

## Campos vectoriales

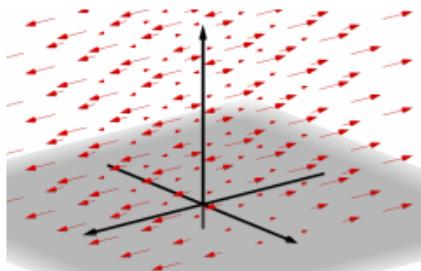
### ¿Qué son los campos vectoriales?

De forma conceptual; los campos vectoriales visualizan funciones cuyo espacio de entrada y de salida tienen la misma dimensión. Estos campos asocian un vector a cada punto en el espacio.

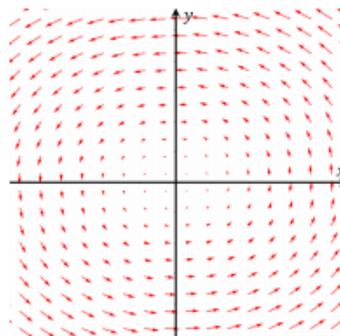
De forma matemática un campo vectorial sobre  $E \subset \mathbb{R}^3$  es una función  $\vec{F}: E \rightarrow V_3$  que a cada punto  $(x,y,z) \in E$  le asigna un (único) vector de tres componentes  $\vec{F}(x,y,z) \in V_3$ . Para cada terna ordenada  $(x,y,z)$  del dominio se tiene asociado un vector tridimensional  $\vec{F}(x,y,z)$ , que se puede escribir en términos de sus tres componentes, que son funciones escalares de tres variables a las que llamaremos  $P(x,y,z)$ ,  $Q(x,y,z)$  y  $R(x,y,z)$ . Escritas en notación vectorial:

$$\vec{F}(x,y,z) = \hat{i}P(x,y,z) + \hat{j}Q(x,y,z) + \hat{k}R(x,y,z)$$

Representación gráfica



Campo vectorial en el espacio.



Campo vectorial en el plano.

### Aplicaciones en la física

Si pretendemos estudiar el movimiento del fluido por una cañería. No es práctico estudiar cómo se mueve cada molécula que constituye el fluido, en cambio la descripción que se adopta consiste en indicar, en cada punto de la cañería, con qué velocidad pasa en el elemento el fluido  $\vec{v}(x,y,z)$ .

Otra situación puede ser el estudio de la fuerza producida por una carga eléctrica, que sentirá otra carga dependiendo de donde esté situada  $\vec{F}_e(x,y,z)$ .

De forma más específica:

#### Campo de velocidades

Cuando se pretende describir un fluido es conveniente indicar la velocidad con que pasa un elemento de fluido por un dado punto del espacio. En el caso de flujo estacionario (no depende

del tiempo), se usa un campo vectorial de velocidades  $\vec{v}(x, y, z)$ . Una línea de flujo de un campo de velocidades marca la trayectoria seguida por una partícula del fluido moviéndose en dicho campo, de forma que los vectores que representan el campo de velocidades son tangentes a las líneas de flujo.

### Campo de fuerzas

La fuerza de atracción gravitatoria entre dos objetos de masas  $M$  y  $m$  actúa a lo largo de la recta (imaginaria) que los une y está dada en módulo por  $|F_g| = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$  donde  $r$  es la distancia entre los objetos, y  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{Kg}^2$  la llamada constante de gravitación, de acuerdo a la ley de gravitación universal de Newton. Este campo de fuerzas se representa gráficamente mediante flechas en dirección radial apuntando hacia el origen de coordenadas, de longitud cada vez menor a medida que el objeto  $m$  se ubica más alejado del objeto  $M$ .

### En electromagnetismo

El flujo eléctrico, o flujo electrostático, es una magnitud escalar que expresa una medida del campo eléctrico que atraviesa una determinada superficie, o expresado de otra forma, es la medida del número de líneas de campo eléctrico que penetran una superficie. Su cálculo para superficies cerradas se realiza aplicando la ley de Gauss. Por definición el flujo eléctrico parte de las cargas positivas y termina en las negativas, y en ausencia de las últimas termina en el infinito.

## Problema específico de fluido para resolver en Python

Se puede pensar en un campo vectorial cuando se habla de fluidos. Por lo tanto, en dinámica de fluidos, el arrastre o fricción de fluido es la fricción entre un objeto sólido y el fluido (un líquido o gas) por el que se mueve. Para un sólido que se mueve por un fluido o gas, el arrastre es la suma de todas las fuerzas aerodinámicas o hidrodinámicas en la dirección del flujo del fluido externo. Por tanto, actúa opuestamente al movimiento del objeto, y en un vehículo motorizado esto se resuelve con el empuje.

