

**T 05****¿NÚMEROS DECIMALES? Ó ¿EXPRESIÓN DECIMAL DE UN NÚMERO?  
¿QUE ENSEÑAMOS?****Patricia M. Konic<sup>1</sup>, Darío O. Reynoso<sup>2</sup> y Marianela Sosa<sup>1</sup>****<sup>1</sup> Universidad Nacional de Río Cuarto - <sup>2</sup> Universidad Nacional de Cuyo  
Ruta 8 km. 601- Río Cuarto- Padre Contreras 1300 - Mendoza  
*pkonic@gmail.com*****Palabras Clave:** Formación de profesores, números, decimales, conflictos.**RESUMEN**

Para esta Reunión, V REPEM 2014, se propone un taller con el propósito de poner en debate conocimientos específicos para la enseñanza de la matemática en la formación de futuros profesores. Esto con el objetivo de desarrollar competencias para el análisis didáctico matemático (Godino et al., 2012). Se plantean tres encuentros, en el que se proponen siete situaciones/problemas, secuenciadas en torno a un eje directriz: números decimales y aproximaciones decimales de un número. Estas situaciones/problemas serán movilizadoras para el debate acerca del conocimiento didáctico-matemático puesto en juego, limitaciones, bondades y posibles reformulaciones. Las investigaciones que referenciamos en el cuerpo del trabajo, ofrecen algunos indicadores para el proceso reflexivo que proponemos llevar adelante.

**INTRODUCCIÓN**

La historia y un referente didáctico para la enseñanza y aprendizaje de los números decimales (Konic, 2011), afirman la necesidad de introducir y trabajar con números decimales en la escolaridad elemental. No obstante, y a pesar de ser uno de los temas que desde hace tiempo ha sido abordado, en diversos contextos, y por muchos investigadores, el producto de dichas investigaciones no impactan en la resolución del problema de la enseñanza y aprendizaje de estos números. Esto se puede confirmar no solo para la escolaridad primaria sino también para niveles posteriores, donde su uso y concepción generan conflictos que obstaculizan conocimientos posteriores. Consideramos que no solo evaluar, sino incidir en la formación de los futuros profesores es condición necesaria en la pretensión de generar cambios que favorezcan un aprendizaje con significado.

**DESARROLLO DE LA PROPUESTA**

Diversas investigaciones demuestran que hay una fuerte tendencia a determinar el carácter de un número “observando” solo la forma de escritura, sin tomar en cuenta las propiedades que lo caracterizan. En tal sentido, una de las formas de escritura que puede representar a un número racional es la escritura decimal, escritura que se hace imprescindible ante la necesidad de describir y comunicar cantidades continuas en las actividades cotidianas que involucran medidas entre dos números enteros. Esto nace claramente de un problema práctico. No obstante, desde una mirada teórica la matemática exige de generalizaciones que permitan

solucionar las limitaciones que cada teoría muestra para determinados avances. Cuestión a la que no es ajena particularmente la insuficiencia de los números naturales para resolver ecuaciones lineales. Entre estos dos contextos, nos encontramos con un tercero y esencial el contexto educativo, y es éste el que nos interesa de manera especial.

En relación a este tema, la primera discrepancia que se hace visible en la comunidad matemática, educativa, en los libros de textos, entre otras, refiere al interrogante: ¿A que llamamos número decimal? ¿De qué hablamos cuando hacemos alusión a la expresión “número decimal”?

Es por ello que para motorizar el proceso reflexivo del taller, partimos de una situación que propone hacer explícita la concepción de número decimal que manifiesten los asistentes, punto de partida para el debate.

Compartidas las posturas surgidas, se plantean situaciones/problemas con el fin de desarrollar y compartir prácticas personales emergentes de las mismas.

Partimos de la base que en cada práctica matemática intervienen configuraciones de objetos matemáticos (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos) los cuales deben ser reconocidos por el profesor para planificar su estudio (Godino, 2009; Godino et al., 2013) y poder otorgar sentido a las técnicas y teorías matemáticas. De allí la riqueza de la diversidad de prácticas personales a compartir entre los asistentes y posterior fuente para el debate.

La metodología propuesta es precisamente la de taller, esto es, un espacio para la vivencia, reflexión y conceptualización. Se plantean tres encuentros, en el que se proponen siete situaciones/problemas, secuenciadas en torno a un eje directriz: números decimales y aproximaciones decimales de un número. Estas situaciones/problemas serán movilizadoras para el debate acerca del conocimiento didáctico-matemático puesto en juego, limitaciones, bondades y posibles reformulaciones.

