FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

- UNLPAM -

PROFESORADO EN MATEMÁTICA 2013

- PRÁCTICA EDUCATIVA III -

DAIANA SOLEDAD SCHROEDER RAUCH

HERRAMIENTAS PARA GENERAR IGUALDAD EN EL AULA: JUEGOS-PROBLEMAS DE LA REALIDAD

PLANIFICACIÓN DEL PRIMER CUATRIMESTRE: LA UTILIZACIÓN DE JUEGOS EN LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES

APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRÁCTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 167-197

Primera Planificación. La utilización de juegos en la enseñanza de fracciones.

- Fundamentos:

En esta propuesta se incluyeron juegos para la introducción de cada tema, la idea era ofrecer propuestas de enseñanza variadas donde los alumnos participen con nuevos sentidos, con otras formas, con esfuerzo y creatividad. El objetivo es generar igualdad de posibilidades de acceso a los conocimientos contribuyendo la convivencia social, el trabajo compartido y el respeto por las diferencias.

Partimos de la idea de plantear en el aula situaciones en la que los estudiantes elaboren estrategias matemáticas propias, utilicen las representaciones que consideren adecuadas, discutan con sus pares, expliquen sus ideas, den razones de sus procedimientos y resultados, confronten sus producciones con las de otros, acepten críticas y otros puntos de vista.

El juego forma parte de las actividades planificadas para el aula, dentro de una secuencia de enseñanza y, en este sentido, no es un entretenimiento sino una herramienta efectiva y útil para aprender determinados contenidos.

Los juegos poseen la ventaja de interesar a los alumnos, con lo que, en el momento de jugar, se independizan relativamente de la intencionalidad del docente y pueden desarrollar la actividad, cada uno a partir de sus conocimientos.

Luego de cada juego, el docente debe hacer un cierre donde se destaque sintéticamente los contenidos trabajados. Esta última etapa de cierre está íntimamente ligada a la intencionalidad didáctica de la actividad planteada, a los contenidos que se han querido trabajar y al alcance logrado por la producción de los diferentes grupos respecto de este contenido. El cierre permite al docente presentar las denominaciones, representaciones y relaciones con otros conocimientos.

- <u>Objetivos:</u>

Objetivos Generales

• Introducir concepto de fracción, fracciones equivalentes y manipular sus diferentes representaciones gráficas.

• Establecer comparaciones entre fracciones.

Objetivos Específicos

•Desarrollados antes de la exposición de cada clase. (En la parte de la planificación "Organización de la secuencia").

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

- <u>Organización de la secuencia:</u>

Primera clase:

Objetivos Específicos:

- Introducir concepto de fracción como parte todo.
- Identificar fracciones mayores/menores que un entero.
- Manipular distintas formas de fraccionar un entero.

Actividad:

Un grupo de 3 amigos deciden en un recreo juntar el dinero que tenían y comprar alfajores, el dinero juntado les alcanzó para comprar 5 alfajores. Los chicos deciden cortarlos de manera que cada uno coma lo mismo que el otro.

a) ¿Cómo cortarían los alfajores y qué porciones comería cada amigo?
b) ¿Qué cortes realizarían si compraran 2 alfajores?
c) ¿Qué parte del alfajor representa cada porción resultante de los cortes?
d) ¿Cuánto termina comiendo uno de los amigos si compran 5 alfajores? ¿Y cuando compran 2?

Para esta actividad lleve alfajores hechos en telgopor.

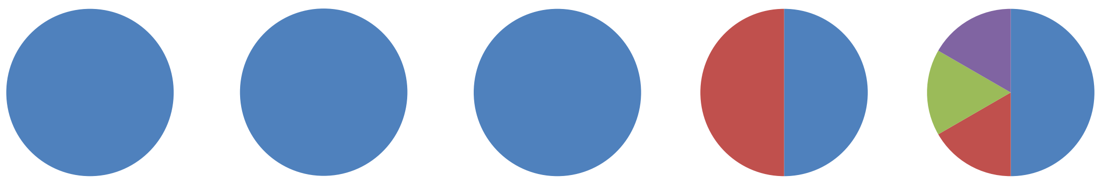
Posibles resoluciones:

Inciso a)

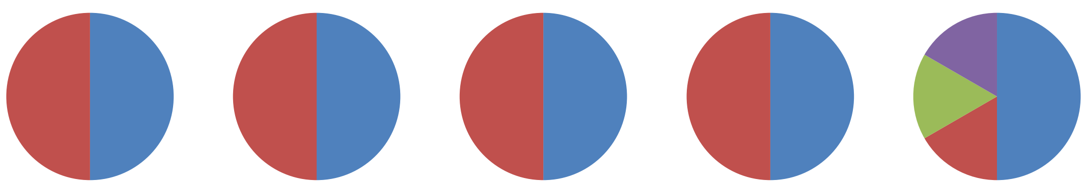
Durante la resolución de esta actividad puede surgir la idea de cortar los alfajores en tres partes como se muestra a continuación, al estudiante se le preguntará si cada amigo comerá lo mismo (rápidamente se observa que una porción es más grande que otra).

ISBN 978-987-1082-61-2

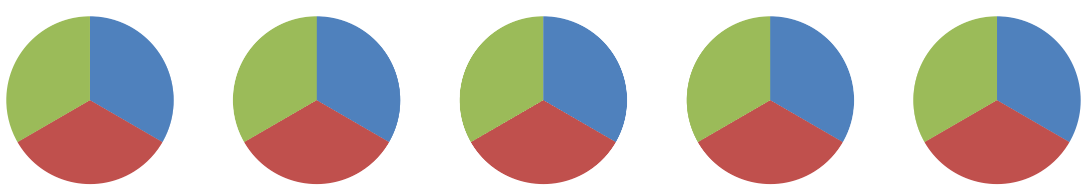
Alumno 1:



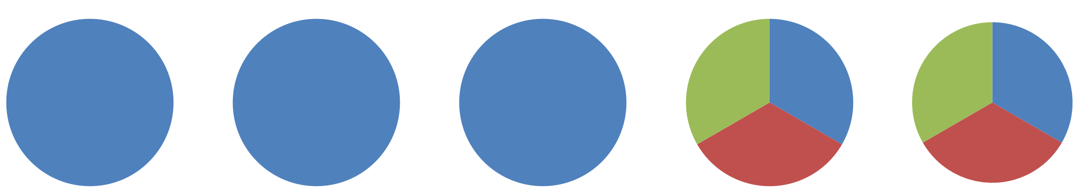
Alumno 2:



Alumno 3:



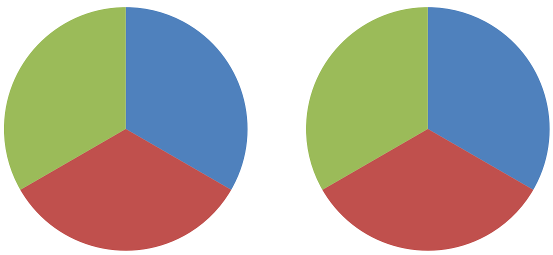
Alumno 4:



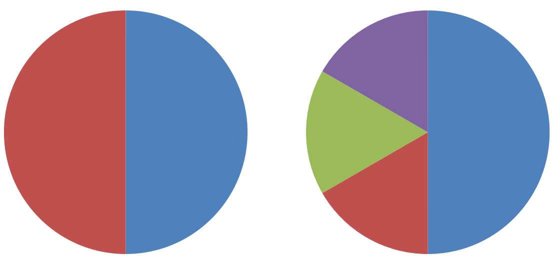
APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRÁCTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

Inciso b)

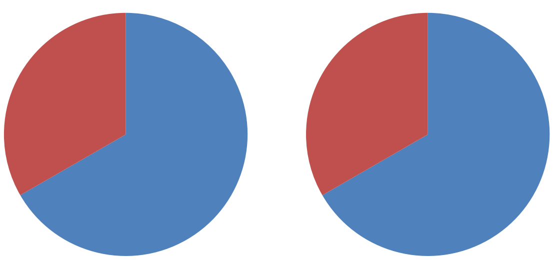
Alumno 1:



Alumno 2:



Alumno 3:



Los incisos a) y b) los pensé para que los alumnos puedan observar que es posible hacer distintos cortes, pero que terminan siendo lo mismo al sumar las fracciones. (Se escriben de distinta forma pero representan lo mismo, en este inciso no vamos a sumar sólo vamos a ver los cortes que son distintos; la idea es que observen que las fracciones resultantes de los cortes son distintas, pero que al ver las porciones en superposición se den cuenta que da lo mismo

ISBN 978-987-1082-61-2

independientemente de la cantidad y manera de los cortes. Por ejemplo si superponemos 1/3+1/3 con 2/3 observan que los cortes son distintos pero resulta la misma porción). Además como primero se compran 5 alfajores y se reparten entre 3, la idea es que cada uno va a comer más de un alfajor; en contrario cuando sean más amigos con menos alfajores, o sea por ejemplo 3 amigos se reparten 2 alfajores (lo primero que uno se da cuenta es que cada amigo necesariamente va a comer menos de un alfajor)

Inciso c)
En este punto, los estudiantes dirán cuánto representa cada porción. Así podemos llegar que si el alfajor está cortado en 6 partes iguales, cada una representa 1/6.

Inciso d)
En este inciso llegaría a escribir de distintas maneras las sumas o las porciones que logran encontrar (deben reunir todas las porciones que come una persona, aquí al superponer las porciones que come una persona verán que aunque sean distintas son la misma porción).

Alumno 1:
1/3 y 1/3
Alumno 2:
½ y 1/3 de la mitad
Alumno 3:
½ y 2 divido 1/3
Alumno 4:
½ y ½ y ½ y 1/3 de la mitad
Alumno 5:
1/3 y 1/3 y 1/3 y 1/3 y 1/3
Alumno 6:
1 y 1/3

Institucionalización de esta actividad: para la resolución de este problema no nos alcanzan los enteros y nos son útiles los números fraccionarios que representan partes de los enteros. Las fracciones se conforman de dos números: numerador y denominador. Fracción es una cantidad que representa una relación entre objetos.

$\frac{5}{3} \longrightarrow \boxed{\text{5 alfajores, 3 amigos}}$

Luego de dar el concepto de fracción se le pregunta a los estudiantes si pueden observar cuándo una fracción indica que es más grande que un entero (en este caso cuándo una fracción indica que se está comiendo más que un alfajor). Si no lo responden, se intervendrá preguntándole cuántos tercios se necesitan para formar un alfajor (3), cuántos sextos (6); y de ahí que pasa si tengo más de 3 o más de 6 respectivamente.

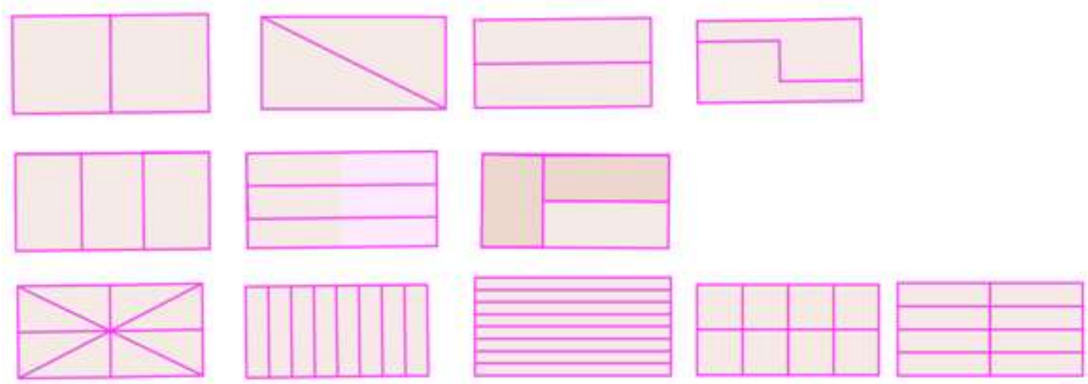
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

“Una fracción representa una cantidad más grande que 1 cuando el numerados es mayor que el denominador, y menor que 1 cuando el numerador es menor que el denominador”.

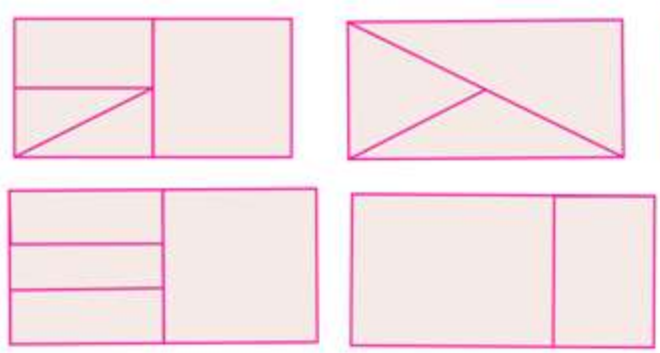
Segunda y Tercera clase:
Objetivos Específicos:

- Identificar diferentes representaciones gráficas de una fracción.
- Introducir concepto de fracciones equivalentes.
- Establecer relación entre fracciones equivalentes.

Actividad:
Se les repartió a los estudiantes, quienes estaban en grupos, hojas A4 para que hagan distintas piezas que representaran ½, 1/3, 1/8. Luego discutíamos si los cortes realizados en cada hoja representaban lo que cada grupo planteaba. Las soluciones fueron:



Luego de esta actividad se repartieron rompecabezas para que los alumnos armaran y mas tarde se ponían en el pizarrón con unas piezas en cartón que yo había llevado para que -entre todos- puedan darse cuenta lo que representaba cada pieza. El rompecabezas en cartón sirvió para poder superponer frente a todos los estudiantes cada pieza y que observen cuántas veces entraba cada uno en la hoja A4.
Los rompecabezas eran los siguientes:



ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

Había puesto el tercer rompecabezas para que los alumnos puedan observar que dos piezas que son distintas en forma representan lo mismo, los alumnos antes de comenzar con el trabajo de los rompecabezas pudieron darse cuenta de lo que representaba porque marcaban las hojas doblándolas, entonces al marcar las piezas de 1/8 un estudiante se dio cuenta que dos triángulos formaban una pieza de 1/4; debido a esto no se precisó hacer énfasis en este tema durante la determinación de las piezas de los rompecabezas porque rápidamente dijeron que era 1/4 , el alumno que logró darse cuenta que las piezas distintas representaban lo mismo pasó al frente y se lo explicó a sus compañeros.

Durante la explicación del alumno recuperé la idea de que dos piezas de 1/8 representaban lo mismo que 1/4.

Luego de esto se comenzó a mostrar en la pizarra que yo había llevado los distintos rompecabezas que se habían armado para determinar lo que representaba cada pieza.

Aquí surgían más cuestiones como: dos piezas de 1/4 representan lo mismo que una pieza de 1/2; 3 piezas de 1/6 representan lo mismo que 1/2. De allí que comencé a preguntar si veían alguna relación entre las fracciones:

$$\frac{2}{8}=\frac{1}{4} \qquad \frac{2}{4}=\frac{1}{2} \qquad \frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Los alumnos se dieron cuenta que en las fracciones equivalentes a 1/2 el denominador era el doble que el numerador, pero costó llegar a que de una fracción a otra se pasaba multiplicando por un mismo número el numerador y el denominador, para esto se les dio varios ejemplos; los alumnos primero dijeron que sumaban un número arriba y otra abajo pero se les dio un contraejemplo y se les preguntó si podía haber otra operación que pudieran aplicar y ahí dijeron que pasaban multiplicando por un número.

