EX 03

MODELIZACIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS: RELATO DE UNA EXPERIENCIA A PARTIR DE UN LABORATORIO DE HIDRODINÁMICA

Cristian Alexander, Glusko – María Isabel, Lujan

Colegio de la UNLPam.
9 de julio 149 - Santa Rosa (L.P.)
cristianglusko@gmail.com

Palabras Clave*:* Modelización, función Cuadrática, actividad de laboratorio, nuevas tecnologías.

RESUMEN

En este trabajo se presenta la descripción de una experiencia llevada a cabo en el colegio de la UNLPam, durante los años 2012 y 2013 con alumnos de 4° año de ambas divisiones en el espacio curricular matemática en conjunto con el auxiliar docente de física. La propuesta fue una experiencia de modelización para la consolidación del contenido curricular función cuadrática a partir de una actividad de laboratorio de hidrodinámica.

INTRODUCCIÓN

La difícil tarea de motivar a nuestros alumnos, la inmediatez y el encanto de las nuevas tecnologías, sumado a frases de los alumnos como: "¿para qué sirve esto?" que suelen plantearnos, nos hace pensar como docentes, en la necesidad de encontrar otras alternativas relevantes para alcanzar mejores resultados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
Estas problemáticas hicieron pensar a la docente de la cátedra de Matemática de 4° Año del Colegio de la UNLPam de Santa Rosa, La Pampa, en como se podría abordar el tema función cuadrática desde una perspectiva distinta o al menos que los alumnos pudieran ver aplicaciones mas concretas y su importancia en la vida cotidiana, para que esto redundara en mejores rendimientos escolares.
Si bien la docente plantea en su práctica situaciones con enunciados ricos en contexto, busco ir más allá y proponerle a sus alumnos una actividad de laboratorio que pudiese ser modelizada por una función cuadrática. La consulta se trasladó al auxiliar de laboratorio de física por ser esta una ciencia que utiliza modelos matemáticos, algunos muy sencillos, para comprender y predecir el comportamiento de diferentes fenómenos.
El trabajo mancomunado de la docente de la cátedra y el auxiliar permite brindar a los alumnos la posibilidad de modelizar un problema de la vida cotidiana, una de las prácticas pedagógicas con mayor tendencia actual en Educación Matemática que se viene reafirmando por presentar resultados positivos al ser utilizada en la enseñanza (Reid *et al,* 2010).
Con la modelización del fenómeno que detallaremos mas abajo, se busca propiciar que los temas trabajados en clase tengan mayor vinculación entre si, con otras áreas de conocimiento y aplicación en la vida cotidiana. Esta modelización permite a los alumnos desarrollar la observación, la formulación de hipótesis, el registro de datos y el análisis de variables que involucra un fenómeno conceptualizando sobre la naturaleza de este, observando e interviniendo directamente sobre él. La actividad también busca que los alumnos utilicen las

nuevas tecnologías, como pueden ser, las cámaras de los celulares para el registro de datos, actividad que minimiza enormemente los errores experimentales en variables que dependen del tiempo, así como también la utilización de programas de análisis como Geogebra.

LA EXPERIENCIA

La experiencia se planifica y ejecuta con la intención de trabajar un contenido curricular desde la perspectiva de la modelización como estrategia de enseñanza. El contenido a trabajar es la función cuadrática no como introducción al tema sino como estrategia de consolidación.
Se plantea a los alumnos un caso particular del teorema de Bernoulli, una adaptación de la experiencia de Torricelli para fluidos ideales.
Los alumnos deben hipotetizar sobre el comportamiento que describe el desagote de un recipiente cilíndrico abierto a la atmósfera por un orificio lateral inferior y de menor tamaño. La tarea de hipotetizar se utiliza como herramienta para poner en juego sus conocimientos físicos y matemáticos en un proceso de modelización propiciando un aprendizaje significativo.
Luego de la formulación de las hipótesis se les presenta una guía de trabajo práctico de laboratorio (**Cuadro I**), que permite hallar una función que describe como se comporta la variable "nivel de agua" del recipiente, con respecto al "tiempo". Luego de leer la guía, los alumnos tienen que contestar una serie de preguntas en relación a: a) cuales son la variables que intervienen, b) cómo las representarían en un gráfico, c) qué factores influyen a la hora de realizar mediciones. La propuesta didáctica fue puesta en marcha en el año 2012, con una muestra de 60 alumnos, y en el año 2013 con una muestra semejante.

