

T 12**UNA APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES CON GEOGEBRA: POSIBILIDADES DIDÁCTICAS QUE BRINDA LA INTEGRACIÓN DE LA VISTA CAS****Alejandra Almirón, Fernando Bifano, Leonardo Lupinacci****Centro de Estudios en Didácticas Específicas (UNSAM)
San Martín. Bs. As.
cede@unsam.edu.ar****Palabras clave:** Sistema de ecuaciones, GeoGebra, CAS, registros de representación.**RESUMEN**

Resolver sistemas de ecuaciones en la escuela suele ser una tarea que se presenta a los alumnos bajo una serie de técnicas que “permiten” encontrar su solución. Generalmente, estas técnicas se trabajan como un fin en sí mismas. Como corolario y a modo de estrategia de “verificación” se suele dar un “nuevo método” de resolución: el gráfico.

¿Cómo superar los obstáculos didácticos que se generan a partir de una propuesta fragmentada del saber? ¿Qué pueden aportar los Softwares de Geometría Dinámicos, y en particular el ambiente CAS? ¿Qué valor epistémico e instrumental adquieren las técnicas que se trabajan con software? ¿Resignifican el trabajo en lápiz y papel? A estos y otros interrogantes intentaremos aportar elementos teóricos para el debate y la reflexión didáctica en cuanto al potencial que guardan las tecnologías para la enseñanza de la matemática.

OBJETIVOS

Este taller se propone como espacio para discutir diferentes aspectos didácticos que se tornan relevantes a la hora de la enseñanza de la matemática con la intermediación de un software de geometría dinámica del tipo GeoGebra. En particular se considerarán las potencialidades que brinda la nueva versión que integra la vista CAS, al abordar la temática de los sistemas de ecuaciones.

A partir de una serie de *problemas dinámicos* (Bifano & Vilella, 2012) vinculados con los sistemas de ecuaciones se propondrá a los participantes reflexionar sobre cuestiones propias del quehacer matemático bajo estos entornos, enfatizando en los elementos devenidos de la diversidad de *génesis instrumentales* (Trouche, 2004) que se conjugan en la clase (la del docente, la de los alumnos, la del colectivo de la clase). Son objetivos específicos:

- Reflexionar sobre los efectos que produce en la enseñanza la exploración, con un software, de diversos sistemas de ecuaciones a partir del análisis de las variaciones de las ecuaciones involucradas.
- Comparar las resoluciones en distintos entornos (lápiz-papel, GeoGebra) usando como criterios el valor epistémico y valor instrumental (Artigue 1997) de las técnicas de resolución de sistemas.
- Caracterizar posibilidades y restricciones de manipulación de variables didácticas cuando se usan ciertos comandos y herramientas del software tales como: vista CAS, deslizadores, activa trazo, entre otros.
- Identificar potencialidades didácticas que emergen de la integración de diferentes

registros de representación.

DESTINATARIOS

Docentes, formadores de docentes y estudiantes del profesorado de matemática, con conocimientos básicos de GeoGebra o de algún software de características similares.

FUNDAMENTACIÓN

Los sistemas de ecuaciones suelen trabajarse en el nivel secundario enseñando métodos analíticos de resolución para luego “complementarlos” con la incorporación de la solución obtenida con el “método gráfico”. Esta manera de concebir las prácticas matemáticas fragmenta las posibilidades que tienen los alumnos de construir una mirada global de la asignatura que obstaculiza el reconocimiento de la complementariedad de las diferentes formas de representar una noción matemática.

Este taller trabajará sobre una serie de *problemas dinámicos* (Bifano & Villella, 2012) para estudiar la intersección de ecuaciones manipulando distintas partes de las mismas. Estos problemas, que pueden ser resueltos en lápiz y papel, abren una serie de cuestiones de interés didáctico cuando se resuelven con GeoGebra. La reciente incorporación de la vista CAS en el software, permite discutir el valor epistémico e instrumental de ciertas técnicas algebraicas naturalizadas en la clase de matemática (tal es el caso de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones). A su vez, potenciar el poder de conexión dinámico (intrínseco al software) para múltiples representaciones (Hohenwarter y Jones, 2007).

Un problema dinámico se constituye como tal por el tipo de relaciones que habilita a establecer el enunciado del problema frente a la tarea a la que son convocados los alumnos. Un problema es estático porque la tarea requerida es unívoca: hay que aplicar alguna técnica o método conocido para hallar la solución. (Por ejemplo, el remanido enunciado “Dado el siguiente sistema de ecuaciones, resolver...”)

Buscar las condiciones para que un sistema de ecuaciones tenga una solución, ninguna o muchas, es un tipo de tarea que invita a los alumnos a la exploración y al establecimiento de conjeturas para tratar de hallar la respuesta. En este sentido, las múltiples conexiones que habilita GeoGebra por la integración de las diferentes vistas que ofrece, encierra un potencial didáctico que posibilita otras oportunidades de reflexión sobre la naturaleza del trabajo matemático.