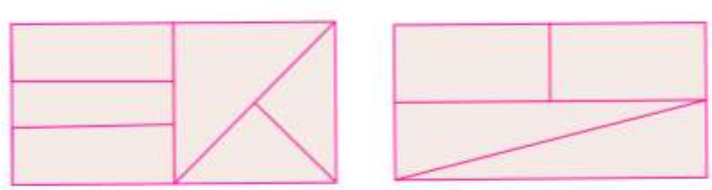
Luego de que llegaran a esta conclusión se les planteó: "En matemática dos fracciones que representan lo mismo y se escriben distinto se llaman fracciones equivalentes."

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$$

Se multiplica por 2

Luego de darles la definición de fracciones equivalentes se les repartió una serie de actividades:

1) Indicar qué parte representa cada una de las piezas de los rompecabezas:



APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRÁCTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2

2) Dibujar piezas de 1/8 (al menos 3 diferentes) tomando como entero una de las hojas anteriores.

3) Hallar 3 fracciones equivalentes a:

$$\frac{1}{2} = — = — = — \qquad \frac{1}{3} = — = — = — \qquad \frac{8}{3} = — = — = —$$

Indicar cuáles de las fracciones anteriores son más grandes que un entero.

Deducir si las siguientes 3 fracciones son equivalentes:

$$\frac{50}{100} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{6}{7}$$

Cuarta clase:

Durante esta clase se les tomo a los estudiantes una evaluación con el fin de evaluar los temas vistos durante la residencia.

Los criterios para evaluar las evaluaciones fueron:

1) Determinación de cada una de las fracciones que completan el entero.
2) Elaboración de distintas representaciones gráficas de una misma fracción.
3) Generación de fracciones equivalentes:
   • Relación entre numerador y denominador (el numerador es la mitad del denominador).
   • Multiplicando numerador y denominador por un mismo número entero.
4) Comparación de fracciones mayores y menores de un entero.

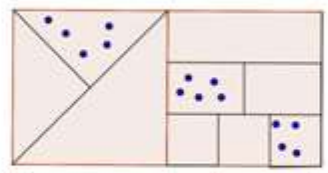
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

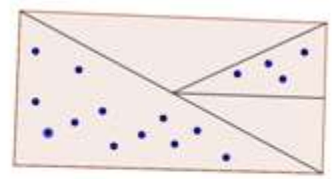
Fecha: 22/05/2013

Curso: 1º I

Evaluación I

1) Indicar qué parte representa cada una de las piezas que se encuentran con puntos en los siguientes rompecabezas:





2) Dibujar piezas de $\frac{1}{4}$ tomando como entero las siguientes hojas:

3) a) Justificar si las siguientes fracciones son equivalentes:

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{5}{15} \qquad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{50}{100} \qquad \frac{1}{3} = \frac{3}{5} = \frac{5}{7}$$

b) Hallar al menos 3 fracciones equivalentes de las ya dadas:

$$\frac{1}{5} = \qquad \frac{2}{3} =$$

4) Redondear las fracciones más grandes que un entero y justifica.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{15}{9}$$

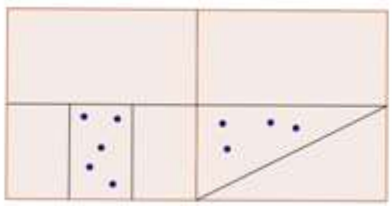
ISBN 978-987-1082-61-2

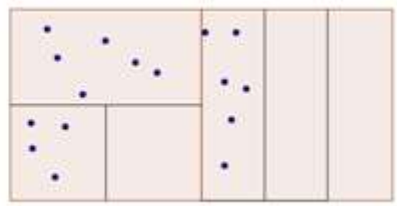
Fecha: 22/05/2013

Curso: 1º I

Evaluación II

1) Indicar qué parte representa cada una de las piezas que se encuentran con puntos en los siguientes rompecabezas:





2) Dibujar piezas de $\frac{1}{8}$ tomando como entero las siguientes hojas:

3) a) Justificar si las siguientes fracciones son equivalentes:

$$\frac{1}{3}=\frac{3}{5}=\frac{5}{7} \qquad \frac{1}{5}=\frac{3}{15}=\frac{4}{20} \qquad \frac{1}{5}=\frac{3}{15}=\frac{4}{20}$$

b) Hallar al menos 3 fracciones equivalentes de las ya dadas:

$\frac{1}{4}=$

$\frac{5}{8}=$

4) Redondear las fracciones más grandes que un entero y justifica.

$$\frac{4}{3} \qquad \frac{1}{5} \qquad \frac{5}{6} \qquad \frac{20}{3}$$

Quinta clase:
Objetivos específicos:

• Comparar fracciones menores a un entero mediante la representación gráfica.
• Reconocer fracciones equivalentes.
• Establecer criterios de comparación.

Actividad:
Se le repartió mazos de cartas a los estudiantes, los cuales se encontraban en grupos de 4. Las cartas tenían una fracción y del otro lado la representación gráfica. El juego consistía en que los alumnos se repartieran las cartas y cada uno daba vuelta una, ganaba quien sacaba la mayor fracción, dando los argumentos de por qué pensaba cada uno que la carta era la mayor (por ejemplo si se daba vuelta 1/2 y 1/5 decían que 1/2 era más grande porque se tomaba un pedazo grande y en 1/5 el pedazo que representaba era más pequeño).
Luego de que los estudiantes jugaran, en el pizarrón puse distintas fracciones para comparar e iban surgiendo los criterios.

$\frac{3}{5} \cdots \frac{3}{8}$

Dos o más fracciones que tienen igual numerador es/son mayor la que tiene menor denominador.

$\frac{3}{10} \cdots \frac{7}{10}$

Dos o más fracciones que tienen igual denominador es/son mayor la que tiene mayor numerador.

$\frac{3}{4} \cdots \frac{2}{8}$

Una fracción mayor que la mitad y otra menor.

Intervención: Aquí les pregunte cuánto tendría pintado si querría la mitad en la primera fracción, y cuántas partes en la segunda fracción (2 y 4 respectivamente). O sea que la primera fracción representa más que la mitad y la segunda menos.

$\frac{3}{4} \cdots \frac{4}{5}$

Completamiento de la unidad.

Intervención: A ¾ ¿cuánto le falta para completar el entero? ¿Y a 4/5? ¿Y cuál pedacito es más grande? ¿Por qué?

$\frac{3}{4} \cdots \frac{9}{12}$

Fracciones equivalentes. Iguales

Intervención: Si tengo fracciones equivalentes las puedo comparar sabiendo que son iguales, además tengo criterios para igual numerador e igual denominador. Entonces qué pasa si tengo:

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 167-197

$\frac{3}{4}\ldots\frac{5}{8}$

Dos o más fracciones con distinto numerador y distinto denominador hay que pasarlas a fracciones equivalentes con igual numerador o denominador.

Intervención: Aquí un grupo de alumnos (los varones quienes eran los que respondían rápidamente) plantearon primero completar el entero, o sea les quedaba $\frac{1}{4}\ldots.\frac{3}{8}$
Luego pasaba a fracciones equivalentes:
$\frac{2}{8}\ldots\frac{3}{8}$
Y con los criterios vistos anteriormente dijeron que 2/8 era más chico que 3/8.
O sea, que 1/4 es más chico que 3/8; o sea le falta menos a 3/4 para llegar al entero que lo que le falta a 5/8. En consecuencia 3/4 es más grande que 5/8.
El grupo de las chicas no entendía ya que se hacía mucho trabajo completar el entero, ver si la parte que falta es más grande o más chica y luego con respecto a eso ver cuál fracción a las que le habían hecho completamiento de entero era más grande. Debido a esto se les explico como alternativa que no era necesario completar el entero, sino pasar a fracciones equivalentes las fracciones dadas y luego comparar:
$\frac{3}{4}\ldots\frac{5}{8}-----------\frac{6}{8}\ldots\frac{5}{8}$
Y ahí observan que la primera fracción es más grande que la segunda.
Luego de la institucionalización se repartió una serie de actividades para consolidar lo visto:

1) Compara las siguientes fracciones:
$$\frac{1}{3}\quad\frac{2}{3}\qquad\frac{3}{6}\quad\frac{5}{10}\qquad\frac{5}{6}\quad\frac{3}{8}\qquad\frac{4}{5}\quad\frac{7}{6}$$

2) Ordena las fracciones de mayor a menor:
$$\frac{1}{4}\quad\frac{3}{4}\quad\frac{3}{6}\quad\frac{9}{8}$$

3) Mario, Claribel y Tomás compran un refresco cada uno. A los 10 minutos le queda la mitad a Mario, $\frac{3}{4}$ a Claribel y $\frac{1}{3}$ a Tomás. ¿Quién tiene mas refresco de los tres amigos?