En tal sentido, las situaciones/problemas, en las que se ponen a funcionar diversidad de objetos matemáticos, se evalúan procesos de significación y se podrán detectar posibles conflictos semióticos, ello en relación a algunos aspectos vinculados a la concepción de número decimal y expresión decimal de un número. Interesa reflexionar sobre la complejidad didáctica de objetos matemáticos involucrados en la noción de número, en particular el tratamiento del número racional, sus diversas representaciones y conflictos asociados a la noción de número decimal.

Las herramientas teóricas que regularán la conceptualización y el proceso metodológico corresponden al Enfoque Onto-semiótico para el Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) (Godino et al., 2007).

## **Tareas**

Las tareas seleccionadas para la reflexión corresponden a un instrumento construido para evaluar conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de números decimales (Konic, 2011). Dicho cuestionario tiene como objetivo el de “captar claves de las características del problema del conocimiento para enseñar” (Hill, Ball, Schilling, 2008).

Del instrumento original se extraen siete situaciones/problemas las que se presentarán con una intención formativa. Las prácticas expuestas por los asistentes y de las investigaciones desarrolladas en esta temática darán lugar a una reflexión compartida sobre aspectos relevantes que se observan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los temas involucrados.

La selección de las situaciones/problemas se decidió considerando la complejidad epistémica de los objetos matemáticos involucrados y la coherencia interna entre ellos. Se centró la atención en aquellas situaciones que pudieran poner de manifiesto cuestiones inherentes a la

distinción entre concepto de número decimal, formas de expresión, y particularmente expresión decimal de un número y aproximación decimal de un número real.

Los contenidos matemáticos vinculados a los números decimales, que se hallan contemplados en las situaciones/problemas propuestas son los siguientes:

- Concepto/definición de número decimal.
- Distinción entre número decimal y expresión decimal de un número: Expresiones decimales finitas (como resultado de divisiones enteras con resto cero). Expresiones decimales periódicas, puras y mixtas. Casos especiales: Período cero y nueve. Expresiones decimales no periódicas (Números irracionales).
- Caracterización de los números decimales a partir de la descomposición del denominador de fracciones representantes en factores primos.
- Operaciones con números decimales: multiplicación: algoritmo y su justificación y significado de operaciones con números decimales.
- Justificación de propiedades y procedimientos

### **Fundamentación de las situaciones/problemas propuestas**

Hernández y Socas (2004), destacan el interés de conocer qué imagen mental tienen los profesores sobre los sistemas numéricos, en particular sobre los números decimales. Según (Konic, 2011,2013), y a partir de las investigaciones y las evaluaciones realizadas a futuros profesores se pone de manifiesto concepciones diferentes y usos que contradicen la concepción asumida de número decimal. Es por ello que se incorpora como primera tarea para el debate, la siguiente:

#### ***Situación/problema 1.***

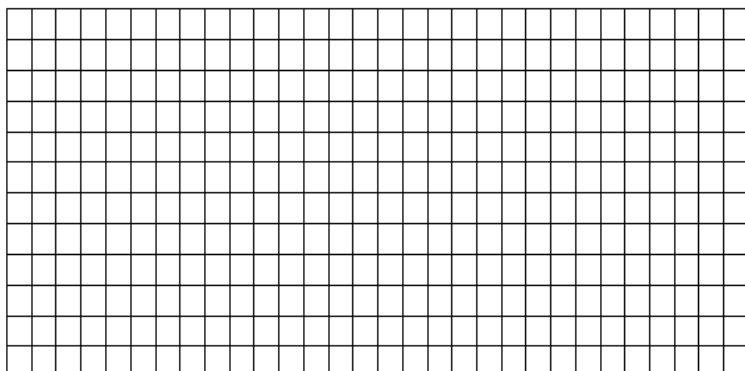
*Explica con tus propias palabras que entiendes por número decimal.*

Partimos de la base que las diferentes formas de representación de un número aportan a su significado, tal es el caso de las representaciones fraccionarias, decimales, la recta. La incorporación de la situación/problema 2, lleva como propósito provocar representaciones no estándares y la necesaria explicitación de las unidades de medida adoptadas, cuestión que normalmente se omite. Dicha omisión acarrea conflictos en el aprendizaje de los estudiantes.

