Trabajo final - Informática
DIAZ TORRES, Francisco Manuel

<u>Circuitos eléctricos de corriente continua</u>

Resúmen

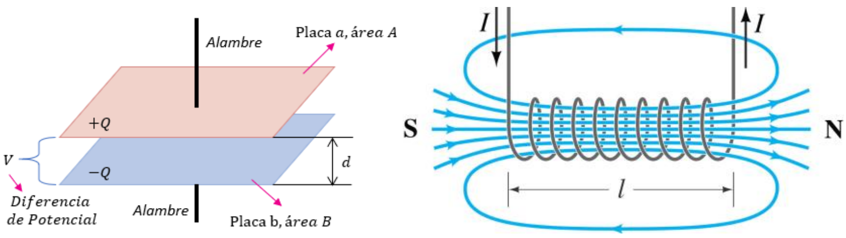
El presente informe tratará sobre el uso de programas informáticos, escritos en lenguaje Python, para analizar la corriente eléctrica en un circuito y la carga de un capacitor en el mismo, realizando gráficos representativos de su comportamiento.

Introducción

Se entiende por *circuito* a un sistema compuesto de diferentes elementos que requiere de una corriente para funcionar. Los hay de corriente *continua* (valor y dirección constantes) y de corriente *alterna* (valor y dirección variables), mientras que sus componentes pueden ser muy variados.

En este trabajo se verán circuitos de corriente continua compuestos de:

- Una batería o fuente de *fem* (fuerza electromotriz): es un elemento activo que otorga energía al sistema.
- Cables conductores: permiten el paso de corriente entre los elementos del circuito.
- Un *capacitor* (o *condensador*) y un *inductor* (o *bobina*): son dos de los elementos pasivos del circuito que serán analizados. Ambos almacenan energía en forma de campos eléctricos y campos magnéticos, respectivamente.



Esquema de un capacitor de dos placas (*izquierda*). *Esquema de un inductor solenoidal* (*derecha*).

- Un *resistor*: es otro elemento pasivo pero su función es disipar energía en forma de calor a fin de evitar problemas de funcionamiento en el circuito.

Todos los elementos utilizados en cualqueir circuito deben cumplir ciertas reglas o leyes físicas. Primero que nada, los materiales deben ser *óhmicos*, es decir, tienen que verificar la Ley de Ohm:

$$V = IR$$

en donde V es la diferencia de potencial eléctrico aplicada a un objeto (en voltios), I es la corriente circulante (en amperios), y R es su *resistencia* (en ohms), una medida de qué tan "fácil" puede fluir la corriente sobre el mismo.

Además, como parte del análisis de un circuito, se deben tener en cuenta las reglas de Kirchhoff. Si bien son dos, en este caso nos interesa solamente la *regla de los voltajes*:

> "*La suma de las caídas de voltaje en cada elemento de un camino cerrado en un circuito debe ser igual al voltaje total aplicado por la fuente.*"

Por *caída de voltaje* nos referimos, indirectamente, a qué tanta energía consumen dichos elementos. En el caso de los resistores, su caída de voltaje viene dado por la ley de Ohm; para capacitores e inductores debemos definir dos nuevas magnitudes. Una es la *capacitancia C* (en faradios):

$$C = \frac{q}{V}$$

donde q es la carga (en culombios) del capacitor y V es el voltaje entre sus placas. La segunda es la *autoinductancia L* (en henrios):

$$L = \frac{\Phi_m}{I}$$

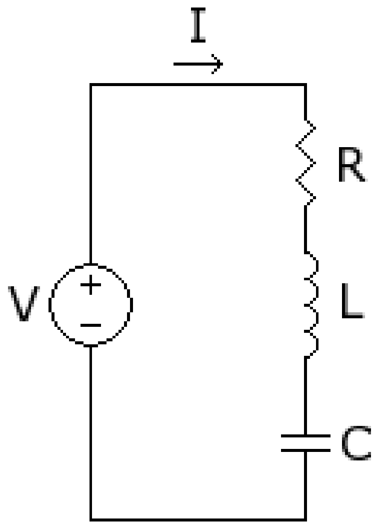
donde I es la corriente en la bobina y Φ_m es el flujo magnético en su interior (a través del área encerrada por sus vueltas).

