

# **¡Estadístic@s en acción!**

ESTADÍSTICA

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA II

**2017**

Iván BURGUÉS - Joana CALDERÓN - Evelyn ESTEBAN  
Joanna FIGUEROA - Franco GÓMEZ

Compiladoras

Maria Paula DIESER - Lorena Verónica CAVERO



FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES

**Universidad Nacional de La Pampa**



# Índice

<b>Prólogo</b>	<b>2</b>
<b>Tabaco en dibujos animados</b> <i>Iván Burgués, Joana Calderón y Evelyn Esteban</i>	<b>4</b>
<b>¿Se ajustan nuestras estudiantes a la “divina proporción”?</b> <i>Franco Gómez y Joanna Figueroa</i>	<b>11</b>

## Prólogo

Hace ya algunos años, como respuesta a las demandas de nuevas competencias profesionales por parte de una sociedad basada en la economía de servicios, y debido a las investigaciones sobre la manera de enseñar y aprender de las personas, se piensa en una educación eficaz en la medida que ésta sea capaz de desarrollar habilidades de alto nivel que ayuden a los estudiantes a aprender a lo largo de toda su vida, *i.e.* una educación capaz de ofrecer a los ciudadanos un conocimiento sólido y a la vez flexible que pueda dar respuestas ajustadas a las situaciones cambiantes que se presentan (Barberà, 2005). La enseñanza de la estadística no ha quedado ajena a esta perspectiva de transformación, siendo objeto de un marcado interés en la comunidad educativa, en donde se habla de construir una cultura estadística. Gal (2002) se refiere a dos componentes interrelacionados: la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, y la capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tal información. Franklin *et al.* (2005) indican que la enseñanza de la estadística debe, como principal objetivo, ayudar a los estudiantes a aprender los elementos básicos del pensamiento estadístico como la importancia de los datos, la ubicuidad de la variabilidad, así como su cuantificación y explicación. Según Wild & Pfannkuch (1999), el razonamiento estadístico es esencial para el aprendizaje e incluye cinco componentes fundamentales: reconocer la necesidad de los datos, la transnumeración, percibir la variabilidad, razonar con modelos estadísticos e integrar la estadística al contexto.

Asimismo, es necesario diferenciar entre conocer y ser capaz de aplicar un conocimiento. La habilidad para aplicar los conocimientos estadísticos requiere no sólo de conocimientos técnicos (construir un gráfico o calcular un promedio), sino también conocimientos estratégicos (saber cuándo usar un concepto o gráfico dado). Los problemas y ejercicios presentes en libros de texto sólo se concentran en conocimientos técnicos. Sin embargo, el trabajo con datos reales demanda utilizar conocimientos estratégicos.

En consecuencia, suponemos que la mejor forma de seguir estas recomendaciones es introducir, en las clases de estadística, problemas con datos reales, sean propuestos por el profesor o diseñados por los estudiantes. En este tipo de experiencias, se procura reemplazar la introducción de conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real, por una actividad integral donde se presenten y desarrollen las diferentes fases de una investigación estadística. Por estos motivos, desde 2011, proponemos a nuestros estudiantes de las asignaturas “Estadística” y “Probabilidad y Estadística II” de las carreras de Profesorado y Licenciatura en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (UNLPam), respectivamente, la realización de proyectos con datos reales desarrollando las diferentes etapas de una investigación

estadística, con los objetivos no sólo de promover el aprendizaje de la estadística a partir del trabajo con datos reales, fomentando el uso de las TIC como herramientas necesarias en la resolución de este tipo de problemas, sino además estimular una mayor reflexión, compromiso y proactividad.

En este documento reunimos los trabajos de nuestros estudiantes del Ciclo Lectivo 2017, quienes abordaron temáticas muy diversas. Un grupo abordó la problemática de la presencia de escenas de tabaco en dibujos animados desde el punto de vista legal. El segundo, en cambio, pretendió comprobar la existencia de relaciones áureas en el cuerpo humano femenino.

*Las profes, noviembre de 2017*

---

## Referencias

- Barberá, E. (2005). La evaluación de competencias complejas: la práctica del portafolio. *Educere*, 31(9), pp 497-504.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Disponible en: [www.amstat.org/Education/gaise/](http://www.amstat.org/Education/gaise/)
- Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.



## TABACO EN DIBUJOS ANIMADOS

Burgués Iván - Calderón Joana - Esteban Evelyn  
{burguesivan, joanacalderon.ph, evee2311}@gmail.com

### Resumen

En este proyecto, se encuentra una investigación que tiene como objetivo corroborar si la mayoría de las películas de dibujos animados (estrenadas desde 1971 hasta fines del siglo XX) cumplen con la prohibición establecida a partir del año 1971. Se analizan 33 largometrajes dirigidos a niños, producidos en Estados Unidos por distintas compañías que fueron estrenados luego de la vigencia de la Ley de Fumar Cigarrillos de Salud Pública en Estados Unidos (1971), la cual prohíbe la publicidad del tabaco en TV y radio. Se realiza un análisis descriptivo e inferencial, concluyendo que la mayoría de las películas no cumplen con la Ley establecida, que su cumplimiento no depende de la compañía que produjo la película y que el porcentaje de aparición de escenas con tabaco no depende del año de estreno.

