ERRORES DE MEDICIÓN Y SU PROPAGACIÓN, EN PYTHON.

Álvaro Bautista Jofré.

2023

Informática (Física computacional).

Resumen e introducción:

El siguiente informe explicará que los fundamentos de la medición, tanto en términos conceptuales como matemáticos, son esenciales para obtener resultados confiables y precisos. Además, conocer las diferentes formas de presentar los resultados y cómo propagar las incertidumbres en medidas indirectas, nos permite realizar un análisis y cálculos más adecuados en diversos contextos científicos y técnicos. Se contará con el uso del lenguaje Python, para el fácil manejo de datos y cálculos, como para la muestra de gráficos.

Marco teórico:

Para empezar, tenemos que saber con exactitud qué es una medida. Medir es determinar cuántas unidades de medida están comprendidas en la cantidad a determinar. Por supuesto que ambas cantidades deben corresponder a la misma magnitud física, denominada patrón o unidad de medida.

En términos matemáticos, si A es la cantidad a medir y U la unidad de medida entonces podemos expresar $A = xU$, donde $x = A/U$ indica cuantas unidades de medida U están comprendidas en la cantidad A.

Las medidas se pueden clasificar como directas o indirectas. Se denomina *medida directa* si la cantidad medida se lee directamente de un instrumento de medida. Por el contrario, se denomina *medida indirecta* si la misma no proviene de la lectura de ningún instrumento. En este caso la medida se realiza a partir de una relación o dependencia funcional con otras cantidades.

A la hora de hablar de error se debe tener cuidado con la connotación que se le da a esa palabra. Con ella nos referimos a la incertidumbre que tiene el resultado de una medida y no debe ser confundida con la idea de equivocación. Las incertidumbres resultan inevitables, lo único que podemos hacer es tratar de disminuirlas y de estimar su valor.

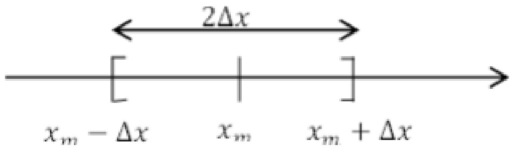
¿Cómo presentar el resultado de una medición?

El resultado de una medición siempre debe contener un valor que represente la mejor estimación que podemos hacer de la cantidad de una incertidumbre que nos diga en qué intervalo o rango de valores en torno a esta mejor estimación pueden encontrarse “casi con seguridad” el valor exacto al que nunca podremos conocer. Es decir que al medir una cantidad x el resultado de la medida será del tipo:

$$x = (x_m \pm \Delta x)$$

donde x_m es la mejor estimación o valor medido y Δx es lo que denomina incertidumbre o error absoluto de la medición.

El valor verdadero de la cantidad x se encontrará en un intervalo de longitud igual a $2\Delta x$ entorno de x_m como se ve debajo de éste texto. Hay que destacar que el error absoluto es positivo por definición y que sus unidades son las mismas que las de la cantidad a determinar.



Error relativo:

El error relativo E_r se define como la razón entre el error absoluto y la mejor estimación de la cantidad (en valor absoluto). Es decir:

$$E_r = \frac{\Delta x}{|x_m|}$$

Error relativo porcentual:

El error relativo porcentual $E_{m\%}$ se define como:

$$E_{m\%} = 100 * \frac{\Delta x}{|x_m|} \%$$

Medidas indirectas. Propagación de incertidumbres:

Ahora plantearé la necesidad de determinar cantidades que no pueden medirse directamente o que no es conveniente hacerlo. En estos casos, se busca establecer una relación funcional entre la cantidad deseada y otras que pueden medirse previamente. Estas medidas indirectas no se rigen por los mismos criterios de error que se mencionaron anteriormente. Para utilizar relaciones funcionales, es necesario tener criterios para propagar las incertidumbres al realizar operaciones matemáticas con cantidades sujetas a error.

Error en una suma o resta:

La incerteza o error absoluto en una cantidad que es la suma o resta de otras es igual a la suma de los errores absolutos de cada uno de los términos. Es decir:

En el caso de la suma:

$$C_m = A_m + B_m + \cdots$$

$$\Delta C = \Delta A + \Delta B + \cdots$$

En el caso de la resta:

$$C_m = A_m - B_m - \cdots$$
$$\Delta C = \Delta A + \Delta B + \cdots$$

como vemos la incertidumbre no disminuye, independientemente de que se sumen o resten las medidas.

Error en una cantidad múltiplo de otra:

Al multiplicar una cantidad por un factor exacto k (o con un error despreciable) el error absoluto cambia en un factor |k|. Es decir:

$$B_m = k * A_m$$

$$\Delta B = |k| * \Delta A$$

<u>Error en una cantidad producto o cociente de otras:</u>

La incerteza o error relativo en una cantidad que es el producto cociente de otras es igual a la suma de los errores relativos. Es decir:

$$C_m = A_m * B_m \text{ ó } C_m = \frac{A_m}{B_m}$$

$$\frac{\Delta C}{|C_m|} = \frac{\Delta A}{|A_m|} + \frac{\Delta B}{|B_m|}$$

<u>Error en una cantidad potencia de otra:</u>

La incerteza o error relativo en una potencia de exponente n es igual a n veces el error relativo de la base. Es decir:

$$B_m = A_m^n$$

$$\frac{\Delta B}{|B_m|} = |n| * \frac{\Delta A}{|A_m|}$$

Desarrollo del código:

A la hora de desarrollar el primer código, se emplea un programa interactivo que permite al usuario realizar cálculos de medidas y propagar errores. El código comienza mostrando un encabezado para describir la función del programa. Luego, solicita al usuario ingresar la mejor estimación de una medida (x_m) y su incertidumbre (Δx).

A continuación, se inicia un bucle `while` que se ejecuta indefinidamente hasta que el usuario elija la opción de salir. Dentro del bucle, se muestra un menú de opciones para que el usuario elija la operación deseada.

Según la opción seleccionada, se ejecuta el código correspondiente. Por ejemplo, si el usuario elige la opción 1, se solicita ingresar otra medida y su incertidumbre, luego se realiza la suma de las medidas y la propagación del error. Si el usuario elige la opción 2, se realiza la resta de las medidas y la propagación del error. Y así sucesivamente para las demás opciones.

Después de cada cálculo, se muestra el resultado al usuario. El programa vuelve al menú de opciones y continúa repitiendo hasta que el usuario elija la opción de salir.

Bibliografía:

- Notas sobre Teoría de Errores y Mediciones, J.P. Umazano, C.E. Lambercht, L.C. Baumann. 2023.