

T 02**LA FORMACIÓN DOCENTE Y LA INVESTIGACIÓN: UNA DIALÉCTICA
PUESTA EN ACCIÓN**

**Silvia ETCHEGARAY, Julia CORRALES, Valeria LEGUIZAMÓN, Lía VÁZQUEZ,
Karina NAHUIL & Claudio FERNADEZ**

**Universidad Nacional de la Patagonia Austral – Unidad Académica Caleta Olivia y
Universidad Nacional de Río Cuarto
Ruta Nacional N° 3 S/n Acceso Norte**

*setchegaray@exa.unrc.edu.ar julia_corrales@hotmail.com lia_yqz@hotmail.com
valula03@hotmail.com.*

Palabras clave: Estudio didáctico, Matemático, Geometría, Práctica Docente

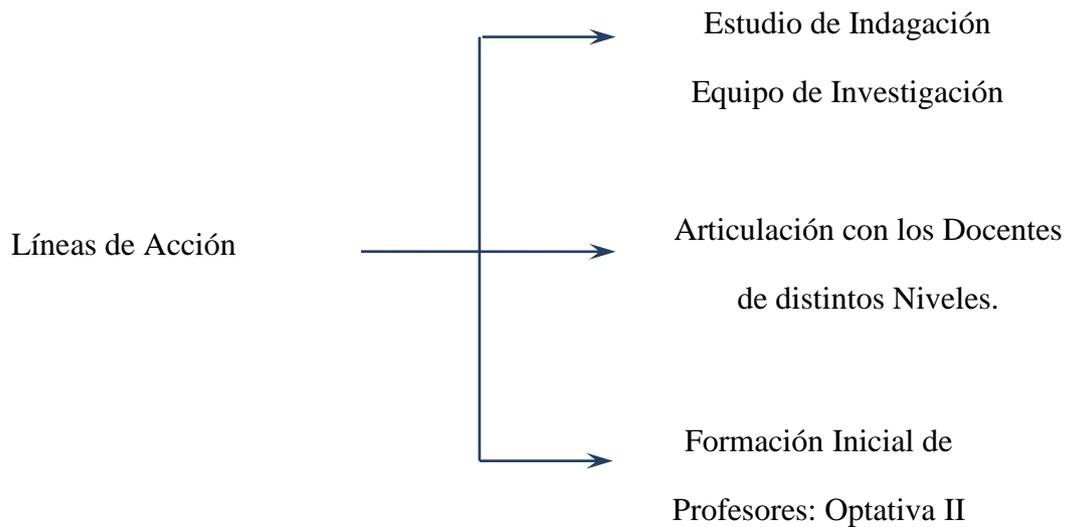
RESUMEN

El objetivo fundamental de este Taller es compartir una propuesta didáctica desarrollada en un espacio de la Formación Docente inicial correspondiente al Profesorado en Matemáticas, cuyas situaciones fueron objeto de estudio y análisis en el marco del proyecto de investigación “Análisis de significados y conflictos semióticos en los Sistemas de Prácticas del conocimiento matemático-geométrico en distintos espacios de la Formación Docente” que se lleva adelante en la Universidad Nacional de la Patagonia Austral. La idea central es compartir una de las producciones didáctico-matemáticas que desarrollaron los estudiantes – futuros docentes- del espacio Optativa II, previo a cursar la asignatura Didáctica de la Matemática y el Taller de Práctica Docente. En este espacio curricular optativo se revisan y se interrogan los “modos” personales de hacer matemática con un fin específico: reflexionar sobre las propias formas de “pensar” “actuar” y “decir” para poder “entrar en diálogo” con el otro y otros.

Conforman el equipo de investigación profesores que trabajan en la Formación docente, en el nivel Medio y estudiantes avanzados del profesorado en Matemática, lo que plantea un potencial escenario fructífero para esta articulación.