La inclusión de un artefacto en la clase -la computadora- genera modificaciones en varios de los aspectos que hacen a su desarrollo. Parafraseando a Balacheff (1994) asumimos que el trabajo bajo entornos informáticos produce modificaciones tanto en el tipo de problemas que se pueden proponer, como en el tipo de gestión de la clase que ello requiere. En este sentido, los aportes de Trouche (2004) sobre los procesos de *génesis instrumental* pueden orientar el debate y la discusión sobre las diferentes génesis instrumentales que confluyen en la clase (las individuales de los alumnos, las individuales del profesor, las colectivas de la clase).

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

Propondremos un acercamiento al tema a partir de algunos problemas dinámicos que involucran la utilización de diversos comandos del software; deslizadores, activa rastro y las diferentes vistas: CAS, algebraica y gráfica.

Primer problema: Una ecuación fija y una ecuación parametrizada

Escribir en la barra de entrada la ecuación de una recta. (En este caso no son importante los

valores que toman tanto la pendiente como la ordenada, pues dependerá en parte de los valores que se le asignen a los deslizadores.)

Introducir cada uno de los deslizadores (en la barra de entrada, se coloca por ejemplo $a=1$ y $b=1$; luego se ajusta los extremos en que puede variar cada uno de ellos) y se escribe la ecuación de una recta en función de los mismos. $y=ax + b$.

Manipular los deslizadores para analizar qué condiciones se obtienen distintos fenómenos: una intersección con la recta dada, ninguna intersección o que se superponga la recta con la dada.

Habilitar la vista CAS. Responder: ¿Qué diferencias existen entre la introducción mediante la barra de entrada de la ecuación o la escritura a través de la ventana CAS? ¿Qué sucede al resolver una de las ecuaciones? ¿Y al resolver ambas? ¿Qué oculta la resolución con el software? ¿Las formas de escritura en la barra de entrada y en la vista CAS son iguales? Estas son algunas de las preguntas que podrían hacerse.

Segundo problema: Tres ecuaciones parametrizadas

Para comenzar a ampliar la perspectiva sobre los sistemas de ecuaciones, proponemos una situación donde se trata de tres rectas que se intersecan. Dado que todas las ecuaciones están dadas en formas parametrizadas el propósito es analizar las diferentes condiciones que deben asumir los parámetros para tener variada cantidad de soluciones.

Algunas preguntas que pueden orientar la exploración para establecer las conjeturas podrían ser: *¿Qué pasa si dos rectas son paralelas? ¿Y si todas son paralelas? ¿Es posible que todas las rectas se intersequen en el mismo punto? ¿Qué debería “ver” en la ventana CAS y en la vista gráfica? ¿Son compatibles?*

Una posible variante podría ser considerar el rastro que pueden dejar las diferentes rectas y entonces, “abrir” la discusión a los sistemas de inequaciones y problemas de optimización.

Tercer problema: Una ecuación fija y el punto de intersección con otra función “oculta”

Una tarea poco habitual es dada una ecuación y la intersección, hallar la otra ecuación.

Se les da un archivo a los alumnos donde ya se visualiza una recta con un punto, que se identifica como el de intersección con otras funciones (lineales, cuadráticas, cúbicas, etc.). La recta dada tiene como ordenada al origen un deslizador. *La primera situación a explorar es mover esa recta a través del deslizador y observar qué pasa con el punto de intersección. ¿Es único? ¿Por qué podría ser que haya en algunos casos más de un punto de intersección, sólo uno o ninguno? ¿Qué tipo de función se interseca con la recta original? ¿Por qué?*

El objetivo es ampliar el espectro de los sistemas de ecuaciones para considerar no sólo sistemas lineales. Por otro lado, se busca hacer una aproximación global al comportamiento de las funciones.

La posibilidad de trabajar con la herramienta activa rastro, permitiría explorar la situación para poder conjeturar sobre el tipo de funciones que se están intersecando y hacer un análisis de cómo se relaciona la cantidad de soluciones con el tipo de funciones involucradas.

REQUERIMIENTOS

En la medida en que los destinatarios del taller concurren con sus computadoras portátiles con el software GeoGebra, versión 4.2 instalado, se requerirá de un cañón para facilitar las circulaciones de las producciones de los grupos de trabajo.

REFERENCIAS

- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: the Genesis of a

Reflection about Instrumentation an the Dialectics between Technical and ConceptualWork. CAME Forum 2002.

- Artigue, M.& al. (1997). Intégration de calculatrices complexes à l'enseignement des mathématiques. Cahier DIDIREM spécial n°3. IREM Paris 7.
- Balacheff, N. (1994). La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique, En: M. Artigue & als. (Eds.), Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France, pp. 364- 370. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Bifano, F. y Vilella, J. (2012). Saberes construidos con (en) problemas dinámicos: ¿Otros objetos de saber? Colloque hommage à Michèle Artigue. Université Paris Diderot- Paris 7, Francia.
- Hohenwarter, M. y Jones, K. (2007). *Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra*. Proceedings of the British Society for Resarch into Learning Mathematics. 27 (3): 16-131, University of Northhampton, UK: BSRLM
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guidingstudents' command processthrough instrumental orchestations *In: International Journal of Computers for Mathematical Learning*” pág. 281-307. Países Bajos, Kluwer Academic Publishers.