Las actividades fueron resueltas en el resto del tiempo que quedaba de clase sin muchas dificultades.

- Consideraciones:

Con respecto a esta planificación que realicé e implementé en un curso me pareció que los juegos son muy innovadores en el aula, los estudiantes no están acostumbrados a "jugar" en hora de clase, entonces los incentiva; además todos los alumnos por igual pueden jugar y con las reglas del juego se introducen temas de matemática. La idea no es jugar sino que mediante

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

un juego los alumnos aporten sus ideas, contribuyan a generar una idea matemática con los saberes/herramientas que poseen.
Los estudiantes, a través de un juego, quieren ganar, entonces es más fácil que participen, que expongan sus ideas, etc.

- Bibliografía:

Para la realización de la planificación consulte libros y páginas web, de los cuales sólo me quedé con algunas propuestas de libros (que me parecían interesantes e innovadoras) para la primer clase; y algunas páginas web de las cuales consulté juegos para la introducción del tema fracciones equivalentes y comparación de fracciones.
Los libros consultados tenían muchas actividades e información pero me parecían actividades mecánicas, donde se daba una serie de información para poder resolverlas; lo que buscaba para la realización de la primera residencia eran actividades que incentiven a los alumnos, algo diferente, donde los alumnos piensen, se interesen para llegar al tema que se planteaba en la clase.
Las páginas web consultadas eran sobre juegos, para poder introducir el tema de fracciones equivalente y criterios de comparación.

• Juegos en Matemática. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. ftp://ftp.me.gov.ar/curriform/juegosaprender/egb2-docentes.pdf
• Materiales para la enseñanza de las fracciones. Blanca Fernández Pérez. http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_24/BLANCA_FERNANADEZ_1.pdf
• Problemas de fracciones con pizzas. http://juegos-de-mates-manuel.blogspot.com.ar/2012/07/problemas-de-fracciones-con-pizzas.html

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

SEGUNDA PLANIFICACIÓN

TRIGONOMETRÍA MEDIANTE CUESTIONES/REALIDADES DE LA VIDA DIARIA

APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRÁCTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 167-197

Trigonometría mediante cuestiones/realidades de la vida diaria.

- Fundamentos:

Durante el desarrollo de esta planificación incorporé una actividad sobre rampas en la que incluí una noticia de la actualidad. En la cursada de la materia "Curriculum", leí el texto: "El mundo visto desde las instituciones escolares: la lucha contra la exclusión" de Jurjo Torres quien plantea que el profesorado necesita desarrollar una consciencia crítica que le permita analizar, valorar y participar en todo cuanto acontece y tiene que ver con su entorno sociocultural y político. Diseñar y llevar a la práctica propuestas educativas contra la exclusión obliga a incorporar al trabajo curricular cuestiones como la vida cotidiana de las personas de comunidades silenciadas, a reflexionar sobre realidades diarias.
Este es un punto para tener en cuenta: incorporar cuestiones de la vida cotidiana, reflexiones sobre la realidad diaria; es decir relacionar (en este caso) un tema de matemática con la vida cotidiana, de la realidad; que se pueda discutir y no sea algo abstracto. Y además de ayuda si se trata de analizar las condiciones para que todas las personas (caminando o ayudadas por sus sillas, bastones, apoyos o lo que se necesite) puedan circular mejor por su ciudad.
Para la primera actividad, donde se utiliza una escalera, consulte bibliografía para saber cómo se construían, los datos que había que tener en cuenta en el momento de la realización; lo mismo plantee para las rampas, ya que no sabía cómo se determinaba la pendiente y en función de qué (si es llevado por alguien el niño/adulto o se maneja solo). Verifiqué la escalera de mi casa para ver si los datos que había hallado eran correctos y se verificaba, la ecuación hallada en la bibliografía consultada coincidía con las medidas que yo realicé.
Estas actividades y este planteamiento de información que se les brinda a los alumnos están pensadas para que ellos analicen la utilización de la matemática, para que puedan ser críticos en el medio que los rodea (planteando por ejemplo si una rampa tiene una elevación muy grande, o si una escalera está mal construida).

- Objetivos:

Objetivos generales:
• Introducir concepto de razones trigonométricas.
• Resolución de triángulos rectángulos.

Objetivos específicos:
• Identificar los elementos del triángulo rectángulo.
• Medir ángulos y longitudes para calcular razones trigonométricas utilizando diferentes instrumentos.
• Calcular la medida de los lados en el triángulo a partir del Teorema de Pitágoras.
• Representar datos de un problema mediante un dibujo, identificar regularidades y patrones.

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 167-197

- <u>Organización de la secuencia:</u>

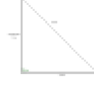
Actividad para trabajar Seno:

La historia de las escaleras se remonta a las primeras construcciones del hombre. El acceso a las primeras cabañas ya se realizaba con escaleras. La escalera servía además, en sentido figurado, para ascender a la altura divina, como conexión entre el cielo y la tierra.
Para establecer la pendiente de una escalera estándar hay que basarse en una relación lógica entre huella y contrahuella. La relación más lógica es aquella que relaciona el paso de una persona que camina sobre el plano horizontal, y que supone también que para subir hay que efectuar el doble de esfuerzo que para caminar en el plano.
La *huella* o *pisa* es la zona horizontal del escalón o peldaño en donde se asienta el pie. La *contrahuella* es la parte vertical del escalón.
Estos criterios fueron investigados por conocidos arquitectos hace muchos años, entre los siglos XVIII y XIX, llegándose de forma empírica a esta expresión:

$2ch + h = p \ \ cm$

p es el paso de la persona (60 a 66 cm para el paso hombre/mujer, 54 a 55 cm niño).
La pendiente ideal es cuando el resultado a esta ecuación da entre 62 y 64 cm.

1) Hice las mediciones correspondientes en mi casa, y las medidas resultantes de un escalón de la escalera fueron las siguientes:



¿Está bien construido?
Los 34 cm corresponden a una cinta que se encuentra pegada a lo largo de la escalera.

ISBN 978-987-1082-61-2

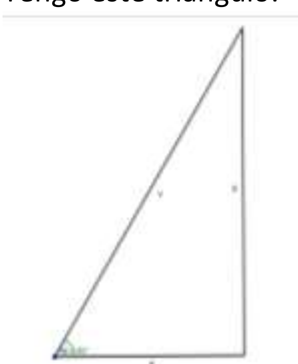
2) ¿Cuáles serán las medidas hasta el segundo escalón?
   • del alto de la pared.
   • medida de la cinta que se encuentra pegada en la pared.

3) ¿Cuáles serán las medidas hasta el tercer escalón?

4) ¿Podría afirmar que la escalera con un escalón, con 2 o con 3 tienen la misma pendiente? ¿Todas las escaleras con este tipo de escalón tendrán la misma pendiente?

5) ¿Podrían decir cuál es la razón entre los lados del triángulo? (En esta consigna se reparten triángulos).

6) Tengo este triángulo:



¿Cuál es la razón X/Y? ¿Podría realizar otro triángulo con la misma razón?

