CB 02

ENTRADA EN EL TRABAJO GEOMÉTRICO PARA LA VALIDACIÓN DE CONJETURAS FORMULADAS POR ESTUDIANTES DE LA ESCUELA SECUNDARIA. ANÁLISIS DE UNA ACTIVIDAD PARA ENUNCIAR CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Ana María Mántica & Fernanda Renzulli

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral
ana.mantica@gmail.com , fernandarenzulli@gmail.com

Palabras clave: geometría, validación, conjetura, triángulo.

RESUMEN

Exponemos el análisis de una actividad cuyo objetivo es que, estudiantes secundarios, conjeturen los criterios de congruencia de triángulos. Previamente realizan una tarea con el propósito de conjeturar y enunciar la propiedad triangular de los lados de un triángulo. Se forman 8 grupos y se solicita a cada uno que dibuje en una hoja blanca un triángulo, y que redacte un mensaje para que el grupo receptor pueda construir uno igual. Se analiza la actividad si los datos dados son dos lados y un ángulo.

Presentamos el estudio de las interacciones entre los estudiantes y las intervenciones del docente en la clase, con cuatro grupos seleccionados por éste. Particularmente cómo validan, los alumnos, sus conjeturas y el rol del docente en la producción de argumentos.

De las interacciones entre los grupos y el docente y las intervenciones de este último, se advierten aspectos que permiten el trabajo con conocimientos geométricos, pero no en todos los casos son tomados por el docente. Evidenciamos esto cuando recupera una propiedad para fundamentar la insuficiencia de datos, no cuando se plantea la congruencia o no de los triángulos si los datos dados son dos lados y un ángulo que no es el comprendido.

INTRODUCCIÓN

Presentamos el análisis de una actividad realizada por estudiantes de una escuela secundaria en el marco de una secuencia cuyo objetivo es que conjeturen los criterios de congruencia de triángulos. Se realiza previamente una tarea con el propósito que los estudiantes enuncien la propiedad triangular de los lados de un triángulo, que se presenta en el anexo.

Para llevar adelante la propuesta se forman 8 grupos y se solicita a cada uno que dibuje en una hoja blanca un triángulo, y que redacte un mensaje para que el grupo receptor pueda construir un triángulo igual.

Se intercambian los mensajes y se le entrega a cada grupo una hoja de papel de calcar para que realice el dibujo según las condiciones expresadas en el mensaje y luego lo devuelva al grupo emisor para que éste verifique si la construcción realizada es correcta. En esta instancia no se realiza ninguna restricción para la información dada en el mensaje.

Los ocho grupos dan como datos al grupo receptor, para la construcción del triángulo, las longitudes de los tres lados y se concluye luego de la puesta en común, que si se conocen las longitudes de los tres lados es posible construir un triángulo igual al realizado por el grupo emisor.

Con el objeto que conjeturen los otros criterios de congruencia se establece una restricción para el mensaje, no pueden incluirse como datos los tres lados. Analizamos en este trabajo la actividad cuando el grupo emisor da como datos dos lados y un ángulo del triángulo, en particular cómo validan los estudiantes sus conjeturas y el rol del docente en las producciones de argumentos.

MARCO DE REFERENCIA

Consideramos en este apartado los referentes teóricos que aportan al análisis, que se presenta en esta propuesta, en función de lo efectuado por los grupos seleccionados.