#### ***Situación/problema 2.***

*Representa los siguientes números usando gráficos de áreas de figuras rectangulares.*

Tres décimas; 0,3; un tercio;  $\frac{3}{10}$ ;  $\frac{10}{3}$ ; 2;  $\frac{10}{5}$ .



Las investigaciones demuestran que hay una fuerte tendencia a determinar el carácter de un número “observando” solo la forma de escritura, sin tomar en cuenta las propiedades que lo caracterizan (Socas, 2001; Sirvent 2002; Michaelidou, Gagatsis y Pitta-Pantazi, 2004). Conscientes que los futuros profesores disponen de recursos, como las técnicas de conversión de expresiones decimales periódicas a fracción, como recurso “fiable” para la toma de decisión, se solicita en la siguiente situación/problema justificación para cada decisión que se adopte.

El propósito es reflexionar sobre las dificultades que acarrea el establecer el carácter de un número “observando” sólo la forma de escritura, poniendo énfasis en la fortaleza que tienen las propiedades que lo caracterizan para su validación.

### **Situación/problema 3**

- a) *¿Representa un número decimal la expresión 1,3456789? Justifica la respuesta.*
- b) *¿Representa un número decimal la expresión 0,454545... (45 repetido indefinidamente)? Justifica la respuesta.*
- c) *¿Es un número decimal el número cuya expresión decimal es 4,10999... (9 repetido indefinidamente)? Justifica la respuesta.*
- d) *¿Es decimal el número 3?*

La identificación de las nociones de número y la de expresión decimal de un número, cuando se utiliza una aproximación decimal del número es fuente de diversos conflictos tal como señalan Socas (2001) y Sirvent (2002); entre ellos la falta de reconocimiento del estatus de un número. Ejemplos de uso tan simples como, la identificación representacional  $\pi=3,14$ , o  $1/3=0,33$ , con frecuencia lleva a otorgar a estos números el carácter de número decimal, desconociendo tanto el estatus irracional de  $\pi$ , como la posibilidad de reconocer al racional  $1/3$ , como decimal cuando se entiende por decimal a la expresión decimal finita de un número.

La situación/problema 4 posibilita someter a discusión las concepciones de número, expresión decimal de un número y aproximación decimal de un número real, a partir de la concepción de número decimal establecida. También permite la distinción de campos numéricos y sus diversas representaciones.

### **Situación/problema 4**

*Dadas las siguientes expresiones numéricas identifica cuales de ellas representa un número decimal mostrando, en los casos que sea posible, su escritura decimal finita.*

$$\text{a) } \frac{1}{5} \quad \text{b) } \frac{1}{3} \quad \text{c) } \pi$$

Resulta frecuente que las operaciones con expresiones decimales finitas, sean introducidas directamente a través de una regla que describe al algoritmo (Konic, 2011). Por otra parte, Kalder (2007), sostiene que la mayoría de los estudiantes para profesores conocen los procedimientos o algoritmos para resolver una operación, pero no conocen los conceptos que subyacen a esos procedimientos. Ball (2005), manifiesta que realizar perfectamente la multiplicación de dos números decimales, no es suficiente para justificar y explicar el algoritmo a los estudiantes. Para justificar el algoritmo se requiere que el profesor disponga de una variedad de representaciones, que pueda seleccionar las que considere más apropiada según la situación, elección de números adecuados, situación que puedan modelizar la operación. Ante ésta situación, y considerando que la argumentación es un procedimiento

esencial para la formación de futuros profesores, es que se introducirá, para la discusión, la siguiente situación/problema:

### **Situación/problema 5**

*En un libro de 6° curso de primaria encontramos la siguiente regla, la cual viene ilustrada con un ejemplo, pero no se justifica:*

*“Para multiplicar dos números decimales, los multiplicamos sin tener en cuenta las comas y en el resultado separamos con una coma, desde la derecha, tantas cifras como decimales tienen entre los factores”*

*Un alumno quiere saber porqué se hace de esa manera. ¿Cómo justificarías esta regla?*

La cuestión de las relaciones entre distintas representaciones de un número aporta al desarrollo de su significado como entidad conceptual y apoyan a la caracterización de propiedades algebraicas. Esta relación esencial es muy difícil de adquirir como lo demuestran diversas investigaciones (Moskal y Magone, 2000). Con el propósito de reflexionar acerca de los conflictos que se producen al establecer este tipo de relaciones es que se plantea la situación/problema 6. Dicha situación exhibe la relación entre número y expresión decimal de un número, poniendo en juego tanto la conceptualización, la precisión de la representación de las nociones matemáticas, como la relación entre conceptos.

