

CB 11**EL TRABAJO COLABORATIVO: UN ESPACIO DE FORMACIÓN Y DE INVESTIGACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA****Lucas Colipe, Emanuel Issa & Jacqueline Perez****UNComahue FaEA, FACE**
Buenos Aires 1400 Nqn.
*issaemanuel@gmail.com***Palabras claves:** formación, investigación, colaborativo, enseñanza matemática.**RESUMEN**

La comunicación que presentamos en este congreso se enmarca en un proyecto de investigación basado en una perspectiva de trabajo colaborativa ligada a una cierta manera de hacer investigación “con docentes” más que “sobre los docentes” (Desgagné, 2001a, 2001b, 2005). Nos detendremos en un segmento de una experiencia de trabajo llevado a cabo con docentes de escuela media en el que se aborda la enseñanza de los números negativos, en relación a la iniciación al trabajo algebraico con alumnos de primer año. Nuestro objetivo será mostrar la doble permeabilidad que caracteriza a este espacio colaborativo: la permeabilidad teórica del práctico y la permeabilidad práctica del teórico. Para ello, vamos a considerar el proceso de reformulación de una tarea.

INTRODUCCIÓN

Lo que caracteriza a este tipo de trabajo es el doble registro de investigación y formación: es una oportunidad tanto para el investigador como para el práctico. El primero recolecta datos sobre la práctica para su investigación y el segundo se nutre de herramientas didácticas para su práctica. Como dice Desgagné: “La “sensibilidad práctica” del investigador consiste en reconocer el punto de vista del práctico para quién “lo real” se presenta como un conjunto de situaciones problemas, desde una posición con limitaciones y recursos presentes del contexto. El práctico que le interesa a la investigación colaborativa (IC), es ese que delibera en la acción y que por esa deliberación moviliza y construye “su razón” de actuar en y a propósito de la práctica. La “sensibilidad teórica” del investigador consiste en proponer al práctico una puesta en perspectiva de esa “razón de actuar”. En todos los casos la razón de actuar del investigador – apoyado en su marco conceptual- será puesto al servicio de una mejor comprensión de la razón de actuar del docente.”

La existencia de un “espacio de reflexión” abre la posibilidad a cada participante a una permeabilidad entre esas dos lógicas. Como dice Anadón (2001) es necesario que el investigador tome “en cuenta no sólo los conocimientos de su campo de estudio sino también los de los actores en la construcción del objeto de investigación. Así, el saber co-construido es el resultado de una reconciliación entre dos lógicas: la de la racionalidad teórica y la de la racionalidad práctica.”

RECORRIDO DE LA EXPERIENCIA.

Contactamos a una escuela de nivel medio de la ciudad de Cipolletti. Realizamos reuniones semanales con docentes de la institución y el equipo de investigación. Con la intención de encontrar una problemática que nos convoca a trabajar juntos, los docentes plantearon como inquietud los errores en la manipulación de los signos por parte de sus alumnos a lo largo de toda la escolaridad media. El grupo investigador buscó material bibliográfico acorde al tema. De esta selección surgió el estudio de una propuesta didáctica producida por un grupo de investigación conformado por Cid & Bolea (2010) que se enmarcan en la teoría antropológica de lo didáctico. La propuesta se titula: *Actividades de estudio e investigación para introducir los números negativos en un entorno algebraico*. Está dividida en 5 sesiones y cada una consta de un grupo de tareas que tienen determinados objetivos explicitados en la primeras hojas, juntos a los que se encuentran consideraciones de los autores acerca de la introducción de los negativos en un entorno aritmético y algebraico y se esgrimen algunas cuestiones sobre el modelo epistemológico de referencia.

La elección de la misma se funda en la idea que compartimos acerca de la perspectiva de la matemática y su enseñanza. Por un lado, se estudia “*la razón de ser del conocimiento*”. En este caso particular la razón de ser de los números negativos se encuentra en el cálculo algebraico, no en el aritmético. Por otro, el “*hacer matemática*” está considerado como “*actividad de modelización*”. Así, aceptamos considerarla como un insumo para (re)pensar la enseñanza de los números negativos en la escuela secundaria. En este proceso, a partir del análisis de las actividades de la propuesta original, se generó una dinámica de reflexión, dando lugar a una reapropiación personal de esas situaciones, a propósitos de interpretaciones que se hicieron y experiencias que se compartieron propiciando que cada uno explicitara su propio punto de vista. Esos puntos de vistas que se discutieron vinieron desde distintos lugares: por una parte, los investigadores con su marco de referencia subyacente y sus interrogaciones; por otro, los docentes a través de su práctica, y las restricciones y recursos de su acción específica. Así, este espacio reflexivo es concebido como un espacio de formación para el práctico tanto como un espacio de investigación de su práctica. Por una parte, para el grupo de investigación, la gestión del acercamiento, del cuestionamiento, de la teorización y de la interacción puede ser la ocasión de la colecta de datos de la práctica para la producción de conocimientos. Por otra también, para los prácticos, puede ser la ocasión de evolución que se inscribe en una perspectiva de perfeccionamiento en vista de mejorar su práctica.