### Introducción

El tabaco es una planta herbácea y perenne, de la familia de las solanáceas, oriunda de América tropical, la cual es la mayor productora que se consume a nivel mundial. Este producto se ha utilizado a lo largo de la historia de distintas formas (aspirada (tabaco en polvo), lamada (tabaco en pasta), fumada o mascada (tabaco en hoja)). Es comercializado/publicitado desde hace miles de años, pero recién en los años 1920, se comenzaron a hacer públicos estudios médicos alemanes que advertían de los peligros de su consumo, sin embargo fueron en gran medida ignorados. (Tabacopedia, (n.d.))

Es a mediados de 1950 cuando se empiezan a publicar trabajos epidemiológicos muy completos, que vinculan el consumo de cigarrillos con el cáncer de pulmón, entre estos estudios más destacados, se encuentra el de los epidemiólogos británicos Richard Doll y Bradford Hill, este último también estadístico, que en 1950 probaron por primera vez que el fumar cigarrillos produce varios tipos de cáncer y enfermedades cardiovasculares. Publicaron este estudio en el *British Medical Journal (Revista Médica Británica)* que fue validado por el gobierno recién en 1954 (Richmond, 2005).

En 1971, el Congreso de los Estados Unidos prohibió la publicidad de cigarrillos en la radio y la televisión. A pesar de ello, *The Journal (Revista de Medicina del Estado de Nueva York)* describe cómo las compañías tabacaleras siguieron siendo patrocinadores líderes en la televisión, y continuaron ejerciendo mucha influencia en las secciones de noticias a través de la adquisición de compañías de alimentos subsidiarias (Blum, 2010).

*“La incapacidad de eliminar a la industria tabacalera como vector de muerte y enfermedad representa el peor fracaso de la salud pública en la historia. El número de consumidores estadounidenses que fuman no es sustancialmente menor que en 1964 y la cantidad de usuarios es más joven que nunca[...].”* (Blum, 2010)

La prohibición llamada “Ley de Fumar Cigarrillos de Salud Pública” se introdujo en el Congreso en 1969, pero no fue promulgada hasta el 1 de abril de 1970 cuando el presidente de los Estados Unidos, Richard Nixon lo decidió. Sin embargo, no entró en vigencia hasta el 2 de enero de 1971 (Wikipedia, 10 de septiembre 2017).

Es por eso que, teniendo en cuenta la Ley, nuestros objetivos son: corroborar si la mayoría de las películas de dibujos animados estrenadas desde el año 1971 hasta fin de siglo XX, cumplen con la Ley establecida a partir del año 1971, analizar el vínculo entre las compañías y el cumplimiento de la Ley, y además la relación entre los años de estreno de las películas de dibujos animados y el porcentaje de aparición de tabaco en las mismas.

### Metodología

Para este estudio, nos basaremos en un muestreo aleatorio simple realizado por el profesor Goldstein Adam y dos asistentes, quienes recolectaron películas aptas para niños. Éstas fueron estrenadas entre los años 1937 y 1997 por distintas compañías (Walt Disney Co, MGM / United Artists, Warner Brothers Studios, Universal Studios y 20th. Century Fox).

Las películas seleccionadas para su revisión han tenido una duración de al menos 60 minutos. El conjunto original consta de 50 datos y 5 variables: nombre de la película, compañía a la que pertenece, duración total, tiempo total de aparición de tabaco en ella y tiempo total de aparición de alcohol (variable eliminada posteriormente).

Agregamos 3 nuevas variables, la primera haciendo referencia a la variable año, que fue ingresada manualmente y detalla el año de estreno de cada película, en Estados Unidos. Luego, se eliminaron todas las películas estrenadas antes de la prohibición del Congreso de los Estados Unidos en 1971, impulsadas por el presidente Nixon, quedándonos solamente con 33, que representa nuestra muestra de unidades para este trabajo, por lo tanto la unidad observacional es una de estas películas.

A continuación, agregamos la variable X que detalla el cumplimiento de la Ley, en función a la variable del tiempo de aparición de tabaco en las películas, es decir, si tenían 0 segundos cumplían con la Ley. Por último, agregamos la tercer variable W, que detalla el porcentaje con respecto al tiempo de aparición del tabaco y la duración de la película. Nuestra población de unidades es el conjunto de todas las películas de dibujos animados producidas en Estados Unidos luego del año 1971 hasta fin de siglo XX.