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

<u>Posibles soluciones:</u>

Creo que el primer ejercicio no presenta dificultades porque es reemplazar dos valores en la fórmula que se les da. A los alumnos se les brinda la representación del primer escalón (es decir el triángulo rectángulo, el ángulo recto se forma entre el piso y la contrahuella).

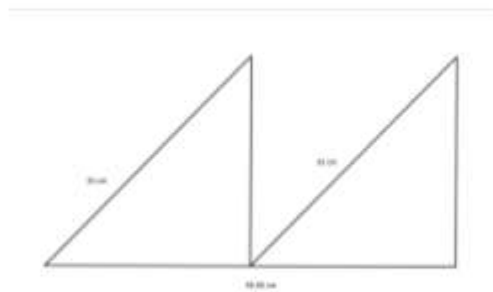
En el segundo ejercicio los estudiantes pueden decir que las medidas hasta el segundo escalón son:

- 34 cm
- 17 cm

Respectivamente.

Lo que sería:

34 cm



34 cm

Aquí les voy a decir que los escalones se van subiendo y en este caso ambos escalones están sobre el piso y nuca subiría.

También pienso como recurso llevar un afiche con la escalera dibujada para que quede a escala y el ángulo quede con su medida adecuada.

Además plantearé que los escalones son iguales.

El ejercicio 3 es igual al anterior, una vez entendido el 2 no habría dificultad para realizar este.

El ejercicio 4 fue para que no se caiga en la idea de que si el triángulo es más grande, el ángulo también lo es.

Si los alumnos plantean esto, les voy a plantear que un escalón tiene 17 cm de alto y 28,28 cm de largo; hasta el segundo la escalera es más alta pero también es más larga.

Otra posible respuesta es que como 34 es el doble de 17, y 66 es el doble de 33; el ángulo será el doble. Aquí les voy a plantear que si aumenta el doble, el ángulo de 90° también aumenta pero se convertiría en un ángulo llano (180°), quedando sólo el piso de la escalera.

A clase voy a llevar junto con el afiche piezas que determinen el primer, segundo y tercer escalón para que se pueda observar fácilmente que un escalón entra en la escalera que contiene dos escalones, y ésta entra en la que tiene tres escalones.

Con la superposición de las figuras se ve que son semejantes y que tienen la misma inclinación/pendiente.

Una vez que se den cuenta que hay una relación entre el ángulo y los lados, les plantearé la consigna 5. Antes de la realización de esta actividad voy a hacer hincapié en la relación 1:2 del escalón (que es 17:34 en realidad), les preguntaré si pueden expresar de alguna manera que uno es el doble que otro, o uno la mitad del otro. Al responder ½ les voy a explicar el concepto de razón.

Institucionalización: En matemática la razón es una relación entre magnitudes que se puede expresar como fracción o decimal.

Luego de esto les repartiré a los alumnos triángulos para que determinen la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto (lo que ellos llamarán contrahuella y la medida de la cinta pegada en la pared).

Uno de los triángulos será de razón 7/10.

Un alumno tendrá un triángulo con sus lados 7 y 10, otro con 14 y 20, etc. los alumnos podrán observar que la razón es la misma aunque las medidas de uno sean más grande que las de otro triángulo. Además deberán medir el ángulo y verificarán que a varios les dio lo mismo, a los que además les había dado la misma razón entre los lados (es decir, observarán que entre los alumnos que les dio la misma razón, también les dio el mismo ángulo). También se repartirán otros triángulos con otras razones.

En el ejercicio siguiente, dado el ángulo deben hallar la razón; aquí tienen que medir y construir triángulos con esa determinada medida que se les da. Creo que entendiendo el anterior no ocasionaría dificultad.

Actividad para trabajar Coseno y Tangente:

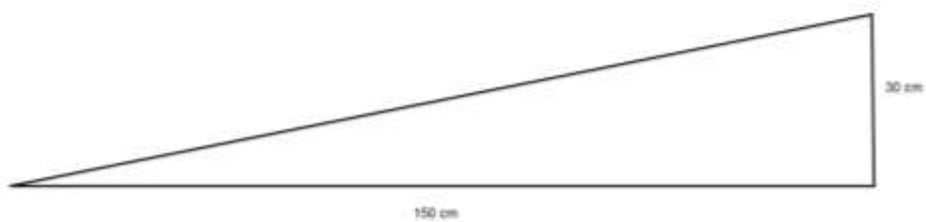
Colocan rampas para esquinas

Desde la Dirección General de Servicios Públicos del municipio santarroseño, se informó que en los últimos días se avanzó en la fabricación de nuevas rampas para esquinas. Las mismas están destinadas a generar una mayor accesibilidad en la circulación de las personas con discapacidad en distintos espacios de la ciudad.
Por este motivo, durante los últimos dos meses se inició una nueva etapa de colocación de las mismas. Se ubicaron sobre la avenida España y estas obras se sumaron a la reparación de otras ya existentes como la ubicada en la esquina de Unanue y Telén.
De la misma forma, se adquirieron materiales para fabricar otras 116 rampas que serán colocadas en las esquinas de
la calle Moreno, entre San Martín y España, en las esquinas de España, entre Moreno y avenida Luro, y en las esquinas de la avenida Luro entre España y Corrientes. Otra rampa se colocó en Hilario Lagos entre Moreno y Garibaldi por expreso pedido de un usuario, sumando otra en el estacionamiento interno del barrio Calfucurá y dos sobre la esquina de Luro y Corrientes.
Otro conjunto de rampas se colocó, por gestión de los responsables de una obra de edificación, en Moreno y Lisandro de la Torre, que será colocadas al momento de que se ejecute la vereda del espacio.

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

Artículo disponible en:
http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:http://www.laarena.com.ar/la_ciudad-colocan_rampas_para_esquinas-100255-115.html

Las rampas a veces se encuentran en sitios inapropiados, y en muchos casos ni siquiera existen. Debido a esto en la ciudad de Santa Rosa se decidió crear rampas en las esquinas para la mejor circulación de las personas con discapacidades.
Para construir una rampa hay que tener en cuenta algunas cuestiones, una de ellas es que por cada cm de alto debe haber 5 cm de largo:



1) ¿Podría construirse alguna otra rampa con otras medidas? ¿La pendiente será la misma? ¿Cuál es la pendiente?
2) ¿Cuántos cm debe recorrer el niño en la rampa dada? ¿Y en la que ustedes hicieron? ¿Existe alguna relación con el largo de la rampa?
3) Si la rampa se construye para niños que son acompañados por un ayudante, la pendiente debe ser de 11° ¿Podría decir cuál es la relación entre el alto y el largo?

Una vez resuelta las actividades de Seno, creo que no va a haber dificultades para resolver las actividades para las razones de Coseno y Tangente ya que apuntan a lo~~s~~ mismo, cambiando la razón con respecto a los lados.
La actividad número 1 es parecida a la de Seno, sabrían que se tiene que mantener una proporcionalidad y que si van a hacer una rampa de 60 cm de alto, el largo debe ser el doble también. La pendiente va a ser utilizar el transportador que también lo utilizaron en la actividad de Seno.
Para la actividad 2 deben recurrir al Teorema de Pitágoras, también utilizado para las actividades de Seno. Lo único que puede tener dificultad en esta actividad es que la relación resultante entre la hipotenusa y el largo de la rampa es de 50/51. Aquí se les va a plantear que 150/153 se puede simplificar al igual que si hacen el triángulo cuya razón les da 300/306.
La actividad 3 también la resolvieron en los ejercicios para Seno, por lo que no requeriría dificultad.