Objetivo

Utilizando un programa diseñado por el autor, se buscará visualizar el comportamiento de la corriente I en el circuito y/o la carga q de un capacitor en el mismo en función del tiempo t transcurrido durante un experimento, teniendo en cuenta las ecuaciones mencionadas en la introducción. Se analizará un tipo de configuración, la *LRC* (contiene un inductor, un resistor y un capacitor).

Método de trabajo

El programa mencionado parte de la ley de Kirchhoff mencionada para un circuito en serie en donde la corriente y la carga son funciones del tiempo. El esquema más sencillo es:



Del planteo surge una EDO lineal de segundo orden para las función $q(t)$:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V$$

El programa utiliza las soluciones a estas ecuaciones para graficar las funciones. Debido a cómo se define la corriente, para obtener a $I(t)$ simplemente se deriva a q respecto de t.

Las posibles soluciones a la ecuación, dependiendo de los valores que se trabajen, son:

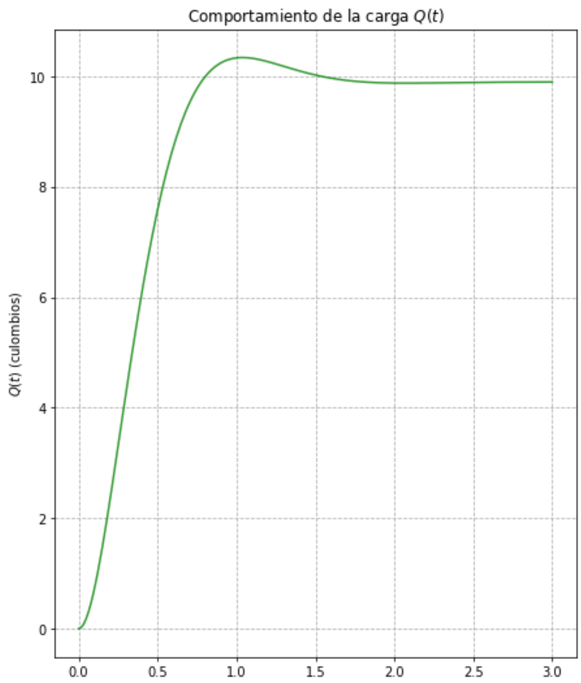
$$q(t) = \begin{cases} A\exp\left\{\frac{-R+\sqrt{\Delta}}{2L}t\right\} + B\exp\left\{\frac{-R-\sqrt{\Delta}}{2L}t\right\} + CV \ , \Delta = R^2 - \frac{4L}{C} > 0 \\ \exp\left\{-\frac{R}{2L}t\right\}(A+Bt) + CV \ , \Delta = 0 \\ \exp\left\{-\frac{R}{2L}t\right\}\left[A\sin\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2L}t\right) + B\cos\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2L}t\right)\right] + CV \ , \Delta < 0 \end{cases}$$