Nuestras variables de estudio son definidas del siguiente modo:

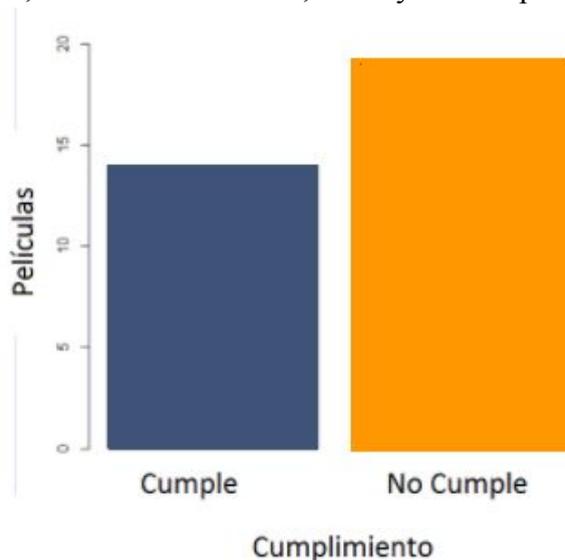
Variable	Detalle	Tipo de variable
X	“Cumplimiento de la Ley de Fumar Cigarrillos de Salud Pública, establecida por el Congreso de los Estados Unidos en 1971, en películas de dibujos animados producidas en Estados Unidos” (0 si cumple, 1 si no cumple).	Cualitativa nominal.
Y	“Compañía a la que pertenece la película”.	Cualitativa nominal.
A	“Año en que fueron estrenadas las películas de dibujos animados en Estados Unidos”.	Cuantitativa continua.
W	“Porcentaje de tiempo de la película de dibujos animados en la que aparece tabaco”.	Cuantitativa continua.

**Tabla 1:** Descripción de las variables utilizadas.

Se utilizó el software estadístico R (versión 3.4.1) a través de su interfaz gráfica R Commander (versión 2.4.0) y el software Paint.NET (versión 3.5.7) para retoques ilustrativos de los gráficos.

## Resultados

A continuación, explicaremos los datos obtenidos luego de la depuración. Analizando la información de la **Figura 1**, concluimos que luego de la prohibición muy pocas películas cumplieron con la misma, 19 de las 33 seleccionadas siguieron mostrando escenas de uso de tabaco, mientras que 14 la respetaron (Robin Hood, Rescuers, Fox and the Hound, Black Cauldron, Rescuers Down Under, Beauty and the Beast, Lion King, Toy Story Secret of NIMH, Babes in Toyland, Land Before Time, Land Before Time 2, Balto y Once Upon a Forest).



**Figura 1:**Gráfico de columnas según el cumplimiento de la Ley.

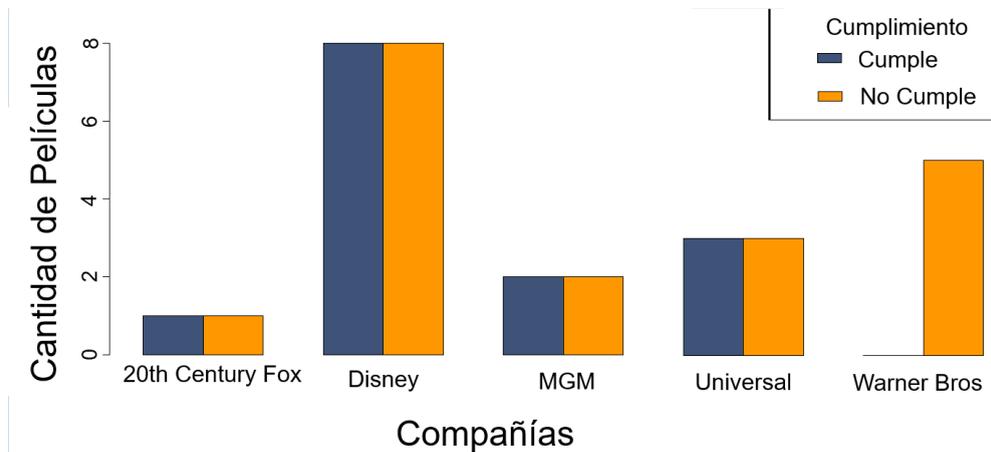
Podemos determinar que la distribución que sigue la variable  $X$ , es una distribución binomial con un solo ensayo (o Bernoulli), dado que a cada una de las películas solo se analiza una vez si cumple o no dicha Ley, tomando solo dos valores, un éxito y un fracaso (que cumpla o no la prohibición, respectivamente) y una probabilidad  $p$ , la cual sería la probabilidad de que se cumpla la Ley. Como no conocemos el parámetro poblacional lo estimaremos a partir de la muestra, siendo el estimador del primer momento de la media muestral  $\bar{X} = \hat{p}$ , el cual es insesgado, eficiente y suficiente (IMUV), luego  $\hat{p} = 0.4242$ .