Trabajo práctico de laboratorio

Objetivo:

- Identificar variables.
- Medir una variable que depende del tiempo.
- Utilizar el programa Geogebra para hacer un análisis de los datos obtenidos.
- Hallar una función que describa la forma en que se desagota un depósito cilíndrico con un agujero en la parte lateral inferior.
- Analizar diferentes parámetros de la función.
- Utilizar la cámara del celular para la obtención de datos.

Materiales:

Provistos por los profesores:

- Recipiente cilíndrico con un agujero en la parte lateral inferior y escala lateral graduada.
- Recipiente para recoger el agua desalojada por el orificio.
- Agua con colorante de contraste

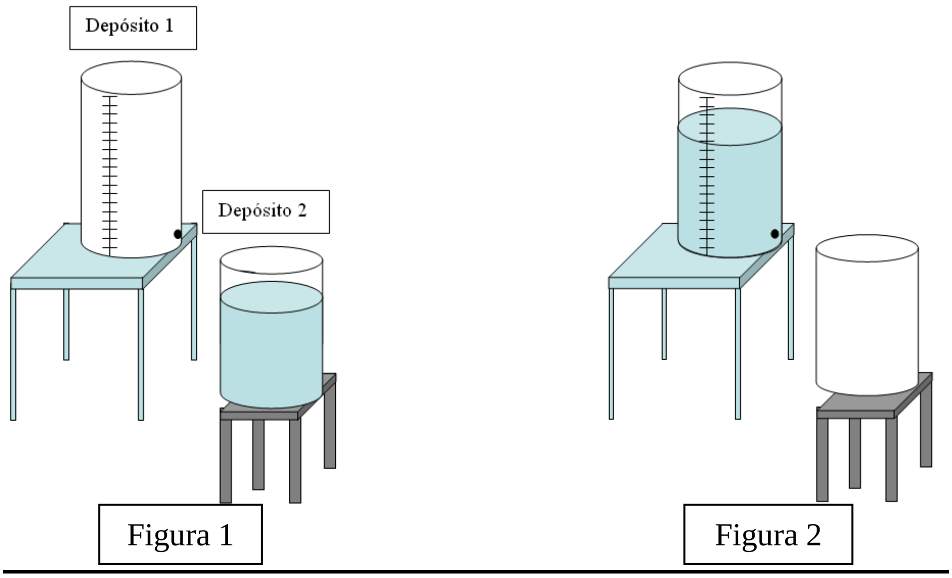
Solicitado a los alumnos:

- Celular con cámara de video.
- Regla, lápiz, goma y hojas milimetradas.
- Computadora con programa Geogebra

Armado del experimento 1:

1. Coloquen el depósito que tiene el orificio (depósito 1) sobre el borde de la mesa.
2. Coloquen el depósito que va a contener el agua mientras sale por el orifico (el que ahora tiene agua, depósito 2) sobre una silla. (figura 1)

3. Tapen el agujero lateral del depósito 1 y llénenlo hasta la última marca superior con el agua del deposito 2.
4. Ubiquen nuevamente el depósito 2 sobre la silla. (figura 2)



Registro de los datos

Para registrar los datos vamos a filmar un video con la ayuda de la cámara de los celulares. Luego, este video, nos permitirá ir controlando como transcurrió el tiempo a medida que bajó el nivel del agua y así poder completar una tabla para cada sistema de referencia utilizado.