Argumentación y validación de propiedades

Itzcovich (2005) plantea que introducir a los estudiantes en el trabajo deductivo supone para el docente tener resueltos aspectos didácticos y matemáticos para, en consecuencia, poder realizar una toma de decisiones a la hora de gestionar una demostración en la clase, articular las producciones de los alumnos, sus interrogantes, simultáneamente con su idea de presentar el conocimiento matemático en la clase y que no se contradiga con su concepción de rigor. El autor explicita que asumir como práctica geométrica en el aula la puesta en juego de las propiedades de los objetos geométricos, y que la producción de argumentos esté ligada al uso de propiedades, genera para el docente, la dificultad de decidir cuáles son los conocimientos que se admiten como punto de partida para que el estudiante pueda elaborar una argumentación deductiva. Es importante que en esta primera entrada en el trabajo argumentativo se acepten algunas propiedades como verdaderas, esta elección es en general arbitraria, y es discutible cuáles son las que se deben aceptar y cuáles demostrar, esto está ligado al tipo de problemas que se desarrollen en el aula y a los conocimientos geométricos de quienes intenten resolverlos.
Sadovsky (2005) expresa que pensar la clase como lugar donde se realice actividad matemática requiere plantear propuestas para que los estudiantes sean desafiados a formular conjeturas, ensayar formas de validarlas, producir argumentos deductivos, arriesgar respuestas que contribuyan a arribar a las resoluciones que se buscan, reformular y reorganizar los conocimientos generados a la luz de los nuevos que producen, elaborar otras herramientas y también determinar su limitaciones. Esto implica que los estudiantes tomen como objeto de reflexión sus resoluciones, que puedan producir teorías a partir de ellas, que puedan volver hacia atrás y revisar y modificar cuestiones elaboradas, que tomen conciencia de la provisoriedad de sus aprendizajes. Señala además la importancia de las decisiones que el docente toma sobre la marcha, en particular el valor y la cabida que le otorga a las cuestiones que aparecen con las conjeturas formuladas por los estudiantes y cómo reconstruye a partir de esto una fundamentación matemática con los conocimientos que los mismos disponen.

Conocimientos espaciales y geométricos

Laborde y Vergnaud (1997) sostienen que algunos de los problemas de interpretación por parte de los alumnos al utilizar en la enseñanza los dibujos como modelos de las figuras, es la resistencia a eliminar las imperfecciones del trazado, el no reconocimiento del carácter invariable de la figura cuando se pone el dibujo en distintas posiciones, los fenómenos de tipicabilidad o de ejemplos prototípicos y que los alumnos poseen una visión muy empirista de la geometría, basada en el dominio de la percepción. En general, la enseñanza trata de establecer un vínculo natural entre el dibujo y la figura con procedimientos de tipo inductivista, en el cuál es fuerte la hipótesis de aprendizaje que postula que basta con

presentar un ejemplo de un elemento para que los alumnos aprehendan las características geométricas del mismo. En este sentido, también es que se desarrolla primero en la enseñanza una geometría de la observación o comprobación con los dibujos, para pasar luego a una geometría de la deducción, basada en la figura.
Broitman e Itzcovich (2003) manifiestan que hay distintos tipos de problemas geométricos según los conocimientos que involucran, algunos se resuelven con conocimientos espaciales, ligados a desplazamientos efectivos en el espacio físico, que se adquieren de manera espontánea y otros que también incluyen conocimientos espaciales pero no son de desarrollo espontáneo sino que involucran conocimientos que requieren niveles más complejos de conceptualización, representación y adquisición. También existe otro tipo de problemas que se resuelven con conocimientos geométricos y precisan un trabajo sistemático para su apropiación. Se trata de los problemas geométricos puros que no tienen su paralelo en la realidad, ni en la vida social, ni en la experiencia. En los primeros años de la escuela secundaria se debe apuntar a trabajar en un modo de pensar propio del saber geométrico, considerando que este "modo de pensar" supone apoyarse en propiedades de los objetos geométricos para poder anticipar relaciones no conocidas o inferir nuevas propiedades. Esto supone demostrar la validez de una afirmación a través de argumentos que en algunos casos se oponen a la percepción o la medida.
Itzovich (2007) afirma que un alumno debe ser capaz de argumentar, fundamentar sus conclusiones, considerar los juicios de sus compañeros para aceptarlos o rechazarlos, hacer el esfuerzo por comprender la demostración realizada por otro o proponer una demostración. El modo que ingresen a esta manera de trabajo es ofrecerles situaciones adecuadas a su nivel de escolaridad, que les muestren la insuficiencia de lo experimental como modo de validación. Sostiene que se deben proponer problemas que pongan al alumno en interacción con objetos que no pertenezcan al espacio físico sino a un espacio conceptualizado, que se pongan en juego las propiedades de los objetos geométricos. Que según el "tamaño del espacio" con el que interactúe el sujeto son los modelos conceptuales que se ponen en juego para realizar las representaciones gráficas del mismo.

ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

A continuación se presenta el mensaje elaborado por el grupo emisor y se reproducen los diálogos de la puesta en común, obtenidos a partir de las transcripciones de las grabaciones realizadas en las clases que se lleva adelante la propuesta. Se realiza un análisis de las interacciones de los estudiantes y las intervenciones del docente.
El docente recoge lo realizado por los distintos grupos, lo analiza y selecciona, porque así lo manifiesta en la clase, cuatro grupos.
Desarrollamos lo que sucede en la puesta en común teniendo en cuenta el orden en que lo exponen en la clase, pues esto, a nuestro criterio, tiene que ver con las decisiones del docente sobre qué trabajar cuando los datos que aparecen en el mensaje son dos lados y un ángulo.

P: Para hacer la puesta en común tomé algunos grupos, por una cuestión de tiempo, vamos a discutir algunos mensajes

Grupo 6

Mensaje*: "uno de sus lados mide 8 centímetros. Su base mide el triple de la cuarta parte de 8. Estos dos segmentos forman un ángulo de 50º*"

P: Bien, este es el mensaje que ellas les dieron a ustedes, si? Y que pasó con los triángulos?

A: que lo hicieron bien…
P: Son congruentes, si?, coinciden. Entonces, vamos a analizar qué datos dieron ellos.
A: dos lados…
P: dos lados y qué mas?
A: el ángulo…
A1: la inclinación entre…
A2: dos lados y el ángulo…
P: qué ángulo?
A: el ángulo interno del triángulo
P: qué ángulo del triángulo, no dieron cualquier ángulo? Vean el mensaje de nuevo. O sea, que dieron dos lados, **y qué ángulo**?
A: el ángulo que forman los dos segmentos.
P: El ángulo que forman los dos segmentos, **si**?, no dieron cualquiera, cuántos ángulos tiene un triángulo?
A1: tres
P: tres, está, ellos no dieron cualquiera, dieron específicamente el que formaban los dos segmentos, **si**? Y que pasó con el triángulo?
La clase: eran congruentes

Destacamos que el primer grupo que la docente selecciona expresa claramente cuál es el ángulo que debe considerarse. La discusión de la puesta en común, mediada por el docente, está centrada en que los alumnos puedan reafirmar lo que aparece en el mensaje. No se analiza más allá del ejemplo la razón por la que los triángulos resultan congruentes, se reafirma el trabajo sobre los dibujos realizados y no se retoma en ningún momento lo trabajado en la actividad a partir de la cual se enuncia la propiedad triangular de los lados de un triángulo.
Notemos, además, que el triángulo realizado por el grupo emisor presenta características perceptivas que limitan cuestionarse sobre otra posibilidad de ubicación del vértice del ángulo de 50º. Podría decirse que hay apariencias del dibujo que obstaculizan un análisis geométrico respecto del vértice del ángulo dado, escondiendo casos de la solución del problema muy útiles para la discusión de las posibles construcciones con los datos proporcionados y de la congruencia o no de los triángulos realizados por ambos grupos.

Grupo 5
Mensaje: *un lado del triángulo mide 3 centímetros y otro 10”*
En este caso el grupo receptor solicita nuevos datos en el mensaje
Mensaje: “*con dos lados se pueden formar infinitos triángulos. ¿Cuántos grados mide el ángulo que forman los dos segmentos?*
Los integrantes del grupo emisor dialogan sobre la nueva información y decide el siguiente mensaje: “*155º”.*

P: Este grupo le escribió el mensaje, el otro le contestó algo, y bueno, fueron así trabajando.
A (grupo receptor): Bueno, nosotros habíamos dicho que podía ser un lado de 3 y otro de 10, y le preguntamos que nos den otra pista para sacar el otro, porque con dos lados se pueden formar infinitos triángulos.