Realizando un test de hipótesis con nivel asintótico (ya que la muestra cuenta con 33 unidades), donde nuestra hipótesis nula es que la minoría o la mitad de las películas cumplen con la prohibición establecida en 1971 ( $H_0 : p \leq 0.5$ ) y nuestra hipótesis alternativa que la mayoría (más de la mitad) cumple dicha prohibición ( $H_a : p > 0.5$ ).

Fijando un nivel de significancia a un 5%, el software utilizado arroja un valor  $p = 0.808 > \alpha = 0.05$  por lo tanto, no hay evidencia suficiente al 5% para rechazar  $H_0$ .

Haciendo énfasis a nuestro objetivo que consistía en analizar la relación entre las compañías que produjeron las películas y su cumplimiento o no de la Ley, realizamos un gráfico de barras de tipo comparativo, como se puede observar en la **Figura 2**, donde se visualiza la cantidad de películas que cumplen o no con la Ley según la compañía que la produjo. En dicha figura observamos que la mayoría de las compañías de la muestra utilizada no reflejan un comportamiento unívoco en

relación al cumplimiento de la Ley, es decir que no existe una relación entre ambas variables. Dado que la mitad de las películas de una misma compañía cumple y la otra mitad no cumple, esto es exactamente igual en las cuatro productoras. Excepto la compañía Warner Bros que todas las películas correspondientes a ésta, no cumplen con la Ley.

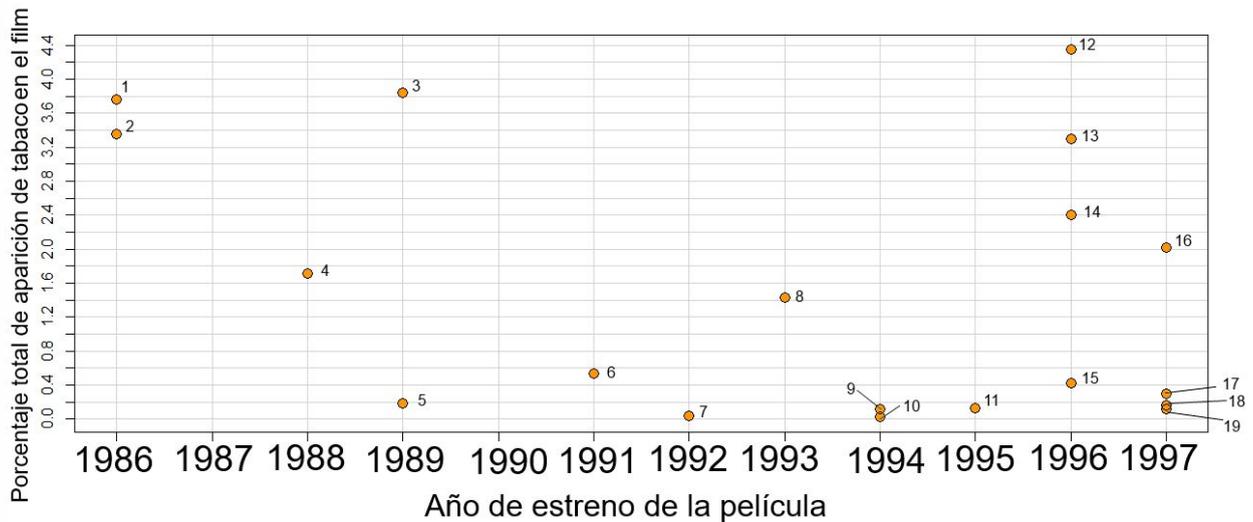


**Figura 2:** Gráfico de barras de las variables X e Y

Para este caso también podríamos haber realizado una inferencia sobre la población a partir de un test de independencia chi-cuadrado, pero los datos de la muestra no cumplen con un requisito fundamental para aplicar este tipo de test, ya que en la tabla de contingencia donde se expresaban los valores esperados, se observa que 4 compañías no alcanzan el mínimo de 5 en sus frecuencias esperadas. Lo recomendable en estas ocasiones es agrupar las clases, por lo que para nuestra muestra quedarían dos en las que se podrían analizar la dependencia de una sola compañía y las demás, desviándose del objetivo propuesto. Por lo que podemos decir que no hay relación entre qué compañías producen las películas de nuestra muestra y el cumplimiento de la Ley.

Por último, haciendo hincapié en nuestro tercer objetivo, analizamos si existe relación entre el porcentaje de aparición de tabaco en las películas y los años de estreno en Estados Unidos de las mismas, que en nuestro caso corresponden a las variables A y W.

En la **Figura 3** se realizó un diagrama de dispersión para observar la relación entre las variables que hacen referencia a las compañías que producen las películas y el cumplimiento de la Ley.