INTRODUCCIÓN

El presente taller se encuentra enmarcado dentro del proyecto de Investigación “Análisis de significados y conflictos semióticos en los Sistemas de Prácticas del conocimiento matemático-geométrico en distintos espacios de la Formación Docente” (PI 29/B150) que se lleva adelante en la Universidad Nacional de la Patagonia Austral y hace foco en la articulación entre, la formación Inicial del Profesor en Matemáticas, su gestión en el Nivel en el que desarrolla su actividad profesional y el proceso de la investigación en Didáctica de la Matemática. Las acciones de dicho proyecto que hasta el momento han resultado significativas en el contexto institucional de la UNPA apuntan a operativizar la necesaria dialéctica entre las tres funciones básicas de la Universidad que quedan representadas en el siguiente esquema:



La investigación, en su proceso de indagación, plantea la necesaria articulación de la formación del Profesor con su gestión en el nivel en el que desarrollarán su actividad profesional, estudiando y analizando, con herramientas didáctico-matemáticas, cómo circula el saber geométrico en los sistemas didácticos, del nivel medio y universitario, con una última finalidad: la intención de optimizar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Este estudio pretende ser un aporte para la selección de sistemas de prácticas geométricas en formación inicial y continua de los profesores en matemáticas, generando algunos enunciados acerca de qué y cómo se conoce la geometría, y qué relaciones existen entre los conocimientos del profesor y las prácticas matemáticas del aula. El marco teórico que sostiene dicho proyecto es el EOS (Enfoque Onto-Semiótico para la Cognición Matemática) Godino (2003), teoría que forma parte de la Didáctica de la Matemática regulando este proceso de articulación entre las tres funciones básicas de la universidad: la formación, la investigación y la extensión.

El problema que se evidenciaba durante la cursada de la Didáctica de la Matemática y el Taller de la Práctica Docente en cada ciclo académico en la formación del Profesor de Matemática, se podría sintetizar como un conflicto y dilema que surgía entre el modelo de la actividad matemática (hacer y validar matemática) que se describía y se analizaba desde los distintos ejes que se abordaban en la Didáctica de la Matemática y la relación con la formación de base en las materias específicas compartidas con otras carreras. La alternativa para dar solución a alguno de estos dilemas fue reformular el espacio de la Optativa I y Optativa II (desde el año 2007), articulándola con los proyectos de Investigación del área de Didáctica de la Matemática y generar así una nueva propuesta de enseñanza que se referencia y contrapone con las prácticas de estudio e indagación del proyecto de investigación.

La propuesta de trabajo específica de esos espacios es abordada desde dos objetivos diferentes:

- Vivir el “hacer matemático” como una experiencia creativa que está inserto en un proyecto de estudio, cuyo objetivo fundamental es la reconstrucción de las relaciones matemáticas desde la resolución de problemas.
- Registrar y estudiar los sistemas de prácticas personales y micro-institucionales - operativas y discursivas- producto del interjuego entre alumnos y docentes ante las distintas situaciones-problemas que se presentan.

Se pretende compartir acciones que hasta el momento han resultado significativas en el espacio de formación inicial del profesorado en matemática: “Optativa II: Espacio de producción y reflexión sobre el conocimiento matemático II” y la necesaria dialéctica entre las prácticas operativas y reflexivas vividas en el aula por los estudiantes, los docentes y los

procesos de las producciones logradas en el mencionado espacio y su relación con proyectos de Investigación que indagan/cuestionan/tensionan y nutren este espacio de Formación.

DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA DEL TALLER

Momentos

Proponemos un taller en el cual distinguiremos tres momentos de trabajo tomando como unidad de análisis uno de los problemas geométricos de una serie de situaciones elegidas por el equipo, que formaron parte de una experiencia educativa puesta en marcha en la asignatura Optativa II:

Momento 1: Realizar un trabajo grupal con los asistentes en el cual accionen sobre el problema elegido, proponiendo poder hacerlo tanto en lápiz y papel como así también utilizando software (Geogebra), y una posterior puesta en común centrándonos en un trabajo reflexivo acerca de los procedimientos, lenguajes, argumentos, propiedades, etc. puestos en juego para resolver la situación y de los emergentes contextuales, dependiendo de las herramientas personales y de los distintos registros de representación utilizados.