En este momento la profesora retoma la propiedad enunciada a partir de la tarea 1 para fundamentar el planteo de los alumnos. La docente en este caso apunta a un modo de pensar propio del saber geométrico, dado que la validación de la afirmación se apoya en propiedades ya trabajadas. Si bien se trabaja con una construcción que nos remite a una geometría intuitiva hay una intencionalidad didáctica de poner en juego conocimientos geométricos.

P: claro, se acuerdan que en la primer actividad que hicimos, habíamos dicho que con dos segmentos cuántos triángulos se podían construir?
A (clase): infinitos…
P: y por qué eran infinitos, se acuerdan?
A: porque hay distintos grados de inclinación
P: inclinación de qué?
A: del ángulo

La docente, en este caso hace uso de la propiedad geométrica porque se presenta explícitamente en la discusión. Se pretende que los estudiantes tomen como objeto de reflexión los datos dados en el primer mensaje. En la puesta en común la docente trae a la clase la discusión planteada al interior del grupo receptor porque los estudiantes hacen uso de propiedades geométricas para fundamentar el pedido de un dato específico. Validan el pedido a partir de una propiedad y no de una representación gráfica.

P: del ángulo, bien, de qué ángulo?
A: del ángulo que forman los dos segmentos
P: exactamente, muy bien, pero ustedes les preguntaron algo? Les dijeron, con dos segmentos se pueden construir infinitos triángulos, y les mandaron una pregunta
A: cuántos grados mide el ángulo que forman los dos segmentos
P. claro, y entonces les contestaron
A: nosotros les contestamos 155º
P: y entonces que pasó, les coincidió?
A: si, había coincidido
P: si son congruentes, entonces, en definitiva, qué datos dieron, para que sean congruentes los triángulos?
A (varios). Los dos lados y la medida del ángulo
P: **qué ángulo**?
A: el que forman los lados, el que forman los segmentos

Nuevamente el acento está puesto, en la discusión, en que debe especificarse el ángulo considerado, reiterando como con el grupo anterior que debe ser el determinado por los dos lados que se dan como datos. Se pone de manifiesto que no es intención del docente generar una discusión respecto a qué ocurre si el ángulo considerado no es el determinado por los lados dados, es probable que esto no formara parte de su planificación inicial y por tanto no orienta la discusión para generar un nuevo problema.

Grupo 2
Mensaje: *"el siguiente de uno, aumentado a la raíz de nueve, aumentado la mitad de una unidad. El doble de media docena. La abertura es menor a 119 y mayor que 115, es un número impar"*

Haciendo referencia a la cuestión que aparece en el mensaje sobre la amplitud del ángulo la docente pregunta: Bien, y qué número es?
A: 117
P: 117º, bien.

Los estudiantes discretizan la medida del ángulo, Mántica y Carbó (2013) sostienen que:
Otro conflicto que se evidencia es que la noción de unidad de medida es tan fuerte que no les permite a los estudiantes considerar sus partes. El trabajo con los grados como unidad de medida imposibilita, a los alumnos, considerar a la medición como un proceso continuo, pues aún está ausente en ellos el significado entre las transiciones de: grados-radianes-reales. (50)

La docente decide obviar la cuestión de la continuidad en la medida, si bien cuando se planteó la tarea 1, se abordó esta problemática.
La profesora continua diciendo El triángulo que ellos hicieron con el de ustedes, qué pasó? Coincidían?, fueron congruentes?
A: Si…si, estaba bien
P: estaba bien, si estaba bien, ahora yo les pregunto, ustedes dan dos lados y después dicen la abertura, a qué se refieren con abertura?
A: no, era el ángulo
P: ah, era el ángulo, **pero qué** ángulo se refería, al que forman los segmentos?
A: al que forman los segmentos.
P: ah, bueno, por que fíjense, acá no aclara dice la abertura, porque para ustedes la abertura es ángulo, pero no aclaran que ángulo, se entiende. Entonces, la abertura se referían ustedes al ángulo que forman los dos segmentos
A: si
P: y ellos entendieron lo mismo, porque lo dibujaron exactamente igual, y coincidieron los triángulos, bien, bueno entonces, recapitulando, Qué datos dieron?
A (clase): dos lados y el ángulo
P: dos lados y el ángulo comprendido entre los dos lados, y que pasó con los triángulos?
A: (clase) fueron congruentes