**Figura 3:** Diagrama de dispersión de el porcentaje de la aparición de tabaco según la duración de las películas en función de los Años de estreno en Estados Unidos de las mismas.(1:Great Mouse Detective. 2:An American Tail. 3:All Dogs Go to Heaven. 4:Oliver and Company. 5: Little Mermaid. 6:Fievel Goes West. 7:Aladdin. 8:We're Back: Dinosaur's Story. 9:Thumbelina. 10:Troll in Central Park. 11:Pocahontas. 12:James and the Giant Peach. 13:All Dogs Go to Heaven 2. 14:Space Jam. 15:Hunchback of Notre Dame. 16:Cats Don't Dance. 17:Anastasia. 18: Hercules. 19:Pippi Longstocking).

Analizando la **Figura 3**, observamos que no existe correlación entre las dos variables de interés, por lo tanto, no es relevante el año en el que se estrenó la película, ya que la aparición de escenas en las que se visualiza tabaco es aleatoria.

## Discusión

Comenzamos el proyecto basándonos en un conjunto de datos recolectado por el profesor Adam O. Goldstein, quien realizó un trabajo sobre el porcentaje de aparición de tabaco y alcohol, entre otras cosas, en películas de dibujos animados estrenadas entre los años 1937 y 1997 en EEUU.

El presidente Richard Nixon promulgó una Ley en 1970 que entró en vigencia en 1971, la cual prohibía la publicidad del tabaco en emisoras de radio y TV, esto incluiría a las películas que próximamente iban a emitirse en la TV. Por lo cual, a partir del estudio realizado por el profesor y la Ley, nos pareció interesante investigar sobre el cumplimiento de dicha Ley en las películas recolectadas por Goldstein.

Al comenzar la investigación, nuestra expectativa era que las películas cumplieran con la Ley, pero luego de analizar los resultados, nos encontramos con que el 58% no lo hacían. Incluso películas estrenadas 26 años después de la prohibición siguen infringiéndola.

Para regular el incumplimiento de la Ley creemos necesario implementar multas y/o sanciones a aquellas compañías que la vulneran. Investigamos sobre el tema, para ver si dichas sanciones ya existen, pero no logramos hallar información en fuentes confiables.

Finalmente, creemos conveniente ampliar la investigación sobre este tema recolectando información sobre películas de dibujos animados producidas en Estados Unidos luego del año 1997 (datos más actuales), dado que el conjunto de datos del que disponemos es representativo sólo para las películas estrenadas entre 1971 y 1997, siendo esta última, la fecha de estreno más reciente en nuestra muestra. Otra investigación favorable sería realizarla con datos nacionales, ya que aquí también hay una Ley en Argentina que regula la publicidad de tabaco en medios de comunicación.

## Conclusiones

Los objetivos de estudio de nuestro trabajo consisten en averiguar si la mayoría de las películas de dibujos animados estrenadas entre el año 1971 y fin del siglo XX cumplen con la Ley establecida en 1971; analizar el vínculo entre las compañías y el cumplimiento de la Ley; y además analizar la relación entre los años de estreno de las películas de dibujos animados y el porcentaje de aparición de tabaco en las mismas.

Según los datos obtenidos en el análisis inferencial realizado, la mayoría de las películas no cumplen con dicha Ley.

Con respecto a nuestro segundo objetivo, concluimos que el cumplimiento de la Ley no depende de la compañía que produjo la película, dentro de nuestra muestra.

Por último, a partir del análisis realizado, llegamos a la conclusión de que no se puede establecer una relación entre los años de estreno de las películas de nuestro conjunto de datos y el porcentaje de aparición de tabaco en las mismas. Hay ejemplos como la película “Cats Don't Dance”, que a pesar de que fue publicada 26 años más tarde, hicieron caso omiso a la prohibición.

## Referencias

- Blum, A. (2010). El tabaquismo y la Revista de Medicina del Estado de Nueva York: una breve introducción. *Medicina Social*, 5(2), pp.146-150.
- Brewster, R. and Harvey, E. (2011). Paint.NET. [software]. Disponible en : <https://www.getpaint.net/index>
- Ley No 26.687 (2011). Regulación de la publicidad, promoción y consumo de los productos elaborados con tabaco. Disponible en: <http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/180000-184999/183207/norma> [23 de Noviembre de 2017]
- R Core Team (2016). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. [software]. Disponible en: <https://cran.r-project.org/>
- Richmond, C. (2005) Sir Richard Doll, epidemiólogo que demostró que el tabaco causa cáncer y enfermedades de corazón. *Salud Pública de México*, [online] 47(4), pp.319-322. Disponible en: [http://www.scielosp.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0036-36342005000400010](http://www.scielosp.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0036-36342005000400010)
- Tabacopedia.com. (n.d.). *Historia del Tabaco*. [online] Disponible en: <https://tabacopedia.com/es/tematicas/historia-del-tabaco/> [14 de Noviembre de 2017]
- Wikipedia. (2017). *Public Health Cigarette Smoking Act*. [online] Disponible en: [https://en.wikipedia.org/wiki/Public\\_Health\\_Cigarette\\_Smoking\\_Act#cite\\_note-document-1](https://en.wikipedia.org/wiki/Public_Health_Cigarette_Smoking_Act#cite_note-document-1). [14 de Noviembre de 2017]



## Anexo

En la **Tabla 4** se especifican los nombres, años y el porcentaje total de la aparición de tabaco de las películas.