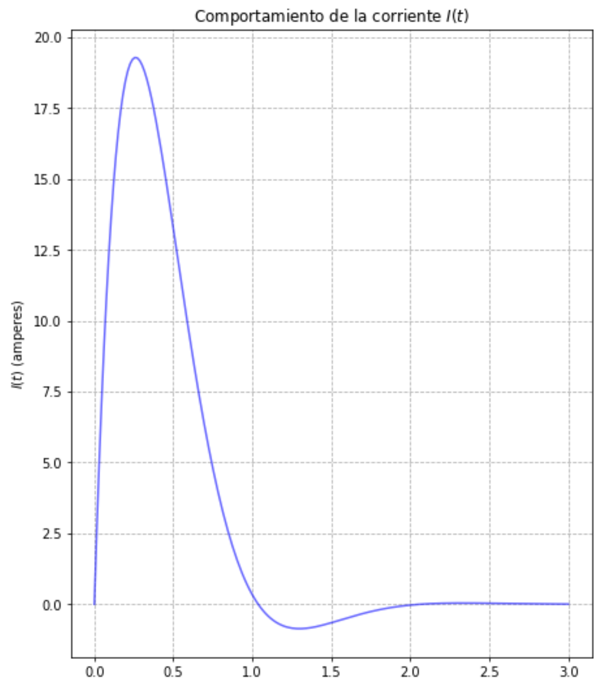
$$I(t) = \begin{cases} \left(\frac{-R+\sqrt{\Delta}}{2L}\right)A\exp\left\{\frac{-R+\sqrt{\Delta}}{2L}t\right\} + \left(\frac{-R-\sqrt{\Delta}}{2L}\right)B\exp\left\{\frac{-R-\sqrt{\Delta}}{2L}t\right\} \\ \exp\left\{-\frac{R}{2L}t\right\}\left[B - \frac{R}{2L}(A+Bt)\right] \\ \exp\left\{-\frac{R}{2L}t\right\}\left\{\left[\frac{\sqrt{-\Delta}}{2L}A - \frac{R}{2L}B\right]\cos\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2L}t\right) - \left[\frac{R}{2L}A + \frac{\sqrt{-\Delta}}{2L}B\right]\sin\left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2L}t\right)\right\} \end{cases}$$

donde A y B son constantes que dependen de las condiciones iniciales del problema.

Ejercicio 1:

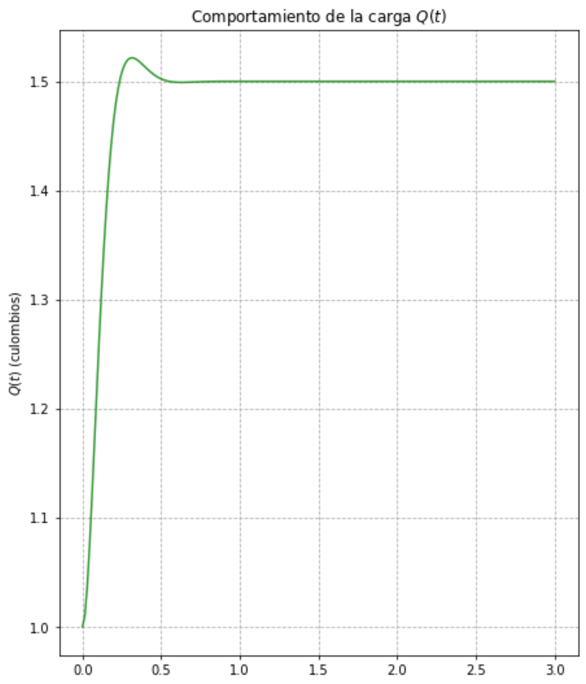
- $L = 1{,}67\ H\ ;\ R = 10\ \Omega\ ;\ C = 0{,}033\ F\ ;\ E(t) = 300\ V\ ;\ q(0) = 0\ C\ ;\ I(0) = 0\ A$

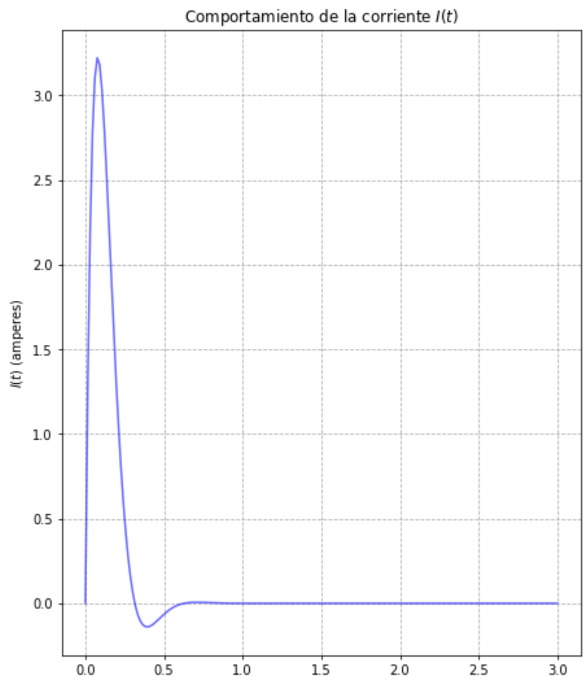




Ejercicio 2:

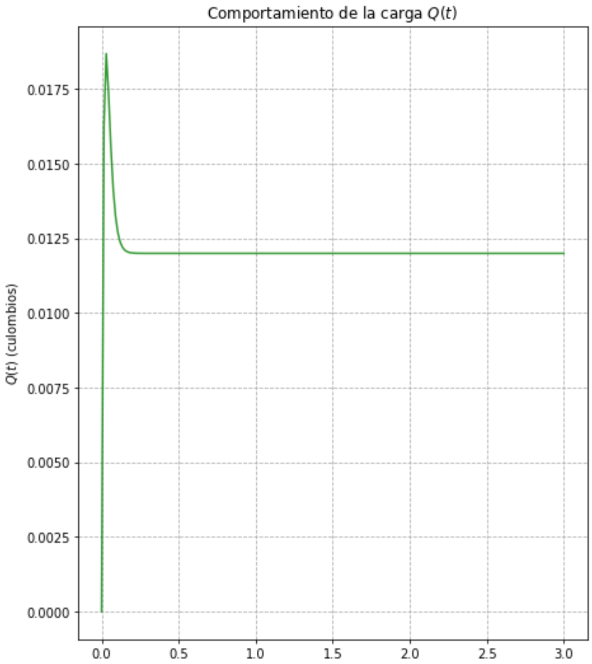
- $L = 0{,}5\ H\ ;\ R = 10\ \Omega\ ;\ C = 0{,}01\ F\ ;\ E(t) = 150\ V\ ;\ q(0) = 1\ C\ ;\ I(0) = 0\ A$

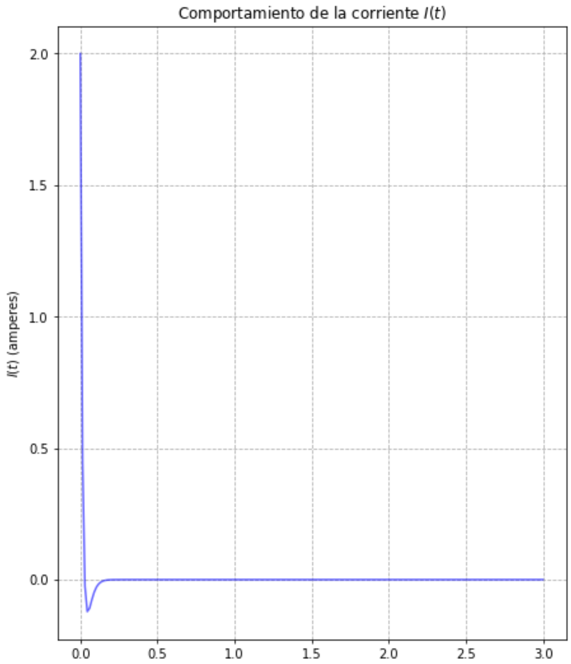




Ejercicio 3:

- $L = 1\,H\,;\; R = 100\,\Omega\,;\; C = 0{,}0004\,F\,;\; E(t) = 30\,V\,;\; q(0) = 0\,C\,;\; I(0) = 2\,A$





Como se puede ver, en cada ejercicio tanto la corriente I como la carga q del capacitor tienden a un valor fijo cuando transcurre un cierto período de tiempo. Esto se debe a que el capacitor ha llegado a un valor estable en su carga, lo que provoca que ya no circule corriente por el circuito, es decir, que I tienda a cero.

El tiempo en que se consigue dicho valor estable de la carga varía dependiendo de las magnitudes que se manejen. El impacto más notable sobre este comportamiento es del resistor: cuanto mayor es R, más rápidamente el condensador llega a su carga estable. Por otro lado, cuanto menores son L y C también se acorta este período.

