

## **FUNCIONES RACIONALES: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA CON EL APOORTE DEL SOFTWARE GEOGEBRA**

**María Laura Rodríguez - María Paula Trillini - Rodolfo Murúa**

**Universidad Nacional de General Sarmiento**  
**Juan María Gutiérrez 1150, Los Polvorines, Buenos Aires, Argentina.**  
*ptrillini@gmail.com*

**Palabras Clave:** Propuesta Didáctica, Función homográfica, Geogebra.

### **RESUMEN**

El taller que estamos presentando surgió a raíz de una secuencia puesta en aula sobre función homográfica. La misma fue elaborada con la intención de que los alumnos sean productores de conocimiento y los verdaderos protagonistas de nuestras clases, dándoles la oportunidad de explorar, realizar conjeturas y luego validarlas. Estas características las consideramos fundamentales desde nuestro enfoque de enseñanza. La Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1970) nos brinda un modelo teórico en el cual nos apoyamos, que nos permite acompañar a los alumnos y orientarlos en su proceso de aprendizaje. Creemos que el software Geogebra, en este sentido, permite que esta práctica se enriquezca y sea posible.

En esta oportunidad, quisiéramos compartir con otros colegas, profesores y educadores de la matemática el material que hemos elaborado, proponiéndoles un análisis conjunto que contribuya al enriquecimiento del mismo y de todos nosotros.

### **PRESENTACIÓN**

Transcurrida la puesta en aula de la secuencia mencionada en el resumen escribimos un documento titulado “Funciones Racionales: una propuesta didáctica con el aporte del software Geogebra”. Los tres autores del mismo formamos parte de un proyecto de investigación del área de Innovaciones en la Transferencia, la Comunicación y la Popularización de la Ciencia y la Tecnología del Instituto de Ciencias llamado “Voluntariado 2013: El uso de Tic's para construir nociones geométricas<sup>1</sup> en el aula”

Bajo este proyecto, en una primera etapa brindamos un curso de formación continua a profesores sobre Geometría y Funciones con Geogebra. La segunda etapa consistió en planificar e implementar junto a los docentes algunos temas de la currícula sobre los cuales ellos tuvieran interés. Un profesora escogió el tema “Función racional” y junto a ella pensamos una secuencia para trabajar “Función Homográfica” con Geogebra.

En este taller los profesores resolverán y analizarán problemas de la secuencia antes mencionada con los objetivos de que:

- Compartir una manera constructivista de trabajar con sus alumnos las funciones racionales.
- Reflexionar sobre el uso del Geogebra y la relación con la producción de conocimiento del alumno.
- Problematicen la noción de asíntota para las funciones homográficas.
- Discutan las ventajas y desventajas del uso del software.

---

<sup>1</sup> Originariamente el proyecto apuntaba solamente a trabajar nociones geométricas pero, debido a las demandas de los profesores y a las posibilidades que nos brinda el programa, decidimos ampliarlo incluyendo funciones.

- Analicen a la luz de la Teoría de Situaciones Didácticas las actividades presentadas.

El formato del taller está pensado para dos días de tres horas. El mismo consta de dos partes: Función homográfica y Cociente de funciones lineales. A lo largo del mismo los profesores trabajarán alrededor de problemas seleccionados de la secuencia (marcados en letra color gris y cursiva) y de los restantes mantendremos una discusión colectiva que consideramos importante para avanzar en la resolución de la misma. Es necesario que los participantes del taller dispongan de una computadora con el software Geogebra instalado.

### Primer día

- Primera actividad del taller:

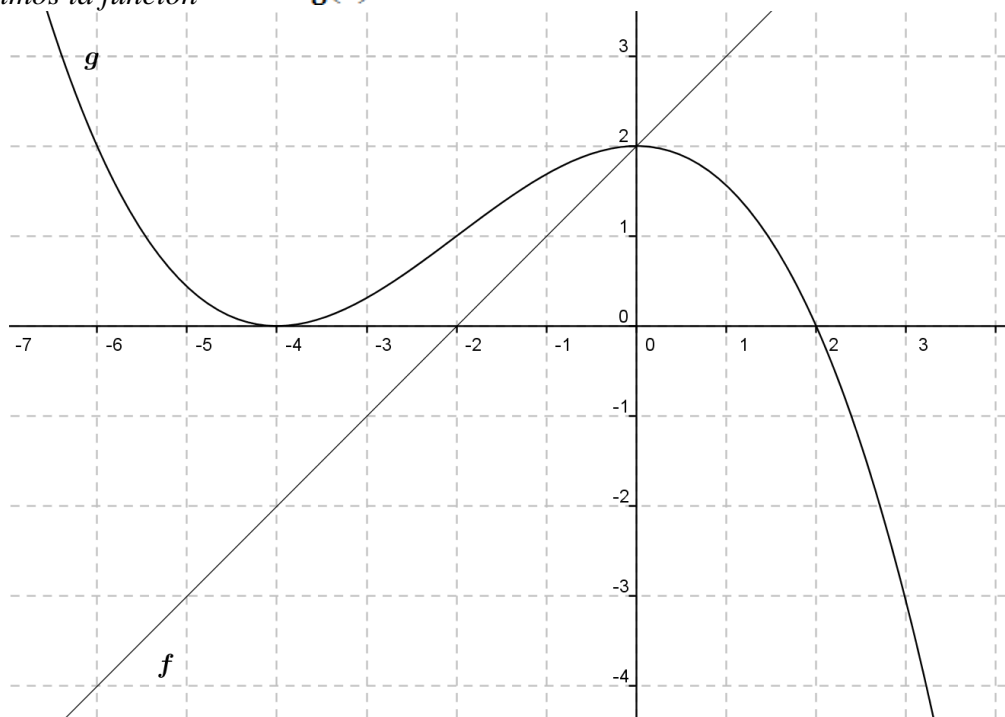
Considerando el problema 1 de la secuencia:

- Anticipar posibles resoluciones de los alumnos (correctas, incorrectas o incompletas).
- Supongamos que un alumno que quiere hallar  $h(2)$  trabaja con su calculadora y al hacer 4:0 le marca ERROR o INFINITO, ¿cómo trabajarían esta cuestión con sus alumnos?

### Problema 1

Sean  $f$  (función lineal) y  $g$  las siguientes funciones dadas por sus gráficos. Para cada valor de

$x$ , definimos la función

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$


a) Analizando los gráficos de  $f$  y  $g$ , encontrá, si es posible, las siguientes imágenes. Justificá en cada caso.

$h(-6)$   $h(0)$   $h(3)$   $h(-2)$   $h(2)$   $h(4)$

b) Analizando los gráficos de  $f$  y de  $g$  decidí, si es posible, si las siguientes imágenes son positivas o negativas. Justificá en cada caso.

$h(-6)$   $h(-5)$   $h(-2)$   $h(-1)$   $h(10)$

Luego de la resolución de esta actividad se hará una discusión colectiva en torno a las distintas resoluciones y comentarios de los profesores.

- Segunda actividad del taller:

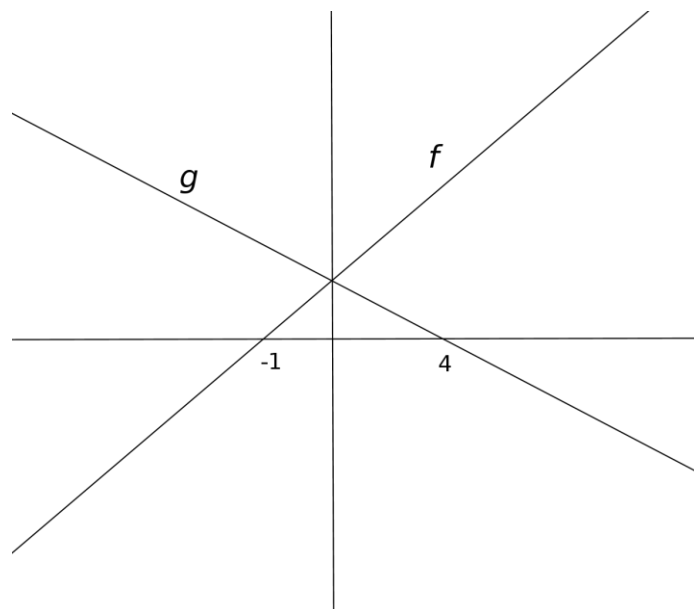
Considerando el problema 2 de la secuencia:

- Anticipar posibles elecciones de los alumnos sobre los gráficos del ítem d) ¿Qué gráficos “aceptarían” en sus clase?
- ¿Agregarían algún gráfico que consideren valioso discutir? ¿Por qué razón?