Nombre de Película	Porcentaje de aparición	Año de estreno
James and the Giant Peach	4.34	1996
All Dogs Go to Heaven	3.83	1989
Great Mouse Detective	3.76	1986
All Dogs Go to Heaven 2	3.29	1996
An American Tail	3.35	1986
Space Jam	2.40	1996
Cats Don't Dance	2.02	1997
Oliver and Company	1.71	1988
We're Back: Dinosaur's Story	1.43	1993
Fievel Goes West	0.53	1991
Hunchback of Notre Dame	0.42	1996
Anastasia	0.30	1997
Hercules	0.16	1997
Little Mermaid	0.18	1989
Thumbelina	0.11	1994
Pocahontas	0.12	1995
Pippi Longstocking	0.11	1997
Aladdin	0.03	1992
Troll in Central Park	0.02	1994

**Tabla 4:** Porcentaje de la aparición de tabaco según la duración de la película y Año de estreno.



## ¿SE AJUSTAN NUESTRAS ESTUDIANTES A LA “DIVINA PROPORCIÓN”?

Figuroa, Joanna M. S. - Gómez, Franco A.

{[joannasfig.franaris92](mailto:joannasfig.franaris92@gmail.com)}@gmail.com

### Resumen

Por el año 1492, Da Vinci dibujó “El Hombre de Vitruvio” mostrando una cierta relación entre distintas partes del cuerpo: el cociente entre la distancia de los pezones hasta la parte superior de la cabeza y la distancia desde el ombligo hasta los pezones; el cociente entre la distancia del ombligo a la parte superior de la cabeza y la distancia entre los pezones y la parte superior de la cabeza; el cociente entre la distancia de la planta de los pies hasta el ombligo y desde éste hasta la parte superior de la cabeza; el cociente entre la altura total y la distancia del ombligo a la parte inferior de los pies. En este trabajo se presenta el análisis realizado a 50 mujeres estudiantes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, donde los datos muestrales ofrecen suficiente evidencia para decir que tales relaciones no cumplen con la razón áurea o divina proporción.

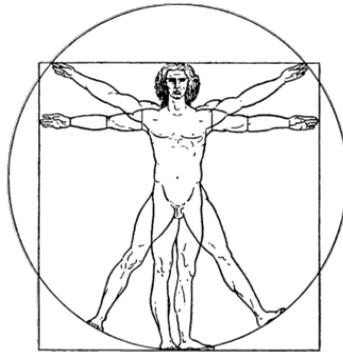
### Introducción

En el siglo XV vivió en Italia un hombre llamado Leonardo, nacido en la villa Vinci, de ahí que se lo conozca como Leonardo Da Vinci. Alrededor del año 1492 éste realizó un famoso dibujo en lápiz y papel que se lo denominó “El Hombre de Vitruvio”, el cual representa una figura masculina desnuda en dos posiciones superpuestas de brazos y piernas e inscrita en un círculo y un cuadrado. El cuadrado está centrado en los genitales, y el círculo en el ombligo, figuras que se consideran imágenes de perfección (como se ve en la Figura 1). La relación entre el lado del cuadrado y el radio del círculo es la razón áurea.

Siguiendo el trabajo realizado por T. Antony Davis y Rudolf Altevogt en su artículo GOLDEN MEAN OF THE HUMAN BODY (1979) encontramos que existen otras relaciones entre las partes del cuerpo que guardan una estrecha relación con el número áureo:

- **Relación B:** El cociente entre la distancia de los pezones hasta la parte superior de la cabeza y la distancia desde el ombligo hasta los pezones;
- **Relación C:** el cociente entre la distancia del ombligo a la parte superior de la cabeza y la distancia entre los pezones y la parte superior de la cabeza;
- **Relación D:** el cociente entre la distancia de la planta de los pies hasta el ombligo y desde éste hasta la parte superior de la cabeza;
- **Relación E:** el cociente entre la altura total y la distancia del ombligo a la parte inferior de los pies.

Nuestro objetivo en este trabajo es verificar si estas relaciones (B, C, D y E) coinciden con la razón áurea, realizando un análisis descriptivo, tomando como muestra de unidades a un grupo 50 mujeres estudiantes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, para luego hacer inferencia sobre población de unidades y finalmente comparar estos resultados con los obtenidos en dicho trabajo.