Bibliografía:

- Halliday, D.; Resnick, R.; Krane, K. (1994). *Física Vol. 2 Versión ampliada (3° ed.)* Compañía Editorial Continental.
- Zill, D.; Cullen, M. (2009). *Ecuaciones Diferenciales con problemas con valores en la frontera (7° ed.)* Cengage Learning.
- https://matplotlib.org/devdocs/index.html
- https://stackoverflow.com/questions/60298849/define-and-plot-constant-function-in-python
- http://videosexplicacionesyapoyosenmatericas.blogspot.com/2019/10/capacitancia-y-capacitores-explicacion.html
- https://www.miniphysics.com/ss-magnetic-field-due-to-current-in-a-solenoid.html

Código utilizado

```
#!/usr/bin/env python3

# -*- coding: utf-8 -*-

"""

Created on Mon Jun 28 12:13:18 2021

@author: DIAZ TORRES, Francisco

Proyecto final:

    Gráficos para las funciones carga y corriente en un circuito LRC de
corriente continua

"""

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt


def Carga(L, R, C, I, Q, t, v):

    det=(R**2)-(4*L/C)

    if det>0:

        r1=(-(R)+np.sqrt(det))/(2*L)

        r2=(-(R)-np.sqrt(det))/(2*L)

        a1=(I-Q*r2-C*v*(1-r2))/(r1-r2)

        a2=Q-C*v-a1

        solc=a1*np.exp(r1*t)+a2*np.exp(r2*t)

    elif det==0:

        r=-(R)/(2*L)

        a1=Q-C*v

        a2=I-a1*r

        solc=np.exp(r*t)*(a1+a2*t)

    elif det<0:

        gamma=-(R)/(2*L)

        mu=np.sqrt(-det)/(2*L)

        a2=Q-C*v

        a1=(I-gamma*a2)/mu

        solc=np.exp(gamma*t)*(a1*np.sin(mu*t)+a2*np.cos(mu*t))

    return solc
```

```
def Corriente(L, R, C, I, Q, t, v):
    det=(R**2)-(4*L/C)
    if det>0:
        r1=(-(R)+np.sqrt(det))/(2*L)
        r2=(-(R)-np.sqrt(det))/(2*L)
        a1=(I-Q*r2-C*v*(1-r2))/(r1-r2)
        a2=Q-C*v-a1
        solc=a1*r1*np.exp(r1*t)+a2*r2*np.exp(r2*t)
    elif det==0:
        r=-(R)/(2*L)
        a1=Q-C*v
        a2=I-a1*r
        solc=(np.exp(r*t)*a2)+(r*np.exp(r*t)*(a1+a2*t))
    elif det<0:
        gamma=-(R)/(2*L)
        mu=np.sqrt(-det)/(2*L)
        a2=Q-C*v
        a1=(I-gamma*a2)/mu
        solc1=gamma*np.exp(gamma*t)*(a1*np.sin(mu*t)+a2*np.cos(mu*t))
        solc2=np.exp(gamma*t)*(a1*mu*np.cos(mu*t)-a2*mu*np.sin(mu*t))
        solc=solc1+solc2
    return solc


def CC(v, C, t):
    return np.full(t.shape, v*C)


# Generar funciones
L=float(input("Introducir la inductancia en H (henrios): "))
R=float(input("Introducir la resistencia en \u03A9 (ohms): "))
C=float(input("Introducir la capacitancia en F (faradios): "))
I=float(input("Introducir la corriente inicial del sistema en A (amperes): 
"))
Q=float(input("Introducir la carga inicial en el capacitor en C 
(culombios): "))
```

```
t=np.linspace(0, 3, 200)

v=float(input("Ingrese el voltaje aplicado al circuito: "))
g=CC(v, C, t)

f=Carga(L, R, C, I, Q, t, v)+g

h=Corriente(L, R, C, I, Q, t, v)

# Generar gráficos

fig, ax=plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 9))

ax[0].plot(t, f, color="green", alpha=0.8)
ax[0].set_title("Comportamiento de la carga $Q(t)$")
ax[0].set_ylabel("$Q(t)$ (culombios)")
ax[0].grid(ls="--")

ax[1].plot(t, h, color="blue", alpha=0.6)
ax[1].set_title("Comportamiento de la corriente $I(t)$")
ax[1].set_ylabel("$I(t)$ (amperes)")
ax[1].grid(ls="--")

plt.show()
plt.savefig("Corriente y carga.png")
```