Generalmente al estudiar el movimiento bi o tridimensional de un objeto, casi siempre se ignora la resistencia del aire. En muchos problemas esta es una excelente aproximación; en otros, la resistencia del aire es importante, y necesitamos saber cómo cuantificarla. Si bien se habla generalmente de resistencia "del aire", porque el aire es el medio a través del cual se mueven los cuerpos, podemos aplicar las mismas consideraciones para otros gases e incluso líquidos. Sin embargo, asumiremos que la fuerza de arrastre  $f$  y la velocidad  $v$  tienen la misma dirección, pero sentidos opuestos. Esto es, consideraremos solamente objetos para los cuales la fuerza lateral es cero, o despreciable.

Un fluido viscoso se describe con un modelo de capas o láminas que deslizan unas sobre otras. La presencia de rozamiento entre las láminas hace que las distintas capas tengan distintas velocidades.

La viscosidad es análoga a la fricción en los sólidos, que produce una disipación de energía mecánica en interna.

Si se tiene un fluido viscoso entre dos placas es necesario aplicar una fuerza  $F$  para mover la placa superior con velocidad constante.

Coefficiente de viscosidad

$$\eta = \frac{\text{esfuerzo tangencial}}{\text{gradiente transversal de velocidad}}$$

$$\eta = \frac{F/A}{dv/dy}$$

En el caso de un flujo laminar el movimiento del fluido es ordenado, sin entrecruzamiento de las láminas. Al contrario, el flujo turbulento es desordenado con entrecruzamiento de líneas, variaciones abruptas en el tiempo y en presencia de remolinos. Para determinar si un flujo se puede considerar laminar o turbulento se emplea el número de Reynolds.

La ley de Stokes se refiere a la fuerza de fricción experimentada por objetos esféricos moviéndose en el seno de un fluido viscoso en un régimen laminar de bajos números de Reynolds.

$$\vec{F}_a = 6\pi Rv\eta$$

## Problema

Consideremos un cuerpo esférico que se mueve en un fluido viscoso. Actúa sobre la una fuerza de arrastre viscosa que no conocemos, y la velocidad del cuerpo es relativamente pequeña, pudiendo aplicar así la ley de Stokes.

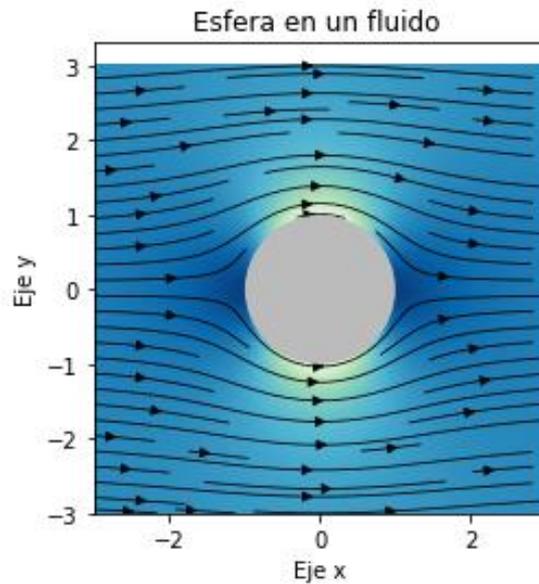


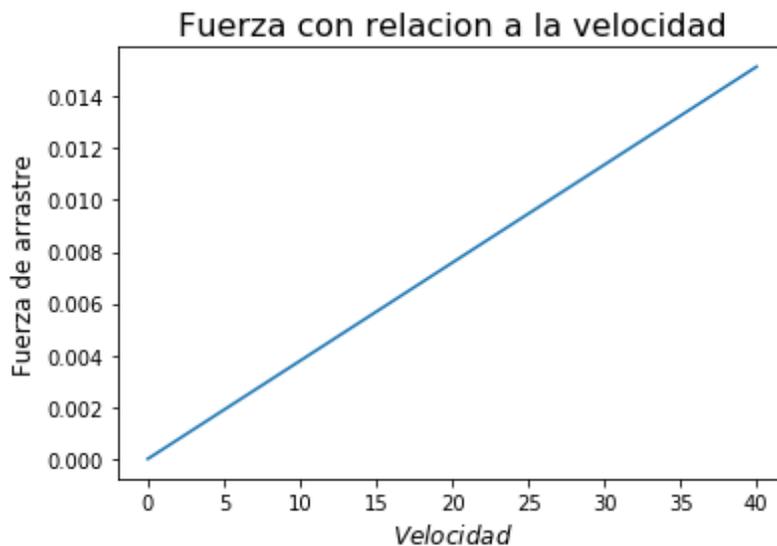
Grafico realizado mediante Python. Código en Anexo