### Problema 2

Sean  $f$  y  $g$  las siguientes funciones lineales dadas por sus gráficos. Consideremos la función

$$h, \quad h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$



a) Analizando los gráficos de  $f$  y  $g$  encontrá, si es posible, las siguientes imágenes. Justificá en cada caso.

$h(-1)$   $h(4)$   $h(0)$   $h(2)$

b) Analizando los gráficos de  $f$  y  $g$  decidí, si es posible, si las siguientes imágenes son positivas o negativas. Justificá en cada caso.

$h(-5)$   $h(5)$   $h(10)$   $h(-1)$   $h(156)$

c) (Para enunciar oralmente) Hallá, si es posible, los conjuntos de ceros, de positividad y de negatividad de la función  $h$ .

d) Elegí entre los siguientes gráficos cuál o cuáles podrían corresponder a la función  $h$ . Explicá el por qué de la elección y por qué fueron descartados los restantes.

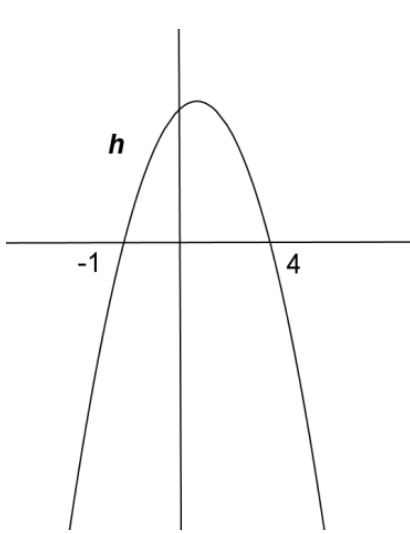


Gráfico 1

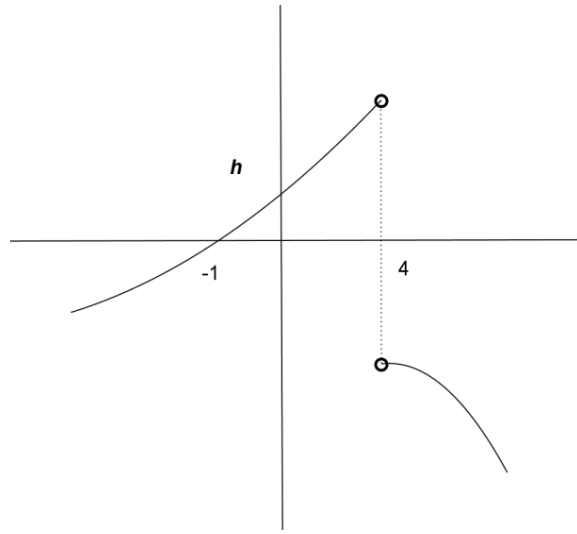


Gráfico 2

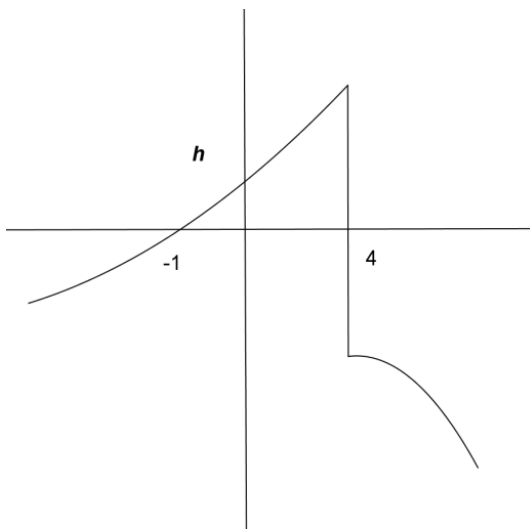


Gráfico 3

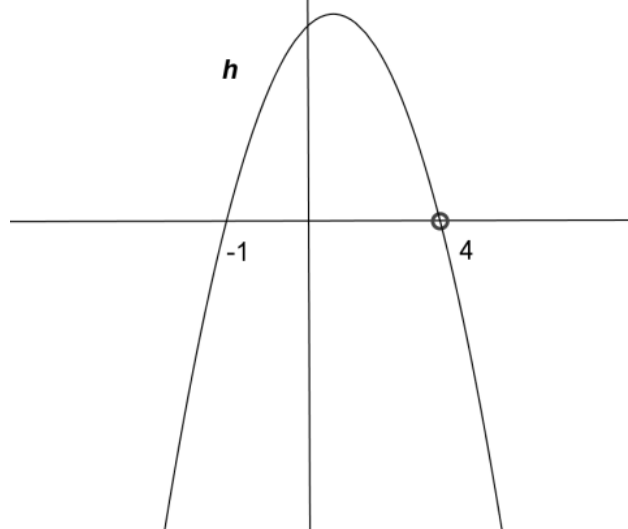


Gráfico 4

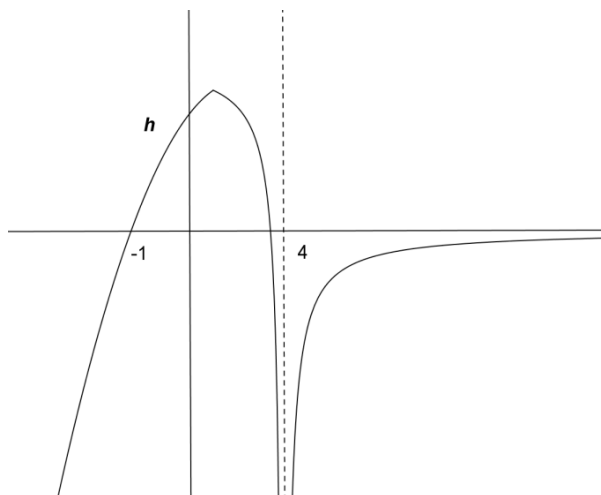


Gráfico 5

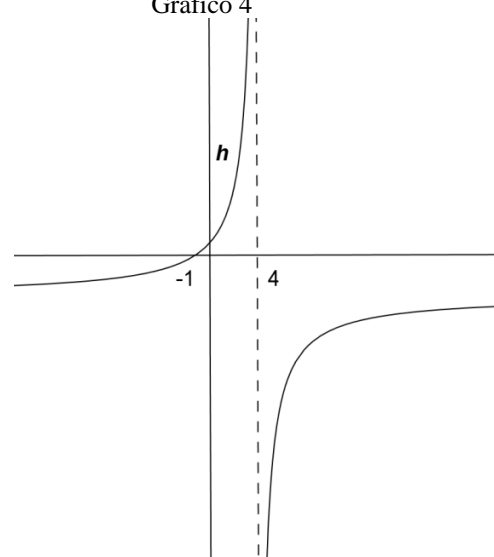


Gráfico 6

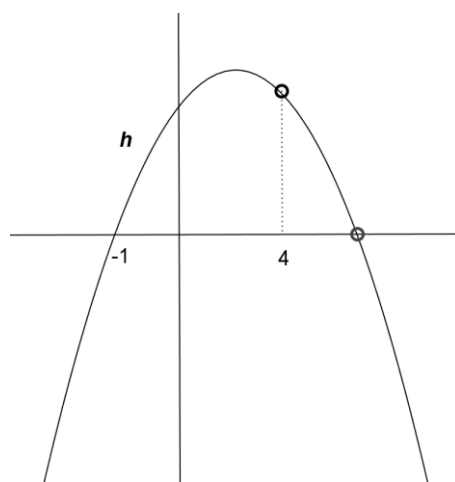


Gráfico 7

Luego de la resolución de esta actividad se hará una discusión colectiva en torno a las distintas resoluciones. A continuación compartiremos algunos problemas más de la secuencia de funciones racionales, con la finalidad de que se produzca un intercambio acerca de cuáles son los conocimientos de los alumnos a la hora de resolver el problema 5.