Momento 2: Se presentará lo sucedido con estudiantes del Profesorado en Matemática al resolver la misma situación en el espacio Optativa II (en la UNPA-UACO) analizando, además de las problemáticas asociadas a la existencia y unicidad de la solución, cada uno de los procedimientos claramente diferenciados puestos en juego por los estudiantes para resolverla. Asimismo se pondrán al descubierto todos los interrogantes que surgen a partir del problema y a propósito de éste, así como también las proposiciones, conjeturas, propiedades, argumentaciones, que los estudiantes exponen para fundamentar su hacer. Por último se compartirá el proceso de indagación, de intervención, de requerimientos, de cuestionamientos regulado por las docentes de la asignatura con la finalidad de lograr una específica producción teórica, como un claro emergente de un proceso de construcción colectiva.

Momento 3: Compartir un momento de producción matemática en el seno del grupo de investigación al cuestionarse la posible relación entre la desigualdad triangular y el teorema del coseno, proposiciones matemáticas que conformaron los discursos validativos de los docentes investigadores al discutir tanto la existencia como la unicidad de las figuras; al momento de construir las figuras con lápiz y papel y con el software geogebra.

La situación extraída del libro “Iniciación al Estudio Didáctico de la Geometría” de Itzcovich, Horacio (Edic. 2005 Libros del Zorzal Bs. As.) .con la cual pretendemos llevar adelante los diferentes momentos del taller es la siguiente:

“¿Es posible construir un paralelogramo, dados dos lados consecutivos y la diagonal? Justifique su respuesta.”

Reflexionando sobre el hacer

El espacio Optativa II: “Espacio de producción y reflexión sobre el conocimiento matemático II” pertenece al plan del profesorado en matemática en el tercer año y es un espacio en el cual se revisa la matemática que conocen, se la interroga y se la analiza para pensar una matemática a enseñar, además se reflexiona sobre las prácticas personales puestas en acción para resolver situaciones seleccionadas por el equipo de la cátedra y que han sido estudiadas y analizadas con anterioridad, siempre con la firme convicción de que el poder atravesar, durante la formación inicial estos espacios, predispone a los estudiantes –futuros profesores- de una manera diferente frente al conocimiento que luego deberán enseñar. Es decir, el poder participar como constructores de relaciones matemáticas y no como meros reproductores de ellas posiciona a tales estudiantes, con una mirada más flexible y fluida al pensar en las situaciones con las que abordarán determinado conocimiento en sus futuras prácticas

docentes. Además, la experiencia de vivir el proceso de construcción de teoría matemática desde diversos espacios en la formación inicial con reflexiones acerca de los significados personales puestos en juego, los registros y producciones de las interacciones es beneficiosa para abordar los objetivos del análisis didáctico-matemático y el estudio de la misma que recién se atraviesa en la etapa final de la formación, Didáctica de la matemática (II Cuatrimestre del 3er año) y Práctica Docente (4to año).

Se pretende en el Taller compartir lo vivido en una clase de este espacio a partir de:

Analizar los diferentes tipos de resoluciones de la tarea que nos presenten los asistentes, ya sea utilizando lápiz y papel como utilizando el software, compartir estas prácticas personales, confrontarlas, relacionarlas, identificar sus elementos de significados –lenguaje, argumentos, procedimientos, proposiciones, nociones- tanto los que se ponen a funcionar como los emergentes. Se favorece así a la construcción de relaciones matemáticas que serán consecuencia de este trabajo reflexivo sobre las prácticas operáticas y discursivas de los participantes del taller.