Los estudiantes consideran implícitamente, que es el ángulo que forman los lados, a pesar que esto no aparece en el mensaje, en definitiva agregan al mensaje un dato que no aparece. No se ponen en juego los conocimientos geométricos que disponen los estudiantes como el modelo que permite resolver las cuestiones, que se presentan en el problema, ligadas al espacio físico. Probablemente consideran el ángulo comprendido aunque no se explicite, por una cuestión ligada a los instrumentos que poseen para la construcción, la "necesidad" de resolver el problema y el hecho de trabajar generalmente con problemas con solución única.

Grupo 4
Mensaje *"para construir nuestro triángulo necesitan formar un ángulo de 130º y que dos de sus lados midan 5,5 centímetros"*

Luego que el grupo lee el mensaje la docente dice: Aclara que ángulo es?

Después de esto comienzan a trabajar sobre el ángulo a considerar

A: no, no aclara
P: no aclara que ángulo es, que es el ángulo que forman los dos lados
A: pero dice de sus lados y yo entiendo que son los lados del ángulo
P: y que dos de sus lados,… puede ser otro ángulo del triángulo
A: si, pero como mencionaba el ángulo…

P. si pero vos lo entendés, es una cuestión de interpretación, porque podrían haber tomado otro ángulo ustedes chicos, si? Justo coincidió, que tomaron ese ángulo y que los triángulos quedaron congruentes. Porque cuando tengo un triángulo cuántos ángulos tengo?
A: tres ángulos

Nuevamente el docente toma la decisión de no considerar el caso que los datos sean dos lados y un ángulo cuando este no es el determinado por los lados dados. Establece no utilizar el planteo de la clase como productora de nuevos problemas, tal sería el caso de analizar qué ocurre cuando los datos son dos lados y un ángulo que no es el que estos determinan.

P: tres ángulos, en particular, ustedes tomaron un ángulo que es justamente…, a ver , acá está el triángulo, acá el lado de 5,5, acá el lado de 5,5 y cuál es el ángulo de 130º
A: el que forman los lados
P: el que forman los dos lados, pero podrían haber tomado otro, acá, se entiende lo que les digo?
A: si tomaba otro, no daría igual
P: y, no daría igual. Entonces, que podemos concluir?, cuando resultaron congruentes los triángulos? Cuando pedimos qué?
A: si le damos dos lados y el ángulo que formaban esos lados

El docente remarca que el ángulo a considerar es el determinado por los lados dados, dando por supuesto que si no es así el triángulo obtenido no es congruente al dado. El hecho que se asuman o no ciertas cuestiones para debatir colectivamente depende del valor y la cabida que éste decide darle en el marco del problema. Una de las razones por las que suponemos el docente no tomó este caso para proponerlo en el debate de la puesta en común, es que le resulta difícil "sobre caliente" encontrar una fundamentación matemática adecuada a los conocimientos de sus alumnos

P: bien, eso vamos a escribir, se acuerdan como escribimos la otra vez
A: si, dos triángulos tenían los tres lados iguales eran congruentes
P: a ver, bien, si yo tengo dos triángulos con los tres lados respectivamente congruentes son congruentes, bien, vamos a escribir ahora

Enuncian el criterio de congruencia de triángulos.
P: si dos triángulos tienen dos lados y el ángulo comprendido iguales son congruentes.

Consideramos que, en este caso, se hace hincapié en la observación y comprobación sobre los dibujos, más que en las propiedades con las que se cuentan para validar las afirmaciones. Se desconoce al alumno como productor de nuevos problemas, no cuestionando sus afirmaciones y profundizando las dudas.