- Tercera actividad del taller:

Considerando el problema 5 de la secuencia:

- Anticipar distintas resoluciones de los alumnos.
- ¿Creen que Geogebra brinda algún tipo de aporte a la hora de trabajar la noción de asíntota con los alumnos?

### **Problema 5 (Para trabajar con Geogebra)**

Ingresá en la barra de entrada:

- $f(x)=4x-8$
- $g(x)=ax+6$ , donde  $a$  es un parámetro previamente ingresado.
- $h(x)=f(x)/g(x)$

**Para cada ítem, en caso de ser posible hallá una función  $h$  que cumpla lo pedido, anotá la fórmula en tu carpeta. Si no es posible explica por qué.**

- Modificando el parámetro " $a$ " encontrá, si es posible, una función  $h$  cuyo gráfico pase por el punto  $(1,-2)$ .
- Modificando el parámetro " $a$ " encontrá, si es posible, una función  $h$  que pase por el punto  $(1,0)$ .
- Ingresá en la barra de entrada la recta  $x=-3$ . Modificando el parámetro " $a$ " encontrá, si es posible, una función  $h$  que tenga como asíntota vertical a la recta ingresada.
- Ingresá en la barra de entrada la recta  $y=1$ . Modificando el parámetro " $a$ " encontrá, si es posible, una función  $h$  que tenga como asíntota horizontal a la recta ingresada.
- Modificando el parámetro " $a$ " encontrá, si es posible, una función  $h$  que tenga a la recta  $y=1$  como asíntota horizontal y a la recta  $x=-3$  como asíntota vertical.

Luego de la resolución de esta actividad se hará una discusión colectiva en torno a las distintas resoluciones y comentarios de los profesores.

## Segundo día

Comenzaremos el segundo día del taller presentando a los profesores el problema 6 de la secuencia. Luego trabajarán con la siguiente actividad:

- Cuarta actividad del taller

Considerando el problema 7 de la secuencia:

i) ¿Qué cuestiones se podrían trabajar a partir de las consignas del problema 7? ¿Qué conclusiones se podrían sacar luego de atravesar esta actividad?

### **Problema 7 (Para trabajar con Geogebra):**

*Ingresá en la barra de entrada:*

- $f(x)=12x+c$
- $g(x)=ax+b$
- $h(x)=f(x)/g(x)$

***Para cada ítem, en caso de ser posible hallar una función h que cumpla lo pedido, anotá la fórmula en tu carpeta. Si no es posible explica por qué.***

a) *Ingresá en la barra de entrada la recta  $y=2$ . Modificando los parámetros “a”, “b” y “c” encontrá, si es posible, una función h que tenga como asíntota horizontal a la recta ingresada.*

b) *Ingresá en la barra de entrada la recta  $y=-3$ . Modificando los parámetros “a”, “b” y “c” encontrá, si es posible, una función h que tenga como asíntota horizontal a la recta ingresada.*

De esta manera finaliza la primera etapa donde se analizaron problemas de función homográfica.

A continuación comenzaremos a discutir cuándo una división de dos funciones lineales es homográfica. Mostraremos el primer problema de la segunda parte de la secuencia para luego trabajar con los profesores la actividad 5 del taller.

- Quinta actividad del taller.

Considerando los problemas 10 y 11 de la secuencia:

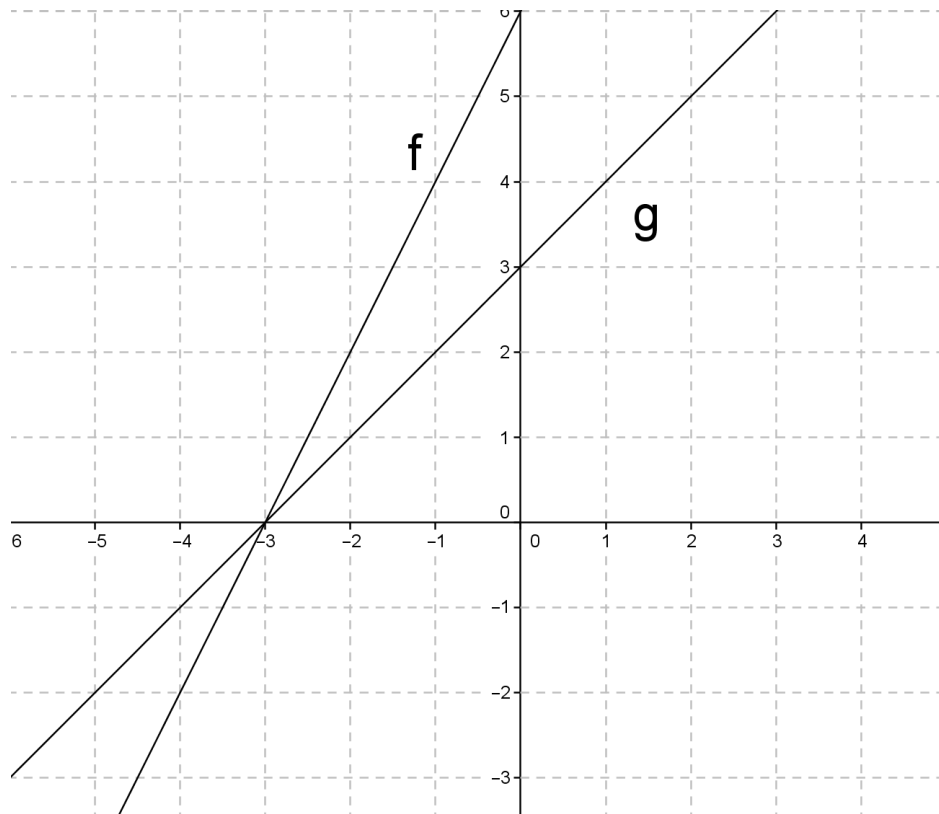
i) Anticipar distintos gráficos que pueden hacer los alumnos sobre la función h en dicho problema.

ii) ¿A qué conclusiones se podrían llegar con los alumnos luego de trabajar estos dos problemas?

### **Problema 10**

*Sean f y g dos funciones lineales dadas por sus gráficos. Definimos a la función h como:*

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$



a) Hallá, si es posible, las siguientes imágenes:

$$h(-2) \quad h(-1) \quad h(0) \quad h(-3)$$

b) Hallá el conjunto de todos los  $x$  donde  $h(x)$  sea positiva, negativa y cero.

c) Proponé un posible gráfico para la función  $h$ .

**Problema 11 (Para trabajar con Geogebra):**

Ingresa la función lineal  $f(x)=4x+2$ . Luego ingresa los parámetros  $a$  y  $b$  y la función  $g(x)=ax+b$ . Finalmente ingresa la función  $h(x)=f(x)/g(x)$

Modificando los parámetros  $a$  y  $b$  encontrá, si es posible, dos funciones lineales  $g$  tal que  $h$  sea una función constante. Anotalas en tu carpeta. Para las funciones encontradas, ¿en qué punto habría un “agujero”?

- Sexta actividad del taller (para realizar en grupos)

Teniendo en cuenta el recorrido realizado hasta aquí, propongan una actividad para los alumnos en donde  $f$  o  $g$  sean polinomios de grado mayor a los trabajados anteriormente

(siempre considerando  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ).

Luego algunos grupos expondrán sus actividades propuestas.

Como cierre del taller escucharemos la devolución de los profesores tanto de los problemas trabajados como de la secuencia estudiada.

**REFERENCIAS**

- Grupo Lunes conformado por Marina Andrés, Gema Fioriti, Rodolfo Murua, Carmen Sessa y otros. (2012). "Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas. Incorporación del programa Geogebra al trabajo matemático en el aula". Unipe Editorial Universitaria.
- Rogríguez, M y Pochulu, M.D (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* (pp 15 a 38). Argentina. Editorial Universitaria de Villa María y Universidad Nacional de General Sarmiento.