División de las tareas:

a. Alumno 1: será el que tenga el celular preparado para filmar la escala y el nivel de agua y dirá cuándo arrancar.
b. Alumno 2: será el encargado de destapar el orificio cuando el alumno 1 lo indique.

Tiempo (s)	Nivel (cm.)

Tiempo (s)	Nivel (cm.)

Tablas para el registro de los datos

En un mismo sistema de ejes cartesianos, y en hoja milimetrada, realicen los gráficos correspondientes y respondan:

1. ¿Qué forma tienen los gráficos?
2. ¿Podrían identificar la gráfica obtenida para cada tabla?
3. ¿Corresponde al de alguna de las funciones que conocen? ¿En caso afirmativo a cuál?

CUADRO I: Guía de Experiencia de Laboratorio

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Realizados los gráficos en lápiz y papel, con los puntos ordenados obtenidos, surge la duda de si la línea que los une representa una función lineal o una de las ramas de una cuadrática. Los docentes proponemos hacer un análisis más detallado a partir de programas como el Geogebra.

Para el análisis de los gráficos obtenidos en lápiz y papel y con Geogebra (ver los ejemplos en las figuras 1 y 2), se elaboró una serie de consignas que tienden a analizar diferentes características de las funciones obtenidas (dominio, imagen, ordenada al origen, raíces, etc.).

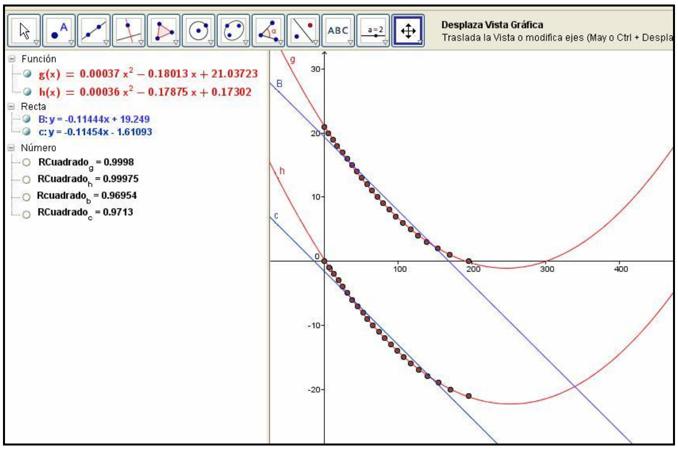


Figura 1: Ejemplo de gráficos obtenidos con Geogebra. Mismo recipiente, diferentes sistemas de referencia.

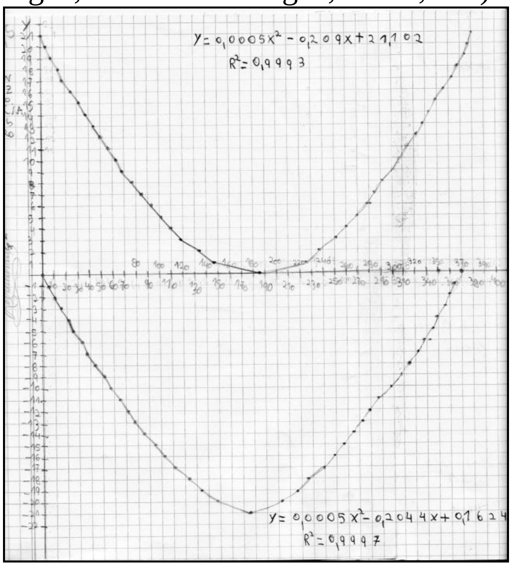


Figura 2: Ejemplo de gráficos en lápiz y papel. Mismo recipiente, diferentes sistemas de referencia.