Resolución en Python mediante dos situaciones:

Situación n°1

Esfera de radio de 0.02m, con una velocidad de 5m/s, y en agua a 20°

La fuerza de arrastre es de 0.0018943803701146455 Newton.

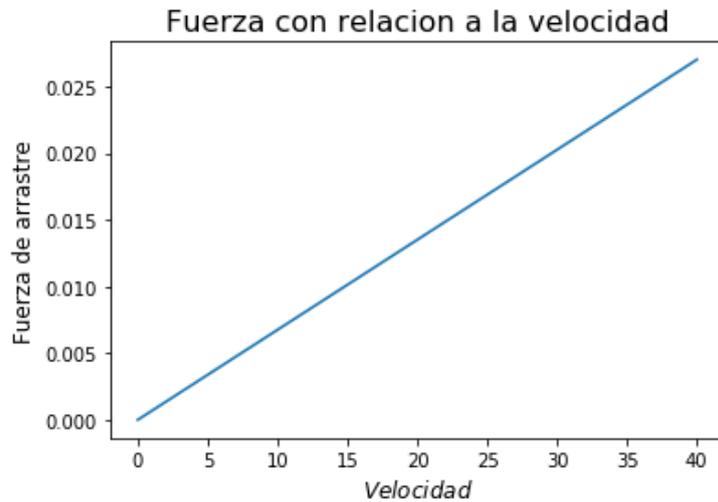


Grafica realizada mediante Python.

Situación n°2

Esfera de radio de 0.02m, con una velocidad de 5m/s, y en agua a 0°

La fuerza de arrastre es de 0.003377840421139746 Newton.



Gráfica realizada mediante Python.

Se puede ver una diferencia entre ambas situaciones, debido a que el coeficiente de viscosidad del agua en 0° es de 0.001792, en cambio en el agua a 20° el coeficiente es de 0.001005.

## Anexo

Código de programa con gráfico de fuerza-velocidad

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
#Funcion para determinar la fuerza de arrastre
import math
def fa(r,v,n):
    Fa=6*math.pi*r*v*n
    if v==0 or r==0:
        print ("No existe la fuerza")
    else:
        print ("El valor de la fuerza de arrastre es", Fa , "Newton")
    print ("") #vacio
```

```

print ("1- Realizar grafica, para ver la grafica debera finalizar el programa")
print ("2- No realizar la grafica")

g= float(input())

if g==1:
    v = np.linspace(0, 40, 2)
    fig, ax = plt.subplots()
    ax.plot(v, 6*math.pi*r*v*n)
    ax.set_xlabel('$Velocidad$', fontsize=12)
    ax.set_ylabel('Fuerza de arrastre', fontsize=12)
    ax.set_title("Fuerza con relacion a la velocidad", fontsize=16);
    fig.savefig("Grafica fuerza de arrastre.png")

```

```

#Titulo
print ("" )#vacio
print ("Ley de Stokes, fuerza de arrastre.")
print ("" )#vacio
print ("Indique en que tipo de fluido se encuentra")

#Bucle
a=1
while a==1:
    print ("" )#vacio
    print ("El fluido es:")
    print ("1- Agua 0°C.")
    print ("2-Agua 20°C.")
    print ("3-Aire 20°C.")
    print ("4-Sangre 37°C.")
    print ("5-Plasma 20°C.")
    print ("6-Aceite de automotor (SAE 30).")
    print ("7- Introducir coeficiente de viscosidad")

```

```
print("0-Finalizar programa.")
x=float(input())
n=0
if x==1:
    n= 0.001792
    print ("Indique el radio de la esfera")
    r= float(input())
    print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
    v= float(input())
    print("")#vacio
    print(fa(r,v,n))
```

```
elif x==2:
    n= 0.001005
    print ("Indique el radio de la esfera")
    r= float(input())
    print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
    v= float(input())
    print("")#vacio
    print(fa(r,v,n))
```

```
elif x==3:
    n=0.000019
    print ("Indique el radio de la esfera")
    r= float(input())
    print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
    v= float(input())
    print("")#vacio
    print(fa(r,v,n))
```