Institucionalización:
Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo:

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

Seno: el seno del ángulo A es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa. Se denota por **sen A.**

$$\operatorname{sen} A = \frac{cat.\, opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{b}$$

Coseno: el coseno del ángulo A es la razón entre el cateto contiguo al ángulo y la hipotenusa. Se denota por **cos A.**

$$\cos A = \frac{cat.\, adyacente}{hipotenusa} = \frac{c}{b}$$

Tangente: la tangente del ángulo A es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y el contiguo. Se denota **tg A o tan A.**

$$\tan A = \frac{cat.\, opuesto}{cat.\, adyacente} = \frac{sen\ A}{\cos A} = \frac{a}{c}$$

Durante la institucionalización, les explicaré la utilización de la calculadora y les repartiré una fotocopia donde explique la manera de calcular el seno de un ángulo, o cómo hallar el ángulo teniendo la razón.
En la calculadora hay tres teclas denominadas como sin, cos, tan que hacen referencia a las razones vistas como seno, coseno, tangente respectivamente.
Para calcular:
Cos 40° ⟶ *Tecla* **cos**, **40**, *tecla* **=** ⟶ En la pantalla aparecerá: 0,766044…

Si queremos saber el ángulo, cuando tenemos la razón:
Tan α=3 ⟶ *Tecla* **Shift**, *tecla* **tan**, **3**, *tecla* **=** ___ En la pantalla aparecerá: 71,565051…

↓

Para verlo expresado en grados, minutos y segundos apretamos la *tecla* ° ‘ “ y aparecerá: 71°33’54.18’’

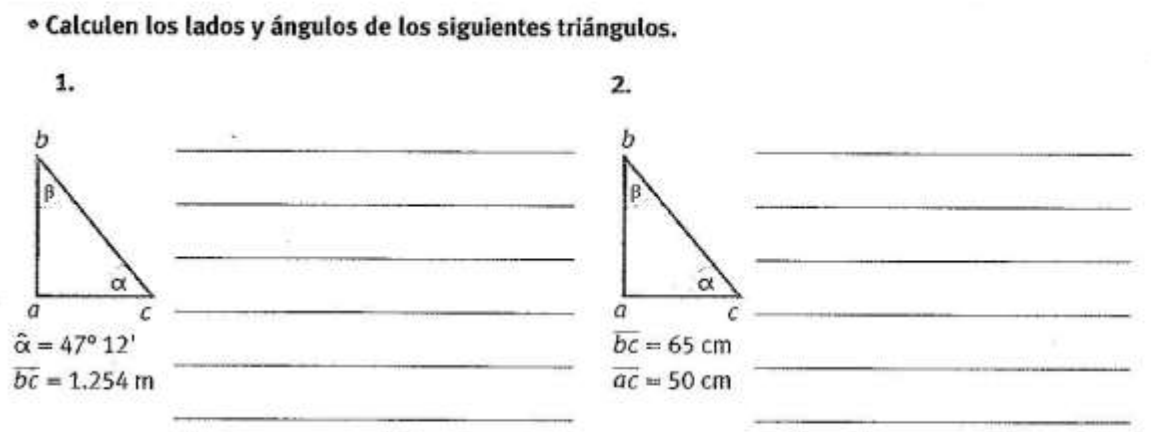
Actividades planteadas para la resolución de triángulos:

1) Resuelvan mediante la utilización de la calculadora:
   Sen 40°=
   Tan α=2
   Sen α= ½

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

Esta actividad está pensada para que los estudiantes utilicen correctamente la calculadora. (Se les habrá explicado anteriormente la manera de realizar los cálculos). En una puesta en común verificaré que todos lo hayan hecho correctamente.

2)



• **Calculen los lados y ángulos de los siguientes triángulos.**

1.

$\hat{\alpha} = 47^\circ 12'$
$\overline{bc} = 1.254$ m

2.

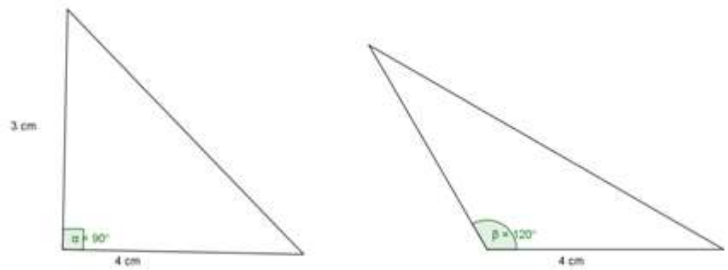
$\overline{bc} = 65$ cm
$\overline{ac} = 50$ cm

Esta actividad está pensada para que los alumnos apliquen el Teorema de Pitágoras y utilicen la calculadora. Además de consolidar las razones trigonométricas en un ejercicios sencillo.
Uno de los triángulos va a ser resulto en el pizarrón.

Posibles resoluciones:
Creo que, como el tema razones trigonométricas esta recién explicado, cuesta pensar rápidamente en aplicar por ejemplo seno o coseno. Para ello los iré guiando para que puedan observar que si tenían un ángulo también había una razón; en el caso del seno por ejemplo una razón determinada entre el lado opuesto y la hipotenusa, como tienen la hipotenusa y el ángulo sólo les falta despejar el cateto opuesto.
Un alumno puede resolver primero aplicando seno o coseno, así hallar el segundo lado y luego aplicar Pitágoras.
Otro alumno puede utilizar seno y coseno para calcular los lados (sin utilizar de esta manera el Teorema de Pitágoras).
Otra posible solución en relación a los ángulos es teniendo los lados (razones), hallar mediante las razones trigonométricas el ángulo faltante.
Pueden también, sabiendo que como la suma de los ángulos interiores es 180°, hacer los cálculos sin utilizar las razones.
Hay varias maneras de realizar la resolución, cuando vaya pasando por los bancos y viendo las soluciones, les plantearé a los alumnos si quieren ir pasando al pizarrón y que los demás compañeros planteen lo que el compañero resolvió. De esta manera quien lo hizo de otra forma podrá observar otra manera de realizarlo.

3) Calcule de ser posible el/los lado/s que falta/n (sin utilizar la regla para medir, sino a través de cálculos):

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

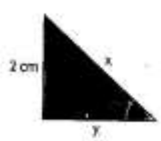


¿En qué tipo de triángulos se aplican las razones trigonométricas? ¿Y el Teorema de Pitágoras?

Posibles resoluciones:
Una posible solución es que los alumnos apliquen Pitágoras y razones trigonométricas a los dos triángulos. Aquí intervendré en el pizarrón dando como contraejemplo el triángulo de 120°, donde lo realizaré en cartulina y midiendo los alumnos podrán observar que las medidas halladas mediante las razones trigonométricas no coinciden con las medidas reales ya que sólo se aplican a triángulos rectángulos.
Otra posible solución es que los alumnos observen que sólo se aplican a triángulos rectángulos.

4)

Calculá el valor del ángulo que falta y de los lados x e y.



Para resolver el problema 44, Laura pensó así:

$$tg\ 42^\circ \cong 0{,}9 \Rightarrow \frac{2}{y} = 0{,}9 \Rightarrow y = 2 : 0{,}9 = \frac{20}{9} = 2{,}2$$

$$x^2 = 2^2 + \left(\frac{20}{9}\right)^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{724}{81}} \cong 2{,}99$$

En cambio Ester lo pensó así:

$$sen\ 42^\circ \cong 0{,}67 \Rightarrow \frac{2}{x} = 0{,}67 \Rightarrow x = 2 : 0{,}67 \cong 2{,}99$$

$$sen\ 48^\circ \cong 0{,}74 \Rightarrow \frac{y}{2{,}99} = 0{,}74 \Rightarrow y = 0{,}74 \cdot 2{,}99 = 2{,}2126$$

a) Compará estos procedimientos con los que vos utilizaste. ¿Lo pensaste como alguna de estas chicas?

____

b) ¿Se podría haber usado la razón trigonométrica *coseno* para resolver el problema? Si decís que sí, mostrá cómo; si decís que no, explicá por qué.

____

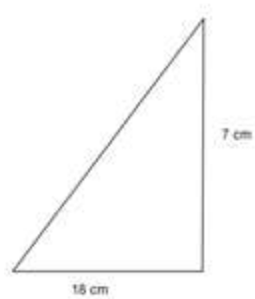
c) Luego del cálculo del valor de *x* en el procedimiento de Ester, ¿podría haberse utilizado el Teorema de Pitágoras? Si decís que sí, mostrá cómo; si decís que no, explicá por qué.

