EX 01

ARCO CAPAZ. RELATO DE UNA PRÁCTICA DOCENTE

Mercedes Astiz, Carolina Vivera, Perla Medina & Guillermo Valdez

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Nacional de Mar del Plata
Mar del Plata
mastiz@mdp.edu.ar, cvivera@mdp.edu.ar, pmedina@mdp.edu.ar, gvaldez@mdp.edu.ar

Palabras Clave: Geometría, Arco Capaz, Resolución de Problemas.

RESUMEN

Se presenta el relato de una experiencia realizada sobre el tema Arco Capaz basada en una secuencia de problemas con apoyo del programa Geogebra. Esta secuencia se puso en práctica en un Taller de Geometría propuesto, con horas institucionales, por una escuela privada de la ciudad de Mar del Plata. A este taller asistieron 18 (dieciocho) alumnos de quinto año del nivel secundario. Para su desarrollo se utilizó una metodología de aula taller con trabajo en pequeños grupos. Se enuncia la secuencia de problemas utilizados y se relatan los resultados observados por los docentes que participaron.

INTRODUCCIÓN

"Está claro que no podemos esperar que nuestros alumnos descubran en un par de semanas lo que la humanidad elaboró tal vez a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes muy brillantes. Pero es cierto que la búsqueda con guía, sin aniquilar el placer de descubrir, es un objetivo alcanzable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas".

Miguel de Guzmán

"Durante la segunda mitad de este siglo, la geometría parece tener una pérdida progresiva de su posición formativa central en la enseñanza de las matemáticas de la mayoría de los países. Este decaimiento ha sido tanto cualitativo como cuantitativo" (Villani, 1994). "Numerosos trabajos destacan la postergación que sufre esta rama de la matemática en las escuelas, a favor de la enseñanza de otros tópicos de la aritmética en primaria o de la aritmética y del álgebra en secundaria, los cuales ocupan el mayor tiempo de la enseñanza matemática escolar", como también…"fue desapareciendo de los cursos de formación docente y de los planes de estudio de cualquier carrera universitaria" (Santaló, 1955). Bressan et al. (2010) mencionan dos posibles causas, "la falta de conciencia de los usos de la geometría en la vida cotidiana y de las habilidades que ella desarrolla por su naturaleza intuitiva-espacial y lógica", y "la inseguridad manifiesta en el dominio de conceptos y procedimientos de esta rama de la matemática."
Sin embargo los estándares y diseños curriculares para educación matemática obligatoria revalorizan la geometría recomendando su incorporación con un enfoque más dinámico y funcional. Debe orientarse al "desarrollo de habilidades específicas, como lo es el desarrollo de la imaginación espacial, determinante en la comprensión, asimilación y validez de los

conocimientos. Sin duda las nuevas tecnologías, con herramientas como los software de geometría dinámica, sin sustituir los medios tradicionales, colaboran en este sentido elevando la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje" (Güichal, et al., 2013). Un asistente geométrico permite realizar construcciones geométricas, visualizar los problemas, encontrar relaciones entre los objetos, modificar las posiciones de los mismos, hallar lugares geométricos, etc. Pero el principal atractivo de los programas de geometría dinámica, desde un punto de vista matemático, es que permiten hacer conjeturas, avanzar en resultados que luego, por supuesto, habrán de ser probados.

En el presente trabajo describimos una experiencia áulica sobre el tema Arco Capaz, basada en una secuencia de problemas con apoyo del programa Geogebra. Se desarrolló en un Taller de Geometría propuesto, con horas institucionales, por una escuela privada de la ciudad de Mar del Plata. La secuencia de problemas fue diseñada por los autores de esta presentación; dos de ellos la llevaron adelante en el aula, uno como colaborador y el otro como responsable de la clase. Para el diseño se utilizó como base, realizando luego adaptaciones, bibliogafía clásica como Curso de Geometría Métrica (Puig Adam,1961), Fundamentos de geometría (Coxeter, 1971), entre otros.

El grupo de alumnos estuvo conformado por 18 (dieciocho) estudiantes de quinto año de nivel secundario, con una instrucción matemática que permite trabajar temas con un nivel de medio a alto con respecto al común de las escuelas. Los alumnos asistentes tienen experiencia con Geogebra, muchos de ellos asisten con netbooks y están acostumbrados a trabajar en matemática con metodología de aula taller. Para esta experiencia se conformaron 5 (cinco) grupos de trabajo de no más de 4 (cuatro) alumnos.