REFLEXIONES

En relación a lo acontecido en la clase, podemos decir que el debate generado por el docente desvía, oculta el análisis de dominio de la variable, que en este caso sería: cuál es el ángulo considerado, si debe o no especificarse en el mensaje, qué ocurre si el ángulo no es el determinado por los dos lados dados. Sadovsky (2005) sostiene que las decisiones que el docente toma sobre la marcha en general están orientadas por su proyecto de trabajo.
La actividad matemática del docente se refiere fundamentalmente a la reconstrucción de los procesos de validación adaptados a los conocimientos de los alumnos, lo que supone para el

docente una reorganización de sus propios conocimientos. El docente aprende matemática cuando piensa cómo se fundamentan los problemas teniendo en cuenta qué saben los alumnos (79).

Hay como un telón de fondo, en la discusión, vinculada a las posibles soluciones del problema perdiendo, la posibilidad del análisis respecto a la existencia y al número de soluciones según el ángulo que se tome.

Cuando los datos que se proporcionan son sólo dos lados del triángulo los alumnos hacen referencia a lo trabajado en la tarea1, expresando que con estos datos pueden construirse infinitos triángulos. Broitman & Itzcovich (2003) sostienen que iniciar al estudiante en un modo de pensar propio del saber geométrico supone

poder apoyarse en propiedades de los objetos geométricos para poder anticipar relaciones no conocidas o inferir nuevas propiedades. Es decir, realizar un proceso de anticipación sobre los resultados a obtener sin necesidad de realizar acciones empíricas y sin apoyarse exclusivamente en la percepción. (303-304)

Al plantear que dados dos lados y el ángulo comprendido la solución del problema es única, es decir es posible construir un triángulo igual al realizado por el grupo emisor, puede tomarse lo trabajado en la actividad que permitió enunciar la desigualdad triangular de los lados de un triángulo.

Los alumnos pueden acceder al encadenamiento deductivo aceptando propiedades intermedias que no hayan demostrado. En este último caso la decisión didáctica es la de generar condiciones que posibiliten poner tempranamente al alumno en contacto con el razonamiento deductivo. (…) se trata de “atrapar” la estructura deductiva y, para hacer esto posible, de renunciar a un formalismo cuya única función en cierto momento de la escolaridad sería alejar a los alumnos de producir ellos mismos conocimiento matemático basado en la deducción. (Itzcovich, 2005, p.47)

Sin embargo, puede observarse que el docente no hace referencia a esto y enfatiza en la puesta en común, para que el triángulo construido sea igual al dado debe considerarse el ángulo determinado por los dos lados.

La necesidad de fundamentar con la utilización de propiedades se presenta cuando los datos dados no son suficientes para construir el triángulo. Si los datos permiten la construcción, esto obstaculiza un análisis geométrico sobre la solución del problema.

Otra cuestión, no prevista, que aparece en la discusión es la discretización de la medida que realizan los estudiantes lo que tampoco es analizado por el docente, si bien cuenta con elementos trabajados por la clase en una actividad anterior que permitiría poner en discusión este tema. Como se plantea en Mántica & Carbó (2013), se manifiesta en los alumnos un problema con la unidad de medida, dado que

desconocen o se resisten a trabajar en el sistema mixto (sexagesimal y decimal) de medición de ángulos, es decir, no pueden reconocer que la amplitud de un ángulo puede expresarse como una parte entera en grados sexagesimales y las partes conmensurables.(p.47)

Consideramos que esto puede verse potenciado por los elementos de geometría con los que trabaja el alumno, dado que la división menor con la que cuentan en sus transportadores es el grado sexagesimal.

Observamos que si los datos que se encuentran en los mensajes contienen dos lados del triángulo y un ángulo, es más simple para la construcción, utilizando los elementos de geometría, considerar que el ángulo dado es el comprendido entre ellos. Por esta razón, en general, no se plantean los estudiantes, que el ángulo pudiera tener como vértice el extremo de sólo uno de los segmentos dados“la atracción perceptiva de ciertos aspectos del dibujo obstaculiza un análisis geométrico adaptado a la solución del problema escondiendo, por contraste combinaciones de partes de la figura útiles para la solución” (Laborde & Vergnaud, 1997, p.96). Esto puede contribuir también a que no se presente la discusión cuando el ángulo