*Figura 1: "El Hombre de Vitruvio"*

### Metodología

Durante la última semana de octubre y la primera de noviembre en distintos días y horarios, se realizó un muestreo estratificado en la Facultad nombrada anteriormente. Los estratos tenidos en cuenta están relacionados con las estudiantes inscriptas en el año 2016 separados por la carrera que estudian:

- Licenciatura y Profesorado en Química;
- Licenciatura y Profesorado en Ciencias Biológicas;
- Licenciatura y Profesorado en Física;
- Licenciatura y Profesorado en Matemática;
- Profesorado Universitario en Computación;
- Ingeniería en Recursos Naturales y Medio Ambiente.

Así mismo, dado que la Tecnicatura en Hidrocarburos se dicta en la localidad de 25 de Mayo y la Licenciatura en Enfermería fue una carrera "a fin" decidimos excluirlas de la población femenina. Por otra parte, dado que las carreras correspondientes al área de Computación (Profesorado en Computación -Plan de Estudio 1998- y Profesorado Universitario en Computación -Plan de Estudio 2014-) están catalogadas como las mismas, se unificaron en una sola categoría. La muestra tomada fue de 50 mujeres que representan casi el 6% de la población<sup>1</sup>.

Los datos registrados fueron la carrera, la edad (en años), la altura total, la distancia desde la planta de los pies al ombligo y la distancia de la planta de los pies a los pezones (los últimos tres en centímetros). Las mediciones correspondientes a las últimas tres variables fueron tomadas con una cinta métrica, pidiéndole a cada persona que se mantenga erguida contra la pared.

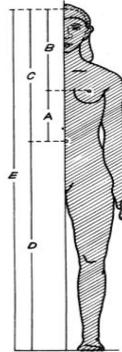
A partir de las tres anteriores medidas se calcularon: (A) distancia entre el ombligo y los pezones; (B) distancia entre pezones y parte superior de la cabeza; (C) A + B (ombligo hasta la parte superior de la cabeza); (D) distancia del ombligo hasta la planta de los pies; y (E) altura total del sujeto (como se puede observar en la Figura 2) para finalmente realizar los cocientes descritos en la sección correspondiente a la introducción.

Se desarrolló un análisis descriptivo sobre cada una de las variables consideradas y se aplicaron técnicas inferenciales utilizando el software estadístico R, versión 3.3.1 (2016-06-21) a través de su interfaz gráfica R Commander, versión 2.3-0.

Para llevar a cabo el objetivo de estudio: establecer si las relaciones B, C, D y E coinciden con la razón áurea, primero se realizó una prueba chi-cuadrado de bondad de ajuste con un nivel de 0.01

<sup>1</sup> Para distribuir el tamaño de la muestra entre los estratos lo haremos proporcionalmente al tamaño de cada estrato, es decir, si tomamos el estrato j-ésimo de tamaño  $N_j$ , entonces una muestra de dicho estrato será de tamaño  $n \cdot (N_j/N)$ , siendo  $N$  el total de la población y  $n$  el tamaño de la muestra.

estimando, por el método de máxima verosimilitud, los dos parámetros para poner a prueba la normalidad de las cuatro variables estudiadas, luego se realizaron test de hipótesis para la media de cada una de ellas con un nivel de significancia de 0.05 y sus respectivos intervalos de confianza, también a un nivel de 0.05.



*Figura 2: Medidas utilizadas para hacer los cálculos (adaptado de GOLDEN MEAN OF THE HUMAN BODY).*

## Resultados

A continuación expondremos los resultados obtenidos en cada una de las variables a analizar (nombradas anteriormente) donde los mismos fueron obtenidos con el software R (R Commander). Para las relaciones B, C, D y E podemos ver sus correspondientes medidas de posición central, con sus respectivas medidas de dispersión en las Tablas 1, 2, 3 y 4 respectivamente. Para la relación B utilizamos la mediana por ser más representativa ya que no se ve afectada por los outliers (ver Figura 3.b.) por ser una medida de posición central robusta. Para las demás relaciones se utilizó la media muestral y su correspondiente desvío para describir el cociente esperado (por ejemplo, en la relación E, es esperable que el cociente entre E y D sea  $1.6538 \pm 0.0544$ ), debido a que la diferencia entre media y mediana muestral es pequeña a efectos de este estudio. Finalmente, considerando el coeficiente de variación, la dispersión relativa es “aceptable” en la relación B ya que cae en el intervalo (0,10; 0,33] y “poca” en las restantes relaciones (véase Tablas 1, 2, 3 y 4).

