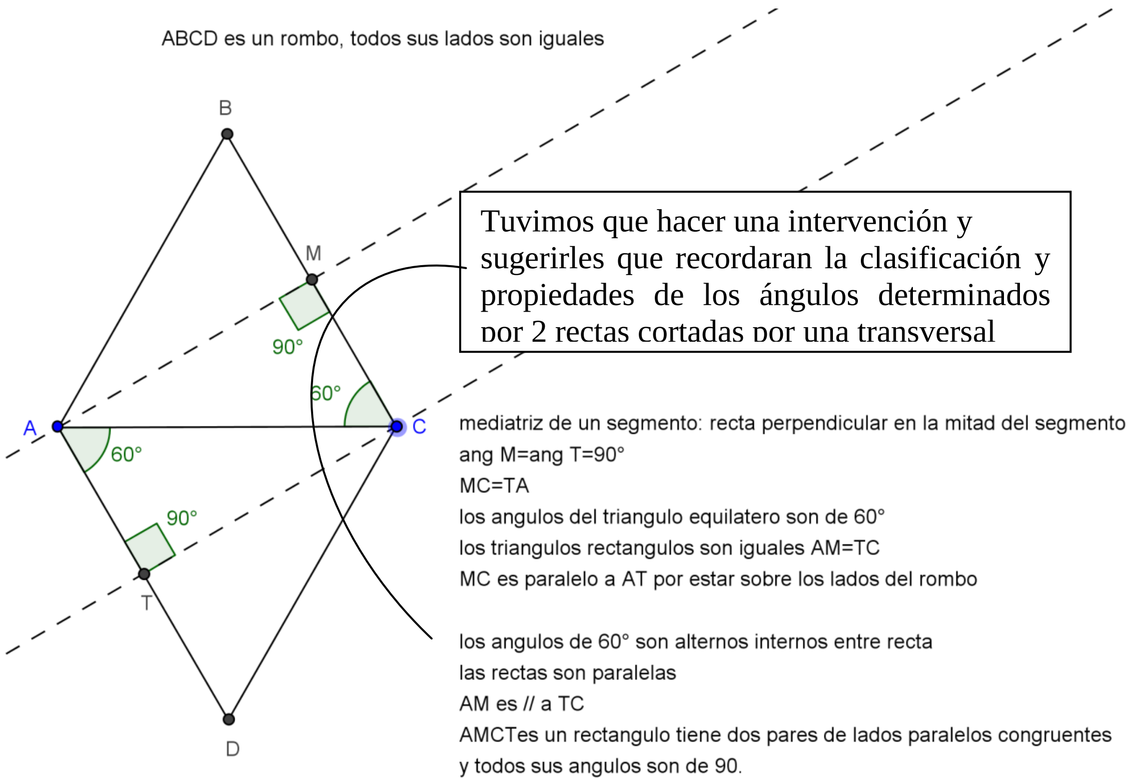


Producción de

A la clase siguientes, nos sorprende Rocío diciendo que ella probó que DBKC es un paralelogramo y que no hizo nada, ya que encontró un libro (con el que había estudiado su mamá) que le daba "argumentos justos" para decir que el cuadrilátero era un paralelogramo. (El libro al que hace mención Rocío es el TAPIA Matemática 2.)



Sus compañeros quedaron sorprendidos, porque habían encontrado la amplitud de los ángulos, pero no supieron cómo utilizar esta información. Ellos intentaron mostrar que el cuadrilátero es un paralelogramo a partir de la definición del mismo, es decir, probando que los lados opuestos son congruentes y paralelos.
Comienza aquí un nuevo desafío, buscar propiedades que los ayuden a "decir" con que figura están trabajando sin "hacer nada", solo mencionando propiedades.
Esto lo podemos ver reflejado en la resolución de la actividad 4, los argumentos son bien específicos y nuestra intervención es concreta para que puedan utilizar la información que han ido obteniendo.



CONCLUSIONES FINALES

Nuestros alumnos están acostumbrados a un trabajo geométrico más algebraico que de construcción y argumentación. Así que se convierte en todo un desafío introducir la justificación de los procedimientos. Debemos seguir enfatizando en clase, que expliquen sus producciones, que utilicen el vocabulario matemático adecuado, que sean ordenados en su proceder y, fundamentalmente, que le encuentren sentido y significado a lo que se está realizando, y que no se convierta en una mera resolución para cumplir con una tarea asignada.
Es nuestro objetivo, seguir elaborando y reformulando actividades donde nuestros alumnos identifiquen y utilicen propiedades que les permitan producir nuevas relaciones y de esta manera ir obteniendo soluciones a diferentes problemas, tanto del campo numérico como del geométrico.
En conclusión, seguiremos trabajando con el GeoGebra en el aula, ya que a diferencia de las representaciones realizadas en lápiz y papel, las figuras geométricas a estudiar se caracterizan por "tener vida", se las puede arrastrar y deformar en la pantalla de la computadora, que seguirán conservando las propiedades geométricas con las que fueron construidas.
Desde un principio sabíamos que no era una tarea sencilla, nuestros alumnos no están acostumbrados a que les pidamos justificaciones de lo que desarrollan y si lo hacemos, en general, es en forma oral. No pretendemos una demostración formal, pero sí que puedan expresarse correcta y coherentemente, que puedan redactar siguiendo una lógica de razonamiento y no ideas sueltas sin ninguna relación. Éste sigue siendo nuestro objetivo…

REFERENCIAS

- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

- Itzcovich, H. (2009). Acerca de la enseñanza de la geometría. En Itzcovich, H (Coord.), *La matemática escolar*. *Las prácticas de enseñanza en el aula*, Capítulo. 6, pp. 169-203. Buenos Aires: Aique Educación.
- Larios V., González González N. (n.a.) *Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica*. Consultado Febrero 28, 2014 de http://www.clame.org.mx/relime.htm
- Sadovsky P. & Sessa C. (2004). El conocimiento matemático en la clase. Para estar seguros. *La educación en nuestras manos*, revista N° 71, pp. 36-40.
- Sessa, C. (1998). Acerca de la enseñanza de la geometría. En *Matemática*, *Temas de su didáctica*, Programa Prociencia, CONICET.