no es el determinado por los segmentos dados, situación que habilitaría al docente a promover entre los estudiantes "la búsqueda de propiedades que le permitan decidir la validez o invalidez de lo que se ha conjeturado" (Itzcovich, 2005, p.29).
No obstante los estudiantes de la escuela secundaria deben realizar la transición entre el trabajo experimental y el deductivo, Itzcovich (2007) sostiene que "para que los alumnos entren en un trabajo argumentativo, habrá que ofrecerles situaciones didácticas, adecuadas al nivel de su escolaridad, que les muestren la insuficiencia de lo experimental como criterio de validación" (173-174).Si bien en la propuesta se pretende trabajar lo deductivo, en un primer momento se realiza un trabajo experimental lo que no debería ser un obstáculo para que los estudiantes ingresen en el trabajo argumentativo.
Esta propuesta permite al docente iniciar a sus estudiantes en el trabajo con el razonamiento deductivo, haciendo evidente el límite de lo experimental en el momento de argumentar sus afirmaciones
Creemos que hay un modo de estudiar geometría que permite que los alumnos desarrollen un modo de pensar propio de la matemática, que sólo existe si la escuela lo provoca y al que creemos que todos los alumnos tienen derecho a acceder. Es la relación con el saber lo que está en juego. (Itzcovich, 2007, p.171).
Podemos decir que en el transcurso de las interacciones entre los estudiantes y entre el docente y los estudiantes se proponen cuestiones que apuntan a trabajar los conocimientos geométricos que, en algunos casos son tomados por el docente. Tal es el caso de recuperar la propiedad triangular de los lados de un triángulo para fundamentar la falta de datos en el mensaje, cuestión que es dejada de lado para el caso en que se plantea si son congruentes o no los triángulos que se obtienen si los datos que se brindan son dos lados y un ángulo que no es el comprendido.

REFERENCIAS

- Broitman, C. & Itzcovich, H. (2003) Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza. En M. Panizza, (Comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas.* (pp. 289-326). Buenos Aires: Paidós.
- Itzcovich, H (Coord.) (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Itzcovich, H (Coord.) (2007) *La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: AIQUE Educación.
- Laborde, C & Vergnaud, G. (1997). El aprendizaje y la enseñanza de la matemática. Ejemplos ilustrativos. En G. Vegnaud (Comp.). *Aprendizajes y Didácticas: ¿Qué hay de nuevo?* (pp. 89-104). Buenos Aires: Edicial.
- Mántica, A. & Carbó, A. (2013). Interacciones en el aula de secundaria acerca de la dualidad infinito actual infinito potencial en un contexto geométrico. En *Educación Matemática* 25 (3) México: SOMIDEM. 27-55
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

ANEXO I

Tarea 1: Objetivo: Enunciar la desigualdad triangular.

Problema 1:

a) Dados estos dos segmentos, usando la regla no graduada y el compás, construye un triángulo:

b) Construye otro triángulo distinto al anterior con esos mismos dos lados.
c) ¿Cuántos triángulos diferentes se puede construir? ¿Por qué?

Problema 2:

a) Construye, si es posible, un triángulo que tenga estos segmentos como lados. Usa el compás y la regla no graduada.

b) Construye, si es posible, un triángulo que tenga estos dos segmentos como lados. Usa el compás y la regla no graduada.

c) Construye, si es posible, un triángulo que tenga estos segmentos como lados. Usa el compás y la regla no graduada.

Problema 3:

a) A continuación se proponen medidas de segmentos. Decidan en cada caso si con ellas se puede o no construir un triángulo.
3 cm, 2 cm, 1 cm
8 cm, 12 cm, 5 cm
8 cm, 4 cm, 4 cm
7 cm, 1cm, 2 cm.

b) Con estos segmentos no es posible construir un triángulo: 8cm, 3cm, 2 cm. ¿Qué explicación darían de por qué no se puede?

Al finalizar esta actividad el docente institucionaliza la desigualdad triangular de los lados del triángulo.