Compartir el trabajo producido por los estudiantes de la UNPA (cursada 2013) ante la misma situación utilizada en el presente taller. Analizar sus producciones, el lenguaje por ellos utilizado, los nuevos problemas a los que se enfrentaron, las relaciones matemáticas que emergieron como producto de interactuar con la situación, las producciones matemáticas finales que ellos presentaron como así también el proceso por el que atravesaron para producirlas, los tipos de argumentos que utilizaron para poder validar una conjetura, revisar el funcionamiento de la dualidad particular-general, fuente clara de posibles conflictos que suelen obstaculizar la producción de una micro teoría, etc. utilizando para todo esto fragmentos de los registros de clases tomados, y deteniéndonos especialmente en algunos momentos claves de las clases que ponen de manifiesto esta fuente de conflictos.

Objetos de reflexión

Como mencionamos anteriormente, un objetivo de este taller es el poder reflexionar con los asistentes a partir de sus propias producciones y de las de los alumnos acerca de los objetos matemáticos involucrados en sus sistemas de prácticas y cómo éstos provocan el enunciado de diferentes propiedades, conjeturas, argumentaciones, etc. Pero siempre pensando en cómo la intervención docente hace dialogar esas producciones generando una genuina construcción o reconstrucción de relaciones matemáticas por parte de los actores en una micro sociedad científica.

A modo de ejemplo, de estos momentos de discusión presentamos a continuación algunos recortes de lo sucedido con los alumnos de la UNPA al trabajar con lápiz y papel y que son una genuina muestra de cómo vive la producción de nuevos problemas y relaciones teóricas de la matemática en el aula y cómo se va generando tal producción, siempre respetando sus primeras preguntas/creaciones/dudas.

En un momento inicial se genera un espacio de debate acerca de si existían o no condiciones de construcción de la figura requerida, esto a partir del compartir los sistemas de prácticas realizados y de que teníamos un grupo de estudiantes que ni siquiera se había cuestionado la existencia de los paralelogramos debido al tipo de consigna. En otras palabras, como la situación indica que hay dos lados consecutivos y una diagonal, un grupo dio por sentado que si existía la diagonal entonces existía el paralelogramo y no valía la pena preguntarse las condiciones de construcción. Esta problemática sale a la luz cuando es otro estudiante quien indica que existían determinadas condiciones que se debían cumplir para poder asegurar la existencia de ese paralelogramo. Es así que se genera otro debate diferente a partir del uso de la propiedad de la desigualdad triangular y el problema de construcción del paralelogramo pasa a convertirse en un problema de construcción de triángulos.

“Las alumnas 1 y 2 comentan que no dudaron de la construcción, no pensaron en “¿es posible?” ya que asumieron que si eran datos de un paralelogramo, la construcción necesariamente debía darse. Ambas explican también que las desconcertó lo de “Justificar”. Desconocían si debían proceder describiendo la situación analíticamente o hacer la construcción e ir justificando la misma.”

Aquí se abren las siguientes preguntas en el grupo: ¿Hay que determinar condiciones de construcción? En este caso, ¿cuáles son esas condiciones? ¿Qué significa en esta tarea, que pide una acción, tener que justificar? Las acciones ¿no se describen solamente?

Como mencionamos anteriormente, el problema termina reduciéndose a un problema de construcción de triángulos y en consecuencia, al uso de la propiedad triangular. Esto permite analizar distintos “particulares” que ponen en evidencia las condiciones de construcción del paralelogramo, concluyendo además que bajo determinadas circunstancias podrían ellos asegurar que esa figura es, en lugar de un paralelogramo, un rectángulo; situación que también se prestó a discusión ¿Cuáles son las características que debo tener en cuenta para asegurar que un cuadrilátero sea un rectángulo? ¿Eso lo exige de ser paralelogramo? Y entonces comienza un proceso de validación, con argumentaciones y/o fundamentaciones pero siempre, cada estudiante, apoyándose en su propio sistema de prácticas personales, lo cual permite y “obliga” a las docentes a cargo poner en relación los diferentes elementos emergentes de cada uno de esos sistemas de prácticas:

Docente 1: A ver, cuéntenos que pasó, ¿pudieron construirlos?