La experiencia aúlica

El tema propuesto es "El Arco capaz" y para abordarlo se contó con contenidos previos adquiridos como "ángulos, triángulos, circunferencia, puntos y rectas notables del triángulo, ángulos en la circunferencia"**.**

El tiempo destinado para trabajar los problemas propuestos fue de 3 (tres) encuentros de dos horas reloj cada uno y se trabajó con una modalidad de aula taller en pequeños grupos.

Para el desarrollo de la misma se plantearon los siguientes objetivos particulares:

- Reconocer el arco capaz como un lugar geométrico.
- Deducir los distintos métodos para trazar el arco capaz.
- Construir el arco capaz correspondiente a un ángulo sobre un segmento determinado.
- Utilizar figuras de análisis para resolver problemas de construcciones geométricas.
- Aplicar las propiedades de los ángulos en una circunferencia y el arco capaz para resolver problemas.
- Utilizar el Geogebra para la formulación de conjeturas.

Problemas Propuestos

1. Construye con regla y compás un triángulo conociendo un lado "a" y el ángulo opuesto α. ¿cuántos triángulos puedes dibujar?
2. Realiza la misma construcción anterior pero ahora el lado está en una posición fija. ¿Cuántos triángulos puedes dibujar con esta restricción?
3. Reproduce la construcción del problema anterior con Geogebra. Considerando que la posición del lado es fija mueve el vértice opuesto.
    a. Analiza lo que ocurre con el ángulo α.
    b. Activa el rastro del vértice A ¿qué puedes decir?

4. ¿Cómo determinarías todos los posibles vértices A, para construir todos los triángulos del que se conoce un lado y el ángulo opuesto?. Describe el método que has utilizado. Justifica y escribe el algoritmo de construcción. ¿Es único?
5. Crea en Geogebra una herramienta que trace el arco capaz de un ángulo α sobre un segmento "a" e incorpórala al menú disponible.
6. Construye un triángulo dados:
    a. Un lado, el ángulo opuesto y la altura correspondiente a este. (h_a, $\hat{A}$ y $\overline{a}$)
    b. Un lado, el ángulo opuesto y la mediana correspondiente al mismo. (m_a, $\hat{A}$ y $\overline{a}$)
7. **Problema de Pothenot:** El Problema de Pothenot (matemático francés - 1650-1732) consiste en hallar la posición de un punto utilizando como referencia la posición conocida de otros 3 a partir de los ángulos que el desconocido forma con ellos. Es equivalente a hallar la posición de un punto desde el que se ven dos segmentos dados bajo dos ángulos dados y puede resolverse por métodos gráficos o analíticos. La solución geométrica ya fue dada por Euclides hace más de 2000 años, se basa en el arco capaz.

En el siguiente mapa de Mar del Plata se han marcado los puntos
A: Asilo Unzué
B: Faro de Punta Mogotes
C: Baliza verde del acceso al Puerto de Mar del Playa (extremo de la escollera Sur)
Determina la posición de un barco en la costa marplatense que ve la distancia entre los puntos A y B en un ángulo α y la de B y C en un ángulo β.

Algunos resultados surgidos de la resolución de problemas

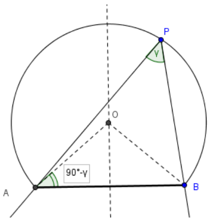
Problema 1: Todos los alumnos, que resolvieron el problema, construyeron el ángulo y luego trasladaron el lado posicionándose en cualquier punto de uno de los lados del ángulo y cortando al otro. La mayoría observó que en esa construcción había dos triángulos con las características solicitadas, y algunos menos se dieron cuenta que los triángulos era infinitos argumentando que podían pararse en distintos puntos del lado del ángulo para trasladar el lado dado.
Problema 2: El problema se complicó mucho con esta restricción. Solo un grupo de 3 (tres) alumnos logró una propuesta que consistió en: Sobre un extremo del lado dado trazo una

semirrecta cualquiera, sobre un punto de ella tomo el vértice del ángulo dato y lo traslado. Trazo una paralela a la semirrecta determinada al trazar el ángulo que pase por el otro extremo del lado. La mayoría de los alumnos contestaron que existían infinitos triángulos como el solicitado justificando que se había utilizado cualquier semirrecta para determinar el ángulo.

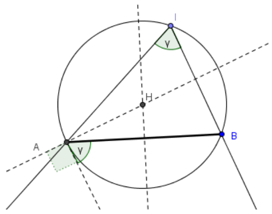
Problema 3a): Rápidamente observaron que el ángulo no modificaba su amplitud y a la hora de justificar hubo que inducir recordando lo conocido sobre ángulos determinados por rectas paralelas cortadas por una transversal.

Problema 3b): La conclusión surgió rápidamente. Todos los infinitos triángulos que existen con las características solicitadas tienen el tercer vértice en un arco de circunferencia. Se define Arco Capaz como lugar geométrico.