Al comparar los ajustes lineales y cuadráticos para casa serie de puntos, se observa que el modelo cuadrático es mejor (así también lo muestran los R^2 calculados) pero surge la necesidad preguntarles qué significado tienen las ramas derechas de cada parábola. Se rescata la idea de que el modelo sólo tienen sentido para los valores de la rama izquierda del ajuste cuadrático y que si bien a partir de la función obtenida se puede graficar la rama derecha (en la figura 2 se completo ésta rama a partir de la expresión obtenida con Geogebra), esta no tiene un sentido físico. Un análisis similar se podría hacer con el ajuste lineal pensando qué sentido tiene la recta luego de terminado el desagote.

Otro análisis que hacemos para reforzar el ajuste cuadrático, es pensar en la interpretación física de cada uno de los coeficientes de las expresiones algebraicas obtenidas. Si el ajuste lineal fuera el mejor, tendríamos un desagote con velocidad constante, lo cual es una de las primeras cuestiones que observan que no es así (el nivel de agua baja mucho mas rápido al comienzo de la experiencia que al final de ésta). Observando las expresiones algebraicas para los ajustes cuadráticos podemos darle otro sentido a cada coeficiente. El coeficiente cuadrático representa la aceleración, cuyo valor es positivo, el coeficiente lineal representa la velocidad inicial, en este caso negativa por como se tomo el sistema de referencia y el termino independiente representa la el nivel inicial de agua. Este último coeficiente es el más notorio para los alumnos en tanto y en cuanto ellos eligen de que nivel de agua partir.

A MODO DE CIERRE DE LA EXPERIENCIA

Para extender el modelo matemático a otras situaciones de la vida cotidiana, se realiza una actividad que consiste en la proyección de un Power Point para mostrar la aplicación en el diseño de centrales hidroeléctricas a partir del teorema de Torricelli. Además, se muestra la una representación del fenómeno con el programa “Modellus” (ver figura 3) a partir de la expresión matemática que describe este fenómeno:

$$H(t)=\frac{1}{2}.g.R_r.t^2-\sqrt{2.g.h_i.R_r}.t+h_i \tag{1}$$

Donde:
g es la aceleración de la gravedad.
h_i es el nivel del agua inicial.
R_r es un factor que depende de los radios del recipiente, según la expresión:

$$R_r=\left(\left(\frac{R}{r}\right)^4-1\right)^{-1} \tag{2}$$

Donde:
R es el radio de la “boca” del recipiente.
r el radio del orificio lateral.

Cabe aclarar que la expresión (1) sólo es valida para fluidos ideales ya que es un caso particular del teorema de Bernoulli y para recipientes cilíndricos. Por la complejidad que suponen las expresiones (1) y (2) para los alumnos, éstas no se analizan.

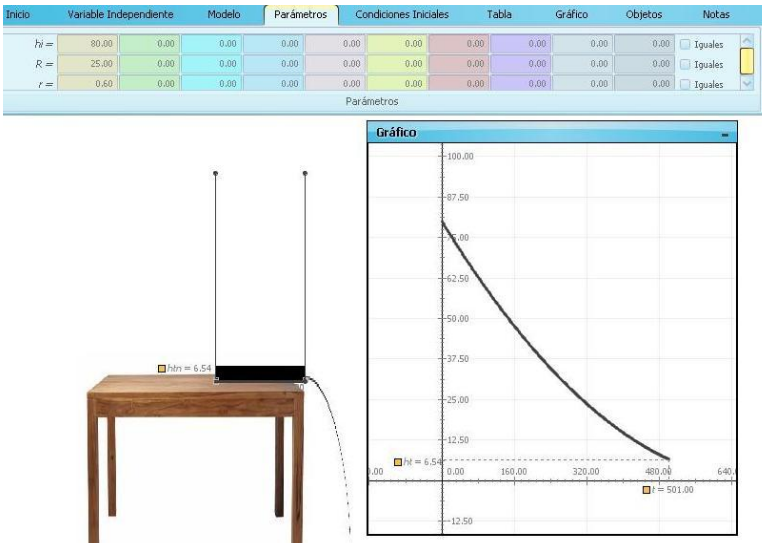


Figura 3: Simulador construido con el programa Modellus para representar el fenómeno.