A continuación se da una breve descripción sobre la propuesta original, se muestra una de las tareas originales, los objetivos que persiguen los autores y por último la reformulación producida por el grupo.

PROCESO DE ADAPTACIÓN / REFORMULACIÓN DE TAREAS

Para dar cuenta del proceso de reformulación comenzaremos describiendo las Tareas 18 y 19 originales (Cid, E. & Ruiz Munzon, N, 2011).

Tarea 18 Cuando se calcula mentalmente se procura buscar la forma más sencilla posible de efectuar las operaciones. ¿Cómo haces las siguientes operaciones?

$$678 + 99 \quad 47 + 98 \quad 157 - 99 \quad 123 + 39 \quad 87 - 29 \quad 601 - 103$$

$$427 + 397 \quad 212 - 198 \quad 117 - 22$$

Tarea 19. Coloca los signos + y - que faltan en las siguientes igualdades:

$$765 - (100 - 1) = 765 - 99 = 765 \underline{\quad} 100 \underline{\quad} 1$$

$$80 - (30 - 1) = 80 - 29 = 80 \underline{\quad} 30 \underline{\quad} 1$$

$$141 - (100 + 2) = 141 - 102 = 141 \underline{\quad} 100 \underline{\quad} 2$$

$$92 - (42 + 3) = 92 - 45 = 92 \text{ -- } 42 \text{ -- } 3$$

$$325 + (200 - 3) = 325 - 197 = 325 \text{ -- } 200 \text{ -- } 3$$

Estas tareas tienen objetivos generales asociados a una sesión de la propuesta original (sesión 4) tales como: hacer evidente la diferencia entre el trabajo algebraico y la técnica de cálculo aritmético, dado que el cálculo algebraico permite la búsqueda de formas más sencillas de hacer los cálculos, elegir operaciones que dan lugar a números redondos para facilitarlas. Para que posteriormente, en la Tarea 19, se establezca la equivalencia entre expresiones con paréntesis y sin paréntesis. Esto conduce a las reglas de supresión de paréntesis, y la reinterpretación del signo “-” como signo operativo unario, esto es, el “-” adelante del paréntesis transforma los sumandos en sustraendos y los sustraendos en sumandos. Por último, la aparición de expresiones con paréntesis obliga a precisar más los códigos de escritura algebraica y a dejar establecida una nueva jerarquía de operaciones en la que se consideran los paréntesis.

Por ejemplo:

En la tarea 18 se solicita este cálculo: $157 - 99$

Se pretende estrategias de cálculo “ $157 - 100$ es 57 y como le resté 100 ahora al resultado le sumo 1 ”.

Si se registra la memoria del cálculo éste sería $157 - 99 = 157 - 100 + 1$ ó $157 + 1 - 100$.

Luego se pretende estudiar la relación entre los cálculos anteriores y el siguiente:

$157 - 99 = 157 - (100 - 1) = 157 - 100 + 1$ lo que da lugar a comenzar a pensar en reglas que involucran la supresión de paréntesis. Y precisamente en el estudio de estas equivalencias está presente lo algebraico.

Estudio en conjunto de las tareas 18 y 19 originales

Con la intención de establecer un acercamiento a la propuesta y de reapropiarse de los objetivos, en primer término, se hizo un análisis a priori en este espacio colaborativo. Esto ayudó a ver cuestiones que no están explicitadas y que parecieran ser fundamentales, tales como el motivo por el que se eligieron los números usados. Por ejemplo la cuenta $212 - 198$ se puede pensar como $212 - 200 + 2$ lo que favorece la descomposición del sustraendo y así iniciarse en el estudio de las distintas escrituras. En cambio si la cuenta hubiera sido, por ejemplo, $124 - 11$ se podría resolver fácilmente sin usar descomposiciones.