Alumna 1: en el primer caso si da un paralelogramo.

Alumno 3: si se puede y encima es un rectángulo.

Alumna 1: yo empecé por la diagonal, y tracé los arcos en los extremos de la misma, con radio la longitud de los lados, y bueno en la intersección de los arcos está el vértice.

Alumna 2: yo tracé uno de los lados, el arco de la diagonal con el compás y me fijé cuando se intersecta con el otro lado con la diagonal.

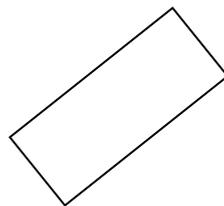
Alumna 1: ella usa la regla como compás.

Alumno 3: ídem Alumna 1.

Alumna 2: pero fijate que a ella no le dio rectángulo. (refiriéndose a la hoja de la alumna 1)

La alumna 1 observa su construcción pensativa... y dice: si es rectángulo aparentemente, sólo que a mí me quedó cruzado, pero es rectángulo.

Todos miran la hoja de la alumna 1 y observan la siguiente figura:



En este momento, las docentes proponen a los estudiantes reflexionar acerca de sus sistemas de prácticas y notamos que dependiendo de la decisión tomada por cada uno sobre cómo disponer los elementos de la construcción hace que los estudiantes se cuestionen si esa figura es o no un rectángulo, obligándolos a utilizar otras herramientas para poder justificar esa conjetura. Además se pone a discusión si el sólo observar la figura me da la información suficiente para poder asegurar que eso sea o no un rectángulo.

Docente 1: ¿al final es o no es rectángulo?

Alumna 2: Si es, por la relación Pitagórica.

Docente: ¿por qué les da rectángulo en el primer caso? ¿Será el único paralelogramo con esos datos?

Alumna 1: si, es el único con esas medidas. Porque esos arcos se intersectan en ambos lados de la diagonal. (Haciendo referencia a su construcción)

Alumno 3: con esas medidas solo puede ser rectángulo.

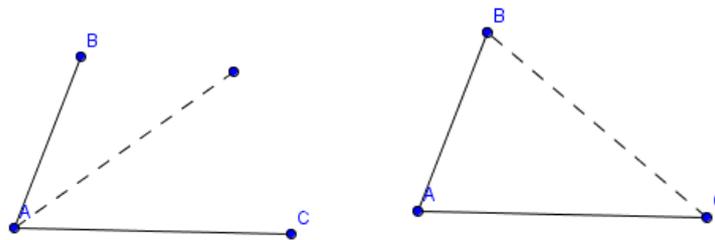
Alumna 2: si por Pitágoras.

Alumna 1: que sea el único no me cabe duda.

La docente les pregunta si se dieron cuenta al ver los valores que era una terna pitagórica o cómo lo hicieron, y a continuación se reflexiona que son esos valores los que me aseguran que se trata de un rectángulo y no la figura en sí.

Cabe mencionar en este instante que si no se hubiera propuesto a los alumnos resolver la situación dando total libertad en la elección de los datos, de la disposición de los elementos y del protocolo de construcción, esta discusión no hubiera tenido un escenario que la favoreciera.

Otro momento de reflexión sobre lo realizado, también con lápiz y papel, es cuando mencionan haberse cuestionado primero que existían dos formas de pensar el problema, es decir, que había dos formas de pensar en la diagonal dada y se cuestionan si esta disposición de los elementos podría o no haber generado soluciones diferentes. Es aquí cuando las alumnas 1 y 2 advierten que si las longitudes son las mismas entonces generan el “mismo” paralelogramo, pensando más allá de la figura que lo representa y quedándose en lo invariante de ese objeto representado.