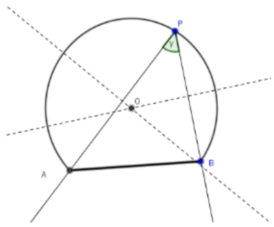
Problema 4: Este problema ocasiona dificultades, surgen pocas ideas, solo la construcción descripta en el problema 1, se insiste y se proponen los siguientes gráficos para analizar.



METODO 1



METODO 2



METODO 3

En todos los casos con ayuda, en base a preguntas y sugerencias, por parte de los profesores surgen las siguientes cuestiones:

- El **MÉTODO 1** es descripto entre dos grupos de alumnos. Observan que se basa en lo propuesto en el ejercicio 1 y ante la sugerencia de revisar como se obtiene el circuncentro, revisan sus apuntes de clase y proponen el trazado de las mediatrices.
- El **MÉTODO 2**. Se sugiere analizar ángulos de los triángulos rectángulos determinados por el central correspondiente. Surge del debate el resultado esperado “el circuncentro está deteminado por la intersección de la mediatriz (del lado) y el ángulo complementario al dado con vértice en un extremo del lado.
- El **MÉTODO 3**: Se advierte que esta construcción está basada en la anterior y solo pretende no trazar el ángulo complementario sino el ángulo dado. Surge de un grupo la idea de trazar el ángulo dado según marca la figura y para obtener el complementario se traza solo la perpendicular correspondiente.

De la discusión sobre la redacción de los tres algoritmos de construcción aparecen dificultades en la precisión del lenguaje. Se refuerza su importancia y se trabaja sobre el concepto de algoritmo.

Problema 5: La única dificultad que se presenta es la falta de experiencia en la construcción del arco capaz. Se reafirma la importancia de la buena redacción de un algoritmo trabajado en el problema anterior. Se practica la construcción y luego cada grupo selecciona el método que le parece más conveniente.

Problema 6: Estas dos construcciones llevan tiempo de reflexión. Se insiste sobre la importancia de una figura de análisis. Los alumnos que utilizan sus netbooks trabajan a prueba y error. En ambos casos la primera propuesta de construcción surge de los alumnos que se han concentrado en la figura de análisis. Los que descubren la existencia de dos posibilidades en cada construcción son lo que luego de socializada la estrategia la realizaron en Geogebra. El inciso a) resulto algo más sencillo que el b).

Problema 7: Generó entusiasmo y curiosidad, seguramente porque los lugares propuestos son muy conocidos por todos ya que pertenecen a puntos turísticos de la ciudad. La respuesta surgió de los grupos que utilizaban sus netbooks habiendo insertado la imagen en la hoja de trabajo.

ALGUNAS CONSIDERACIONES FINALES

La experiencia ha sido exitosa según los objetivos que se plantearon, el tiempo estimado fue suficiente para su desarrollo y el concepto fue aplicado correctamente en problemas posteriores que integraban otros temas, como por ejemplo "semejanza de polígonos".
Por otra parte, el grado de satisfacción de los alumnos fue notable, según su actitud en el desarrollo de los encuentros y los comentarios y opiniones sobre el trabajo realizado.
Para su réplica, debe tenerse en cuenta que esta modalidad puede llevarse adelante con grupos reducidos. Además, y a fin de sacarle el mayor provecho pedagógico posible, es importante que los docentes, antes de aplicar esta secuencia de problemas con sus alumnos, la experimenten en forma personal de manera que puedan tomar conciencia de los conceptos, propiedades y relaciones que surgen a cada paso, como de sus dificultades y riquezas.

REFERENCIAS

- Bressan, A., Bogisic, B. & Crego, K. (2010). Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar. Novedades Educativas. Buenos Aires.
- Coxeter, H. S. M. (1971). Fundamentos de geometría. México: Ed. Limusa.
- Güichal, E., Costes De Ponchiardi, C., Osio, E., Berardi, C., Facello, T. & Ferraris, E. (n.d.). La Enseñanza de la Geometría. Qué dar, qué no dar, qué mejorar. Recuperado el 11/5/14 de http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem08/memorias/comunicaciones/Trabinvest/C02.pdf
- Puig Adam, P. (1961). Curso de Geometría Métrica. Tomo I. Fundamentos (1961). Madrid: Ed. Biblioteca Matemática.
- Santaló, L.A. (1955). Geometría Proyectiva . Ed. Eudeba. Buenos Aires.
- Villani, V. (1994). "Perspectives en l´ensenyament de la Geometria pel segle XXI", documento de discusión para un estudio ICMI. Traducción: Víctor Hernández y Martha Villalba, PMME-UNISON. Febrero. 2001.