

T 03

**RELACIONES ENTRE MAGNITUDES VARIABLES DE FAMILIAS DE FIGURAS.
UN ESPACIO POTENTE PARA TRABAJAR EN EL AULA CON GEOGEBRA**

**Borsani, V.; Di Rico, E.; Luna, J.; Murúa, R.; Sessa, C.
Universidad Pedagógica de la Provincia de Buenos Aires**

sessacarmen@gmail.com

Palabras Clave: *Geometría, Funciones, Geogebra*

RESUMEN

Se propone estudiar magnitudes variables en una familia de figuras geométricas. Con ese objetivo se ligarán variables para definir funciones.

El recurso informático permite en primer lugar, construir un modelo dinámico de esa familia (esto no es exclusivo del modelo TIC ya que podrían obtenerse también como artefactos mecánicos). En segundo lugar, al definir una función, el programa Geogebra permite trabajar con las pantallas *grafico funcional* y *figura dinámica* “ligadas”. Este nuevo “artefacto” abre posibilidades a un tipo de trabajo potente en el aula que es el que se pretende explorar con los docentes en el taller. Se afirma que se trata de un medio potencialmente apto tanto para la formulación de preguntas como de conjeturas.

En el taller se abordarán diferentes planos de producción matemática:

- construcción de una figura dinámica, como modelo de una familia de figuras,
- formulación de hipótesis sobre las áreas de las figuras de la familia,
- definición de diferentes relaciones entre magnitudes para el estudio de la variación del área de las figuras,
- construcción de gráficos en la pantalla, para profundizar en el estudio de las áreas

Se espera que el trabajo permita una nueva reflexión en torno al concepto de función.

DESARROLLO

Se trata de estudiar la siguiente situación dinámica:

Consideramos una familia de trapecios rectángulo, $EFGB$, donde CD es altura del triángulo equilátero ABC y G está en esa altura. F y E son rectos. El lado AB mide 10.

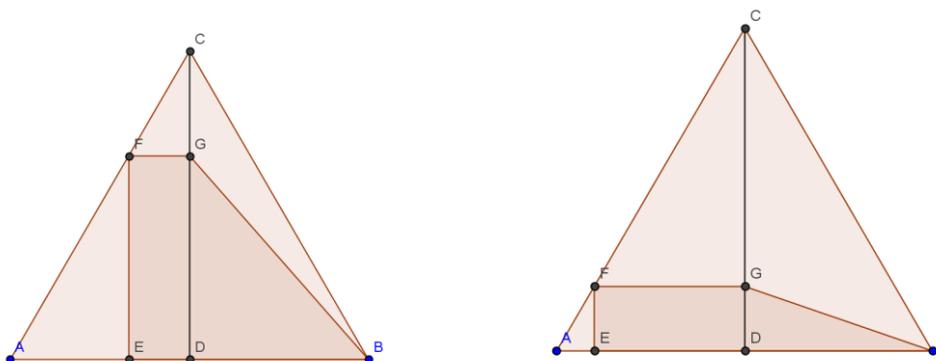


Figura 1: Trapecios rectángulos $EFGB$ inscriptos en el triángulo equilátero ABC .

Primera Actividad

Antes de construir estas figuras dinámicas en Geogebra, caracterizamos entre todos a la familia de trapecios que se ven en la pantalla.

- Trabajamos en torno a la siguiente pregunta: ¿Qué elementos hay que tener en cuenta para construir estas figuras?

Se espera que aparezcan algunas características como: - $FG \parallel AB$, - B es el único vértice fijo
 - La medida de DG varía entre 0 y la medida de DC, - La medida del lado ED está contenido en el lado AB, - El lado ED varía entre 5 y 10, - $FE \parallel CD$

Segunda Actividad

- Construimos, entre todos, el triángulo equilátero de lado 10, con una de sus alturas.

- Cada participante debe construir el Trapecio dinámico EFGB.

Se entregará un Anexo con sugerencias para la construcción.

Tercera Actividad

Parte a:

Nos centramos en el análisis de diferentes magnitudes asociadas a estas figuras. Para ello haremos, entre todos, una lista de qué magnitudes cambian y cuáles no cambian.

Parte b:

Consideremos ahora la magnitud “área del trapecio”.

- ¿Qué podemos decir acerca de esa magnitud? ¿Cambia al mover nuestra figura dinámica?

- ¿Qué podemos decir de ese cambio?

Colectivamente se elaborarán conjeturas acerca del área de los trapecios.

Para la parte a) se espera que se mencionen, por ejemplo, las siguientes magnitudes

- El área del trapecio
- La longitud de los 4 lados del trapecio
- Hay dos ángulos que cambian y los dos ángulos rectos no cambian
- el perímetro del trapecio

Para la parte b)

Se anticipa llegar a conjeturas como:

- El área varía entre 0 y $\frac{25}{2}\sqrt{3}$

- El área “baja y sube”

- Como el área “baja y sube” no es cierto que el rango de variación sea entre 0 y $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ sino que en algunos momentos toma valores mayores a $\frac{25}{2}\sqrt{3}$

- El área es máxima cuando $EB=EF$.

Estudio Funcional

Hasta aquí se ha trabajado entorno a la observación, exploración y formulación de conjeturas sobre la magnitud área, y al principio sobre otras magnitudes como medidas de lados y ángulos, eventualmente de diagonales. A continuación, para estudiar el área y su variación se propondrá considerar esa magnitud en función de otras variables. Es decir, se define una función.

Se utilizará el *Geogebra* como recurso para estudiar las funciones.

Se pueden elegir distintas variables independientes. Se comenzará eligiendo la longitud ED; después cada participante elegirá una variable independiente diferente.