LOS TIEMPOS DE LA EXPERIENCIA

Cabe destacar que la realización de toda la experiencia lleva un mínimo de tres clases. La primera clase es en la cual se divide al curso en dos grupos de 15 alumnos cada uno y realiza la experiencia en subgrupos de 5 integrantes, esto demora unos 40 minutos por grupo. Mientras uno de los grupos de 15 alumnos realizan la experiencia, los restantes realizan actividades prácticas en el aula. La segunda clase es en la cual utilizamos el Geogebra para realizar los ajustes lineales y cuadráticos, obtener las funciones, completar los cuadros en

lápiz y papel con las ramas derechas y hacer un análisis de los coeficientes del modelo. La tercera clase es la de cierre en la cual mostramos el Power Point y la representación del fenómeno a partir del programa Modellus.
Cabe aclarar que el colegio de la UNLPam, cuenta con auxiliares de laboratorio de física y química a disposición de los docentes y los alumnos con un amplio margen de horario de permanencia en la institución, lo cual lo vuelve un recurso muy valioso a la hora de hacer experiencias de laboratorio. En esta experiencia en particular, la presencia del auxiliar, no solo permite articular los temas entre la matemática y la física sino que también permite el desdoblamiento de los cursos en comisiones para poder trabajar sólo con 15 (quince) alumnos por vez.

CONCLUSIONES.

Como resultado de la aplicación de éste modelos de enseñanza y aprendizaje para trabajar un contenido curricular pudo observarse que los alumnos se mostraron motivados a la hora de tener que realizar mediciones de un fenómeno que en la mayoría de los casos conocen o intuyen.
La implementación de la cámara del celular para el registro de datos se volvió un recurso facilitador de la práctica ya que requiere menos coordinación entre los alumnos que registran los datos y minimiza los errores experimentales.
La utilización del programa Geogebra para la representación de los datos y la obtención de las expresiones matemáticas fue indispensable para realizar un mejor análisis del fenómeno estudiado.
El realizar la experiencia a partir de dos sistemas de referencia distintos y por pequeños errores experimentales, los alumnos pueden obtener funciones cuadráticas con dos raíces, una o ninguna lo cual permite también hablar de los errores en las mediciones y la necesidad de ser lo mas precisos posibles.
El cierre a partir de la presentación de Power Point y con el programa Modellus ayudo a modelizar el fenómeno e integrar los contenidos de física a partir de analizar la importancia de los coeficientes del modelo.
Preparar la actividad completa fue una tarea que llevo meses de preparación ya que se debe encontrar una relación entre el tamaño del recipiente cilíndrico y el orificio lateral que permita el registro de datos y su fácil interpretación para inexpertos en este tipo de análisis. Además, considerábamos que era indispensable para la consolidación del tema abordado, planificar muy bien cada actividad de manera que cada una en si misma tuviera una introducción, un desarrollo y un cierre.

REFERENCIAS.

- Libii, N. J. (2003). Mechanics of the slow draining of a large tank under gravity. Am. J. Phys. 71 (11). Disponible en: http://users.df.uba.ar/sgil/labo5_uba/guias/lock_in_2k3.pdf, (1-4).
- Reid. Marisa, Etcheverry, N., Roldán, M. & Gareis, M. I. (2010). Modelización Matemática en el aula: Relato de una experiencia. III REPEM. Facultad de ciencias exactas y naturales, UNLPam. EdUNLPam. Santa Rosa, La Pampa.
- Resnick, R. Halliday, D. & Krane, K. S. (2005). *Física vol. 1 5° adición*. CECSA, México.
- Sadovsky, P. (2005). Enseñar Matemática Hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Libros del Zorzal.