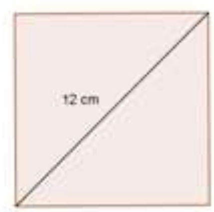
____

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

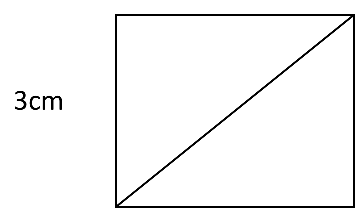
Esta actividad está planteada para que los alumnos puedan observar que hay distintas maneras de resolver un mismo ejercicio. Hago énfasis en el mismo punto que el ejercicio anterior. Las distintas maneras de resolver un triángulo rectángulo.

5) Un agricultor tiene pensado alambrar dos parcelas de su campo, para ello cuenta con ciertas medidas, ¿Podría calcular el total de alambrado que va a tener que realizar en cada parcela?





En esta actividad los estudiantes tendrán que aplicar Teorema de Pitágoras, la segunda figura está pensada para que los alumnos apliquen el tema que están viendo ahora, números irracionales. Como es alambrado, deberán redondear o truncar lo números, o podemos dejarlo expresados como raíces, explicando que el agricultor deberá comprar una determinada cantidad de alambre (que no va a ser el número irracional, sino truncado o redondeado).
En este ejercicio los alumnos pueden presentar la dificultad de que no se den cuenta que la incógnita de un lado es la misma que la del otro lado. Para ello se les presentará el siguiente ejemplo:



O sea cada lado mide 3 cm, se puede hallar la diagonal mediante Pitágoras:

$$d^2 = 3^2 + 3^2 \ldots\ldots\ldots\ldots d^2 = 2 * 3^2$$

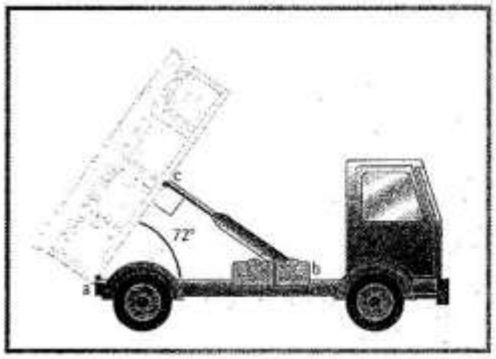
Este ejemplo se les brindará para que puedan observar que se suma dos veces el lado al cuadrado (ya que los lados del cuadrado son iguales).

6) ¿Cuál es la superficie de un campo rectangular, sabiendo que un alambre que lo atraviesa diagonalmente tiene una longitud de 649m y forma con uno de los lados un ángulo de 37°2’?

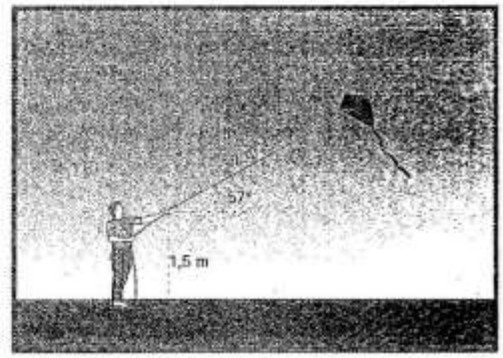
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

7)

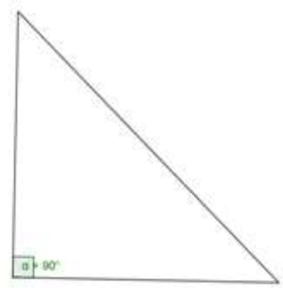
Para poder volcar el contenido de la carga, es necesario inclinar el volquete del camión hasta los 72°. Indiquen la medida aproximada del soporte $\overline{bc}$, sabiendo que $\overline{ab}$ = 3,5 m.



De acuerdo con los datos del dibujo, indiquen aproximadamente a qué distancia del suelo está el barrilete.

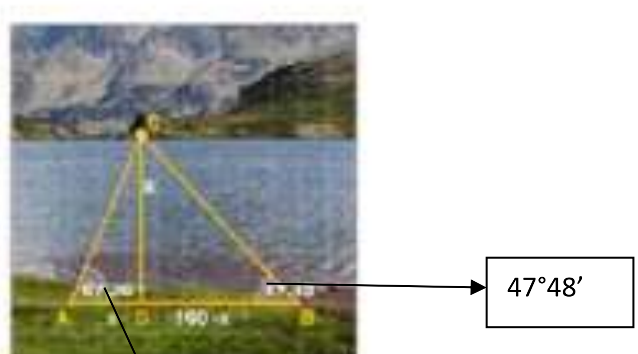


La primera actividad será retomada en el pizarrón. Creo que las posibles respuestas de los alumnos van a estar dada por la interpretación, generalmente los alumnos ven a los triángulos rectángulos de la siguiente manera:



Entonces planteo esta actividad para que puedan interpretar y graficar correctamente el problema. Será retomado en el pizarrón ya que algunos alumnos pueden rotar el triángulo para que quede como generalmente lo observan y luego resolver o pueden también advertir catetos e hipotenusa con el triángulo rotado y resolver directamente.

8) Para medir la anchura de un río se han medido los ángulos de la figura desde dos puntos de una orilla distantes 160 m. ¿Qué anchura tiene el río?



67°38’

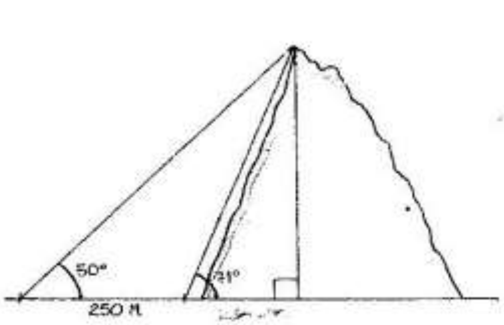
ISBN 978-987-1082-61-2

Esta actividad está pensada para que los estudiantes observen que la trigonometría es útil para resolver problemas geométricos y calcular longitudes en la realidad. Con un teodolito, se pueden medir ángulos, tanto en el plano vertical como en el horizontal, que nos permiten, aplicando las razones trigonométricas, hallar distancias o calcular alturas de puntos inaccesibles. En estos casos aunque el triángulo de partida no sea rectángulo, trazando su altura podemos obtener dos triángulos rectángulos a resolver con los datos que tenemos.
Esto será explicado en la resolución del problema, cuando se retome en el pizarrón. Esta actividad también está pensada para que los alumnos apliquen sistema de ecuaciones (tema visto y evaluado anteriormente a números irracionales).
Esta actividad es más compleja que las anteriores, ya que utiliza dos incógnitas, la altura del triángulo (que sería el ancho del río) y la distancia de cada punto medido al pie de la altura (representado como x).

Posibles resoluciones:
Los alumnos pueden plantear calcular el seno del ángulo de 47°48’, y también el seno de 67°38’, en esta resolución intervendré para explicar que si aplican seno del último ángulo no poseen información alguna de la hipotenusa. Intervendré además para preguntar qué razón les conviene aplicar en el triángulo que tiene el ángulo 67°38’ siendo que tienen el dato del cateto adyacente y deben hallar el cateto opuesto . Otra posible intervención es plantear que deben hallar la altura de cada triángulo rectángulo, por consiguiente deben hallar las razones en donde intervenga el cateto opuesto (siendo éstas las razones seno y tangente).

9)

2 Observar el siguiente diagrama:

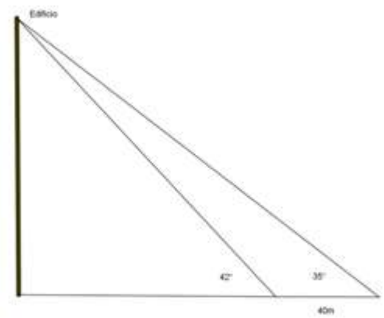


Con los datos que se presentan en el diseño, determinar la altura de la montaña.