```
elif x==4:
```

```
n= 0.00208
print ("Indique el radio de la esfera")
r= float(input())
print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
v= float(input())
print("")#vacio
print(fa(r,v,n))
```

elif x==5:

```
n= 0.00181
print ("Indique el radio de la esfera")
r= float(input())
print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
v= float(input())
print("")#vacio
print(fa(r,v,n))
```

elif x==6:

```
n= 0.0023
print ("Indique el radio de la esfera")
r= float(input())
print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
v= float(input())
print("")#vacio
print(fa(r,v,n))
```

elif x==7:

```
print ("Introduzca el coeficiente de viscosidad")
n= float(input())
print ("") #v0acio
print ("Indique el radio de la esfera")
```

```

r= float(input())
print ("Introduzca la velocidad de fluido en m/s")
v= float(input())
print("")#vacio
print(fa(r,v,n))

elif x==0:
    print("Fin del programa")
    print("")#vacio
    a=a+1

else:
    print ("opcion invalida, ingrese una opcion valida")
    print("")#vacio

```

#### Código de gráfico de la situación

```

#importaciones
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import numpy.ma as ma
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.patches import Circle
import matplotlib.cm as cm

#Titulo
print("Representacion de una esfera en un fluido viscoso")
#Variables
R = 1.0
U = 1.0
x = np.linspace(-3, 3, 151)

```

```

y = np.linspace(-3, 3, 151)

xx, yy = np.meshgrid(x, y)

rr = np.sqrt(xx ** 2 + yy ** 2)
tt = np.arctan2(yy, xx)

#Enmascaramos el centro para evitar singularidades
rr = ma.masked_less_equal(rr, R * 0.9)

#Función potencial
phi = U * (rr + R ** 2 / rr) * np.cos(tt)

#Función de corriente
psi = U * (rr - R ** 2 / rr) * np.sin(tt)

#Coeficiente de presiones
c_p = 2 * R ** 2 / rr ** 2 * np.cos(2 * tt) - R ** 4 / rr ** 4

#Velocidad (polares)
v_r = U * (1 - R ** 2 / rr ** 2) * np.cos(tt)
v_theta = -U * (1 + R ** 2 / rr ** 2) * np.sin(tt)

#Velocidad (rectangulares)
v_x = v_r * np.cos(tt) - v_theta * np.sin(tt)
v_y = v_r * np.sin(tt) + v_theta * np.cos(tt)

# Creamos la figura
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111)

```

```
#Cilindro
```

```
c = Circle((0, 0), R, color='#bbbbbb', linewidth=0, zorder=10)
```

```
ax.add_patch(c)
```

```
#Líneas de corriente
```

```
ax.streamplot(xx, yy, v_x, v_y, linewidth=0.8, color='k')
```

```
#Coeficiente de presiones
```

```
cs = ax.contourf(xx, yy, c_p, np.linspace(-3, 1, 1000), cmap=cm.GnBu)
```

```
#Etiquetas
```

```
ax.set_xlabel('Eje x')
```

```
ax.set_ylabel('Eje y')
```

```
ax.set_title("Esfera en un fluido ")
```

```
ax.set_aspect(1)
```

```
#Figura
```

```
fig.savefig('lineas-flujo.png', dpi=150)
```

## Bibliografía

[https://online2.exactas.unlpam.edu.ar/pluginfile.php/103027/mod\\_resource/content/1/Campos%20vectoriales.pdf](https://online2.exactas.unlpam.edu.ar/pluginfile.php/103027/mod_resource/content/1/Campos%20vectoriales.pdf)

<https://deisysegura.wordpress.com/fisica-termodinamica/mecanica-de-fluidos/2-i-campos-de-flujo/>

[https://es.wikipedia.org/wiki/Flujo\\_magnético](https://es.wikipedia.org/wiki/Flujo_magnético)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Flujo\\_eléctrico](https://es.wikipedia.org/wiki/Flujo_eléctrico)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Arrastre\\_\(física\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Arrastre_(física))

<https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/thinking-about-multivariable-function/ways-to-represent-multivariable-functions/a/vector-fields>

[https://es.wikipedia.org/wiki/Campo\\_vectorial#:~:text=es%20un%20campo%20vectorial%20C,a%20cada%20punto%20en%20X.](https://es.wikipedia.org/wiki/Campo_vectorial#:~:text=es%20un%20campo%20vectorial%20C,a%20cada%20punto%20en%20X.)