Fruto de este análisis se llegó a la conclusión de que no es posible llevar en forma lineal la propuesta al aula. Una de las razones fue que no se entendía el enunciado (¿Qué es la “forma más sencilla?”). Cuando se dice que se resuelve de la forma más sencilla se pretende que los chicos hagan los cálculos mentales para que se favorezca la descomposición y así el estudio de la equivalencia y posteriormente la supresión de paréntesis. Pero como no está limitado el tiempo ni se dice que se haga mentalmente, es muy probable que los alumnos, al tener escritas las cuentas, realicen los cálculos en la hoja utilizando la cuenta “parada” (el algoritmo usual de suma y resta). Con el objetivo de bloquear este procedimiento, desde el grupo se pensó en actividades en las cuales sea necesario armar una estrategia para calcular mentalmente. Para esto también se tuvo que pensar en la gestión en la clase, es decir, los grupos, los tiempos, los cierres, las intervenciones del docente entre otros.

Luego de las discusiones fueron surgiendo diferentes alternativas en las que se tenían en cuenta: el tiempo entre cálculo y cálculo, los números utilizados como variable didáctica. El tiempo no podía ser cualquiera, dado que un tiempo excesivo o uno insuficiente no haría que los alumnos recurran al cálculo mental. Los números debían llevar a utilizar tal técnica de descomposición en suma o resta del sustraendo.

Tarea reformulada por el docente

Luego de todo este análisis el docente propuso una actividad en la cual los cálculos se formularon en una presentación en diapositivas y se proyectaron en la clase. les entregó una planilla en donde colocar sus resultados obtenidos y luego indicar en la misma planilla los correctos e incorrectos tomando como referencia la proyección con los resultados. La proyección de cada cálculo sería tan breve como para que permita a los alumnos copiar la cuenta en la planilla, pero no de hacer la cuenta vertical, lo que favorecería los cálculos mentales. La consigna fue: “Realizar los siguientes cálculos de la manera más rápida posible”, y se proyectaron las siguientes cuentas de a una por vez:

1. $36+59$
2. $58+99$
3. $235-99$
4. $78-19$
5. $126-98$

Se les entregó la siguiente planilla en papel:

	cuenta	Resultado	Correcto	Incorrecto
1				
2				
3				
4				
5				

Planilla entregada a los alumnos

Análisis de reformulación realizada por el docente

En este proceso de reformulación de la tarea analizaremos el doble registro del trabajo colaborativo: la permeabilidad teórica del práctico y la permeabilidad práctica del teórico.

A continuación mostraremos un segmento de los encuentros en el cual se muestra la dinámica de trabajo con el docente. Cabe aclarar que en el encuentro anterior al que citaremos, se estuvo trabajando sobre la tarea 18, y fue en el siguiente encuentro cuando el docente trajo la propuesta de llevar a cabo mediante un presentación en diapositiva. El grupo pidió al docente que explicara detalladamente cómo pensó la consigna y que la lleve a cabo en ese espacio como si ellos fuesen los alumnos, es decir se simuló una clase.

El docente mostró que en la nueva actividad reemplazó la consigna ambigua por otra que se ajustara más a la característica de su grupo, la cual no cambia los objetivos de la tarea original, y justificó la disposición de los cálculos en las diapositivas.

Investigador I(II) A ver empecemos como si nosotros fuéramos los alumnos. ¿Profe para qué es esta cosa?

Docente(D) Yo les voy a pasar un presentación en diapositiva en la que van a ir apareciendo cuentas y ustedes van a tener determinado tiempo para pensar el resultado. Las cuentas van a ir cambiando en determinado tiempo y ustedes van a escuchar una campanita y va a cambiar la cuenta; tienen que ir anotando los resultados. Cuando se termine la proyección revisamos si todos terminaron las 10 cuentas, luego vamos a pasar a proyectar los resultados y ustedes van a marcar en sus planillas cuáles están correctos. Una vez corregidos hablaremos de las estrategias que utilizaron.

I2) ¿Todo esto es la consigna?

I3) Y pensando la dinámica en el aula, ¿va a ser individual?

D) Quizá sea en grupitos de a 4 ó 5. Bueno yo pensé en implementar la tabla de esta manera y no con las cuentas escritas, ya que si yo escribo las cuentas los que vayan rápido irán adelantando. Ellos tendrán que copiar la cuenta en la planilla y poner el resultado.

I3) Se podría hacer el trabajo de a dos, que escriban los nombres arriba y se intercambien la planilla entre ellos para corregirse, cuando están en posición de corregir otra producción que no sea la propia les exige estar más atentos.