Otra vez, ahora desde lo gráfico se observa cómo se realiza una transformación del problema. A pesar de que la consigna decía que se quería construir un paralelogramo esto se termina dejando a un lado y se ponen condiciones de construcción que tienen que ver con la construcción de triángulos, lo que se sintetiza en escritos como el siguiente:

Con respecto a lo solicitado:

- *Si se puede construir un paralelogramo con los datos de un lado, su lado consecutivo y la diagonal, el paralelogramo no es único, aunque eso no depende de la ubicación de la diagonal.*
- *En el supuesto caso en que los lados a , b y la diagonal no cumplan la condición de $a+b > d$ entonces no se podrá construir el paralelogramo*

A continuación y siempre a modo de ejemplo para que se entienda el tipo de intercambios entre saberes que circulan en el aula, exponemos un diálogo que generó un nuevo momento de construcción en torno a una nueva (para los estudiantes) definición de paralelogramo:

Alumna 1: estamos construyendo paralelogramos, pero sabiendo que en su interior tiene dos triángulos.

Docente 2: ¿con eso alcanza? Entonces me podría aventurar a definir un paralelogramo desde otro lugar “un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene en su interior dos triángulos”

Alumno 3: no, porque deben ser iguales...

Alumna 1: No, no me alcanza sólo con eso.

Docente 2: esos dos triángulos son congruentes, no son cualesquiera.

Alumno 3: Los triángulos deben ser simétricos

Toda esta discusión permite también a los estudiantes -futuros profesores- comenzar a imaginar otras formas de definir objetos geométricos que tenían para cada uno de ellos una sola forma de ser concebidos. Este episodio nos permitió discutir la relatividad contextual de las definiciones, en este caso a partir de las definiciones de los paralelogramos.

Por último, en este taller se presentarán otras prácticas sostenidas, tanto en la Optativa II como en el seno del grupo de investigación, desde lo dinámico para ponerlas en diálogo con el recorte presentado.

REFLEXIONES FINALES

El objetivo primordial de este taller, diseñado a partir de uno de los espacios de la Formación Inicial, es generar en cada uno de sus asistentes una nueva experiencia dentro del hacer matemático. Buscando compartir cómo se genera esta propuesta didáctica a través del estudio y análisis a-priori de ciertas prácticas operativas y reflexivas, con el objeto de lograr producciones, a partir de las interacciones docentes realizadas en los encuentros, que avancen hacia la construcción de relaciones matemáticas desde los significados personales interpelados/cuestionados/puesto en tensión tanto entre compañeros estudiantes como por los docentes a cargo del grupo.

A su vez, también se busca reflexionar con los diversos asistentes sobre estas acciones realizadas en dichos encuentros de Formación y en los espacios de Investigación educativa, abriendo la discusión sobre la importancia de “vivir” de otro modo la conformación de la teoría matemática, para poder luego pensarla dentro de la enseñanza de la formación inicial.

REFERENCIAS

- GODINO, J., BATANERO C., FONT V. (2007) “Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción Matemática”. http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf, 4. <http://www.ugr.es> Consultado el 11/05/13
- ITZCOVICH, H. (2005) *Iniciación al Estudio Didáctico de la Geometría.*, (Libros del Zorzal Bs. As.).
- CORRALES J., ETCHEGARAY S., LEGUIZAMÓN V., VÁZQUEZ L. (2013) *Un espacio de reflexión y producción matemática en la formación inicial del profesor.* Publicado en las actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (ISSN 2301-079)
- ETCHEGARAY, SILVIA CATALINA., FERNANDEZ, CLAUDIO ALEJANDRO., NAHUIN, KARINA VANESA, (2013) *La Relación entre la Desigualdad Triangular y el Teorema del Coseno como emergente al hacer “dialogar” prácticas didáctico-matemáticas en diferentes contextos.*
- CORRALES, JULIA EDITH., ETCHEGARAY, SILVIA CATALINA, (2013) *Significados del conocimiento geométrico que circula en el nivel medio y en la Formación Inicial del Profesor en Matemáticas: Un problema de Investigación.* Publicado en actas de la Reunión Latinoamericana de Educación Matemática.
- GODINO, JUAN, (2009) *Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas.* UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31
- GODINO, JUAN (2011) *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.