Cuarta Actividad

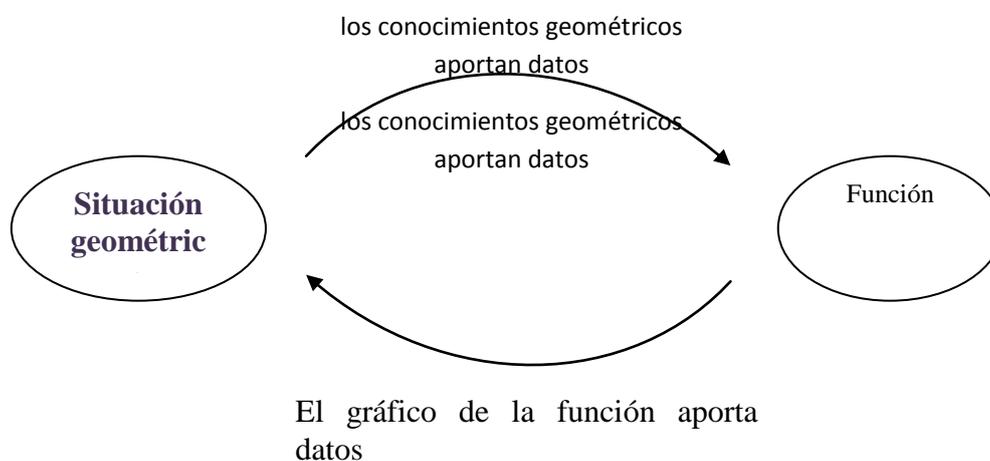
Cada uno, con su propio trapecio dinámico, realice el gráfico del área en función de la medida del segmento ED.

*Para ello defina un punto P con abscisa = medida de ED y ordenada = área del trapecio y luego utilice la instrucción **lugar geométrico** para lograr el dibujo de la curva.*

Importante: el punto que se mueve sobre la curva tiene vínculo estrecho con la situación: para cualquier estado de la familia dinámica, el punto retiene la medida de ED y del área de ese trapecio particular que estamos viendo.

Una vez hecha la construcción, el nuevo “artefacto” que se obtiene con las dos pantallas ligadas se utiliza como medio potente para la exploración y formulación de nuevas conclusiones, conjeturas y preguntas.

Propondremos un esquema de lo trabajado hasta el momento:



Esquema 1: relaciones entre la situación geométrica y una función que se define.

Quinta Actividad: *Hasta ahora todos utilizamos la medida ED como variable independiente; Les proponemos elegir- por grupos - otras dos variables y graficar el área en función de ellas.*

¿Qué preguntas pueden formular, tanto de la función como de la situación geométrica, a partir de estos nuevos gráficos?

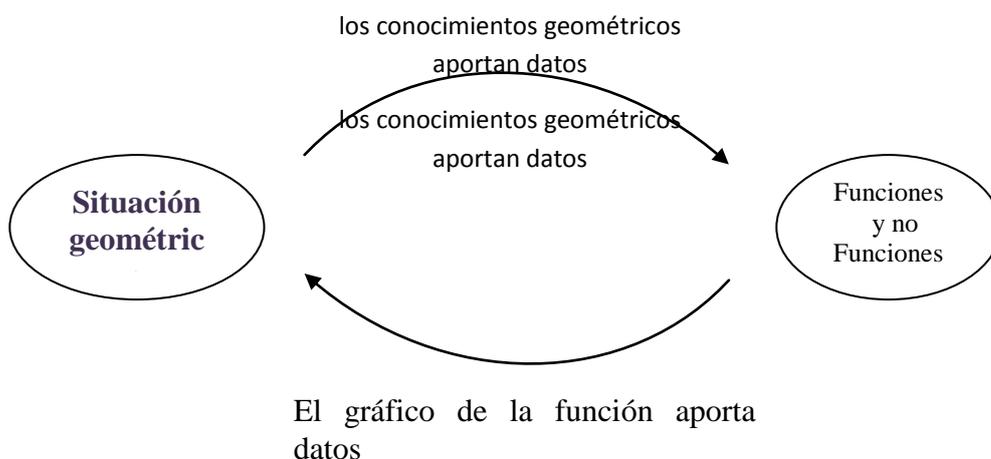
¿Cuáles pueden plantear relacionando los gráficos de estas dos funciones entre sí y con la función analizada ayer?

Amén de las diferencias que va a traer necesariamente el gráfico de la función área, con diferente variable independiente, se espera que aparezcan preguntas, conclusiones y conjeturas nuevas cuando se pongan dos o más gráficos en relación. Por ejemplo, estudiar con detenimiento los puntos de intersección de los gráficos.

Sexta Actividad

Estudiar la variación del área en función de la diagonal EG.

La discusión en torno a esta actividad permitiría completar el Esquema 1, mencionado anteriormente:



Esquema 2: Interacciones entre la situación geométrica y las relaciones funcionales o no funcionales que ligan magnitudes variables en la situación

REFERENCIAS

- Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque. Netherlands. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* N° 5: 15-25.
- Borsani, V.; Di Rico, E.; Cedrón, M.; Cicala, R.; Duarte, B.; Sessa, C. (2013). Un diseño colectivo para la función cuadrática con Tic. Transformaciones en el aula. En *Prácticas pedagógicas y políticas educativas. Investigaciones en el territorio bonaerense*. Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria, en prensa.
- Borsani, V.; Di Rico, E.; Cedrón, M.; Cicala, R.; Duarte, B.; Sessa, C. (2013). *La integración de programas de geometría dinámica para el estudio de la variación de magnitudes geométricas: nuevos asuntos para la didáctica*. En Resúmenes del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 16-20 septiembre 2013, Montevideo, Uruguay.
- Trouche, L. (2004a). Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? *Educational Studies in Mathematics* N° 55: 181–197.