Para esta actividad ya hemos resuelto el anterior que se realizaba mediante sistema de ecuaciones, por consiguiente este ejercicio no presentaría más dificultad que la de encontrar adecuadamente las razones trigonométricas que se debe utilizar. Para ello los guiaré como en el ejercicio anterior, pensando los datos que tienen de cada dato y el dato (incógnita) que deben hallar.

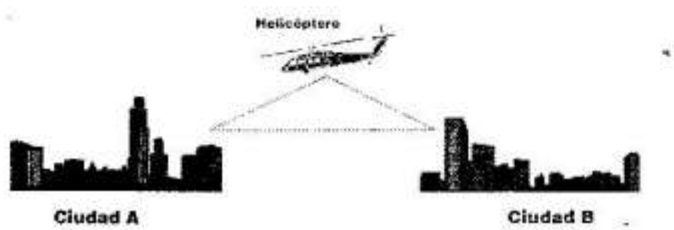
ISBN 978-987-1082-61-2

10)
Queremos calcular la altura de un edificio a cuya base no podemos acercarnos. Para ello nos situamos en un punto de observación A y medimos el ángulo (visual hasta el punto más alto con la horizontal) bajo el que se ve el edificio, 42^0. Luego nos alejamos 40 m hasta otro punto de observación B y volvemos a medir dicho ángulo, 35^0. ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia nos encontramos de él inicialmente?



Este ejercicio es muy parecido a los anteriores (pero el 9 no lo retomo en el pizarrón), así que voy a retomar este para ver las soluciones e interpretaciones de los alumnos ya que pienso que una posible respuesta de los alumnos es aplicar las razones trigonométricas al triángulo obtuso formado por el ángulo de elevación d 75° y la distancia de 40 metros. Allí retomaré el ejercicio 3) para que recuerden que se aplica a triángulos rectángulos.

11)
Un helicóptero viaja de una ciudad hacia otra, distantes entre sí 40 km. En un determinado momento, los ángulos que forman las visuales, desde el helicóptero, hacia las ciudades con la horizontal son de 14° y 26°, respectivamente. ¿A qué altura está el helicóptero? ¿Qué distancia hay en este momento entre el helicóptero y cada una de las ciudades?



12)
Durante la realización de las actividades voy a ir llamando de a grupos de tres o cuatro para que hagan la actividad de medir una pared de la institución (con el transportador). Les voy a ir explicando lo que tienen que medir y cómo para luego explicar a sus compañeros las medidas encontradas.

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 167-197

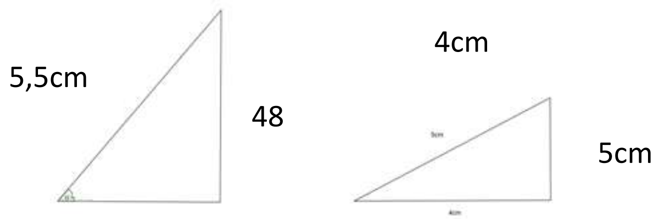
Evaluaciones:

"Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errada es mejor que no pensar". Hipatía

Evaluación I

Nombre y Apellido:

1) Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:



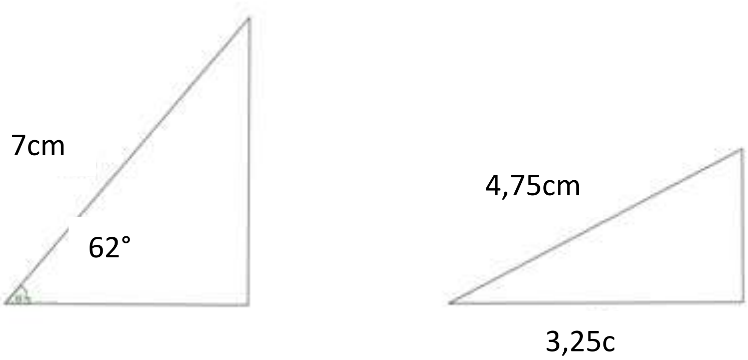
2) Un hombre observa la punta de un árbol con un ángulo de elevación de 40°, situándose a 18 m de este. ¿Cuál es la altura del árbol?
3) ¿Cuál es la superficie de un campo rectangular, sabiendo que un alambre que lo atraviesa diagonalmente tiene una longitud de 600m y forma con uno de los lados un ángulo de 37°2'?

"Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errada es mejor que no pensar". Hipatía

Evaluación II.

Nombre y Apellido:

1) Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:



2) Un hombre observa la punta de un árbol con un ángulo de elevación de 40°35', situándose a 19 m de este. ¿Cuál es la altura del árbol?
3) ¿Cuál es la superficie de un campo rectangular, sabiendo que un alambre que lo atraviesa diagonalmente tiene una longitud de 549m y forma con uno de los lados un ángulo de 35°?

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197

- <u>Consideraciones:</u>

Con respecto a esta planificación me pareció interesante incorporar cuestiones de la cotidianeidad, de realidades que viven los estudiantes (como la noticia incorporada durante una actividad), ya que realizan una conexión entre cuestiones de la vida con temas que se ven el aula.

En el transcurso de la primer actividad, cuando se incorporaba la idea de razón entre cateto opuesto e hipotenusa, repartí entre los alumnos triángulos en cartulina, con iguales ángulos pero distintas medidas de lados (para que verifiquen al medir que la razón era la misma aunque los lados fueran distintos, y el ángulos también era el mismo). Repartí distintos triángulos, algunos recibieron con un ángulos de 70°, otros de 60° y otros de 45° (o sea, varios alumnos recibieron por ejemplo un triángulo con un ángulos de 70°, la diferencia eran los lados, pero todos esos alumnos encontraban la misma razón entre los lados; al igual que los estudiantes que recibieron los triángulos con un ángulo de 60° o 45°)

Una consideración importante sería incorporar una actividad donde los alumnos realicen un informe, sobre un tema en el que se aplique trigonometría en la realidad cotidiana (por ejemplo sobre una escalera mal construida, una rampa, la altura de los edificios, etc.), para que ellos sean críticos de la realidad que los rodea.

- <u>Bibliografía:</u>

Para la realización de esta planificación consulte libros y revistas didácticas. Las revistas didácticas las elegí de acuerdo a su contenido referido a los errores comunes que se presentan entre los alumnos y aquellas revistas que planteaban situaciones para remediar esos errores.

Éstas fueron:

• Mora, Nieto, Polania, Romero, González. Razones trigonométricas vistas a través de múltiples lente. (Adjuntada)
• Francisco Luis Flores Gil. Historia y Didáctica de la trigonometría. (Adjuntada)
• Javier Fernández Medina. Unidad Didáctica: Trigonometría. Disponible en http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_(Fco_Javier_Fernandez_Medina).pdf

Además consulte libros de textos, de los cual extraje actividades para la resolución de triángulos rectángulos, como:

• Laurito, Stisin, Trama, Ziger, Sidelsky (2001). Matemática 9. Buenos Aires: Puertos de Palos.
• Latorre, Spivak, Kaczor, Elizondo (1999). Matemática. Buenos Aires: Santillana.
• Itzovich, Rudy. Matemática 9. Buenos Aires: Estrada.
• Altman, Comparatore, Kurzrok; Funciones 2, Editorial: Longseller.
• Piñeiro, Righetti, Serrano, Pérez. Matemática III. Buenos Aires: Santillana.

También consulte algunas páginas web para la realización de la primera actividad, para saber cuáles eran las condiciones para construir una escalera; elegí esta página ya que la fórmula utilizada la verifique con mi escalera y funcionaba:

• Escaleras, del Prof. Arq. Rubén Darío Morelli; disponible en http://www.fceia.unr.edu.ar/dibujo/ESCALERAS.pdf

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 167-197