Para abordar el análisis de esta situación se asumirá la posición que considera a al número decimal como un conjunto con entidad propia, es decir aquel que puede ser expresado mediante fracciones decimales.

### **Situación/problema 6**

- Como sabes el número racional  $2/5$  se puede representar en forma decimal:  $2/5=0,4$ . ¿Se puede representar, en forma decimal, **cualquier** número racional dado como una fracción? Distingue los casos posibles y justifica.*
- Como sabes el número racional  $0,7$  se puede escribir en expresión fraccionaria ( $0,7 = 7/10$ ) ¿Se puede escribir en forma/representación fraccionaria **cualquier** número expresado en forma decimal? Distingue los casos posibles y justifica.*
- Dada la expresión fraccionaria irreducible de un número racional, ¿Que condición debe cumplir el denominador de dicha fracción para que represente a un número decimal?*

Parece trivial asumir que la distinción entre *número racional* y *número irracional*, está totalmente superada. No obstante, investigadoras como Zaskis y Sirotic (2004) refieren a las variadas y conflictivas interpretaciones que hacen futuros profesores sobre los conceptos de número racional e irracional a través de distintas representaciones. Es por ello que la próxima situación/problema está basada en dicha investigación. Se incorpora un ítem mas, el ítem c), a los fines de analizar y debatir la diversidad de conflictos que acarrea el estatus numérico de  $\pi$ , y su relación con las posibles representaciones decimales.

### **Situación/problema 7**

- El número:  $0,121221222122221\dots$  ¿es racional o irracional? Justifica la respuesta.*
- Consideremos el número  $\frac{53}{83}$ . Al hacer la división la calculadora muestra  $0.63855421687$ .  
¿Es  $\frac{53}{83}$  un número racional o irracional? Justifica la respuesta.*

c) Una expresión decimal aproximada de  $\pi$  es 3,141592. Escribe una expresión decimal aproximada de  $\pi$  cuyo error sea menor que 1 milésima. Justifica la respuesta.

### Expectativas sobre el desarrollo del taller

De las investigaciones realizadas, somos conscientes de la coexistencia de dos concepciones de número decimal. Es posible concebir al número decimal como un conjunto numérico con estatus propio o como la expresión decimal de un número racional. El hecho de asumir implícita o explícitamente una u otra concepción, no garantiza coherencia a la hora de ser aplicadas en distintos contextos de uso. Cuestión ésta que amerita propiciar espacios de reflexión que pongan en evidencia los conflictos derivados de los problemas que las investigaciones declaran sistemáticamente y que sin embargo no se hacen visibles en una transformación efectiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

### REFERENCIAS

- Ball, D., Hill, H. y Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching : Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, Fall, 2005, 14-22 y 43-46.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M.(2013). *Ingeniería Didáctica basada en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemáticos*. Departamento de Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J, Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 1-21, 2012.
- Hill, H., Ball, D. y Schilling, G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Kalder, R. (2007). Teaching preservice secondary teachers: How to teach elementary mathematics concepts. *Mathematics Teacher*. 101(2), 146-149.
- Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Tesis doctoral. Editorial de la Universidad de Granada. España. ISBN: 978-846-95-1189-3. Recurso electrónico. <http://0-hera.ugr.es.adrastea.ugr.es/tesisugr/20680004.pdf>
- Konic, P. (2013). Factores condicionantes del conocimiento para enseñar: el caso de los números decimales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. ISBN: 978-607-95306-6-2. México, v. 26, p. 625-634, 2013.
- Michaelidou, N., Gagatsis, A. y Pitta-Pantazi, D. (2004). The number line as a representation of decimal numbers: a research with sixth grade students. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 305–312). Bergen, Norway: PME.

- Moskal, B. y Magone, M. (2000). Making sense of what students know: Examining the referents, relationships and modes students displayed in response to a decimal task. *Educational studies in Mathematics*, 43(3), 313-335.
- Sirvent, J. (2002). Períodos. *Epsilon*, 52, 115-138.
  
- Socas, M. (2001). Problemas didácticos entre el objeto matemático y su representación semiótica. Estudio con números decimales. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática III*, pp. 297-318.
- Zazkis, R. y Sirotic, N. (2004). Making sense of irrational numbers: focusing on representation. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 497–504). Bergen, Norway: PME.