D) Pasarle los resultados rápidos para que no tengan tiempo de cambiarlos pues si quisieran cambiarlos se les pasaría algún resultado en la proyección.

I3) grupos de a 4 es mucho pues mientras una corrige una cuenta el otro mira la diapositiva para corregir el siguiente.

(Se pasa a resolver la actividad)

D) Yo le puse 20 segundos entre cálculo y cálculo pero me parece que es mucho tiempo.

I1) Ah bueno, ahora puedes ver cómo funciona y lo podemos cambiar.

I3) Sí profe, ya está. Y no aparece la otra cuenta! Ya me aburrí!

I4) Está bien el tiempo pues es la primera vez que juegan el juego.

I3) Si el tiempo está bien; ya me perdí una! ésta está difícil!

[registro diario E 22, 30-09-2013]

Podemos reconocer la **permeabilidad práctica del investigador** en cuanto toman conciencia de la necesidad de re trabajar los insumos de la didáctica, y se involucran en esta tarea teniendo en cuenta el punto de vista del docente. En este caso particular el docente, quién tiene el conocimiento del funcionamiento de su clase, atendiendo a las características de su grupo de alumnos, es quien pone a consideración la reformulación de la tarea. Se le busca las condiciones necesarias en la actividad para que surjan los conocimientos deseados en pos de sostener el trabajo matemático en éste aula. Podemos reconocer en este episodio la **permeabilidad teórica del docente**, en primer lugar, en cuanto realiza un análisis a priori de la tarea y con esto anticipa tanto posibles actuaciones de los alumnos como en sus propias actuaciones: sus intervenciones a la hora de guiar a los alumnos como en su trabajo en el pizarrón; En segundo lugar, en cuanto problematiza la elección de los números utilizados en los cálculos; ciertos números dan lugar a calcular operando unidades con unidades y decenas con decenas, otros dan lugar a descomponer el minuendo o tal vez a un cálculo trivial que no ponga en situación problemática al alumno. En esta situación podemos observar que considera a los números como una variable didáctica, y se refleja en las elecciones de nuevas cuentas en la reformulación.

CONCLUSIÓN

Estamos convencidos que todo insumo didáctico requiere de un trabajo de análisis para hacer visible cuestiones que no están explicitadas por los autores y de una reformulación que considere las particularidades del grupo de alumnos. Esto marca un encuentro entre dos lógicas: la Racionalidad Práctica y la Racionalidad Teórica y vemos a la Investigación Colaborativa como una forma de concretizar esta intersección en un espacio en que estas lógicas puedan dialogar y confrontarse en pos de coproducir una propuesta para llevar al aula. Con esta experiencia de trabajo en un espacio colaborativo podemos contribuir en la producción de actividades que considera las características del aula, que contribuye a que los alumnos sean puestos en situación de producir dando lugar a una actividad matemática. Aquí el docente es beneficiado en cuanto se nutre de ideas, confronta las propias y es puesto en el lugar de tener que justificar sus decisiones y el investigador, toma contacto con la realidad del aula confrontando su marco teórico. Este tipo de trabajo requiere el compromiso de ambas

partes: docentes e investigadores, aportando cada uno desde su lugar y donde es necesario la permeabilidad de ambos.

REFERENCIAS

- Anadón, M & L'Hostie (2001). *Nouvelles dynamiques de recherche en éducation*. Les press de l'université Laval. Canadá.
- Bronner, A., Chevallard, Y., Cirade, G., Ladage, C. & Larguier, M. (Eds.) (2011). *Un panorama de la TAD* (pp. 579-604). CRM Documents, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemàtica.
- Chevallard, Y. y otros (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Cuadernos de Educación, N° 22, ICE- Horsori, Barcelona.
- Cid, E. & Bolea, P. (2007). *Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en un entorno algebraico*. Comunicación en el 2° Coloquio TAD, Francia.
- Cid, E. & Ruiz Munzón, N. (2011). *Actividades de estudio e investigación para introducir los números negativos en un entorno algebraico*. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage & M. Larguier (Eds.) (2011), *Un panorama de la TAD* (pp. 579-604). CRM Documents, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemàtica.
- Desgagné, S. (2001a). *La recherche collaborative: nouvelle dynamique de recherche en éducation*, chap. 2, pp.51-76, á Anadón et L'Hostie (2001), *Nouvelles dynamiques de recherche en éducation*. Les press de l'université Laval. Canadá.