Media	Desvío	CV	Mediana	MAD
1.943098	0.31678858	0.163=16.3%	1.902381	0.22818182

*Tabla 1: Relación B: Medidas de resumen*

Media	Desvío	CV	Mediana	MAD
1.527910	0.08487883	0.056=5.6%	1.525658	0.05934959

*Tabla 2: Relación C: Medidas de resumen*

Media	Desvío	CV	Mediana	MAD
1.539524	0.12558934	0.082=8.2%	1.539072	0.07109749

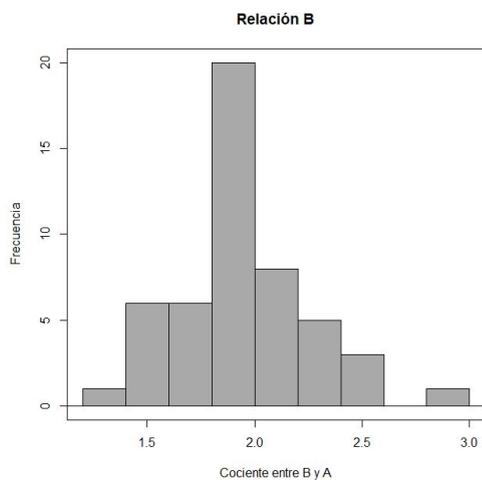
*Tabla 3: Relación D: Medidas de resumen*

Media	Desvío	CV	Mediana	MAD
1.653860	0.05441771	0.033=3.3%	1.649742	0.02921568

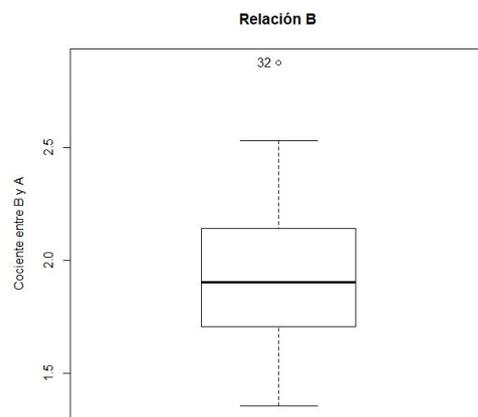
**Tabla 4:** Relación E: Medidas de resumen

Los gráficos de la Figura 3, 4, 5 y 6 sugieren que las variables vinculadas a las relaciones B, C, D y E siguen una distribución normal de parámetros 1.9431 y 0.10035, 1.5279 y 0.0072, 1.5395 y 0.0158, 1.6538 y 0.002 respectivamente, todos estimados por el método de máxima verosimilitud. Los estimadores utilizados resultaron insesgados, eficientes y suficientes.

Por otra parte, en la Figura 3.a. podemos observar que los valores se acumulan en mayor medida alrededor de la media, al igual que en las Figuras 5.a, Figura 4.a. y Figura 6.a. aunque en estas últimas dos vemos un pequeño sesgo hacia la derecha ya que la cola derecha tiene una mayor extensión.

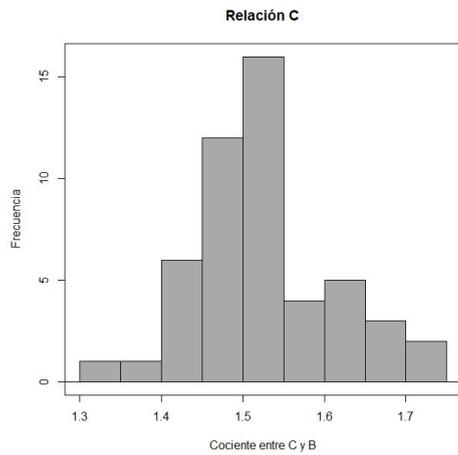


**a.** Histograma de la Relación B

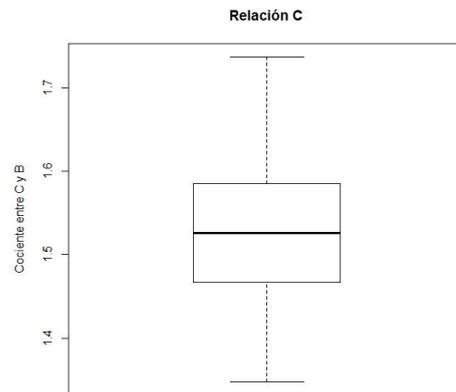


**b.** Boxplot de la Relación B

**Figura 3:** Gráficos de la Relación B a partir de 50 datos.

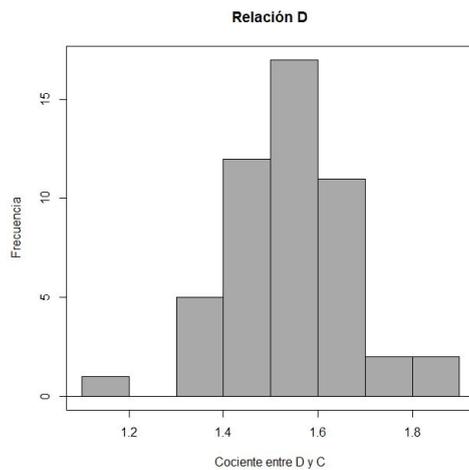


*a. Histograma de la Relación C*

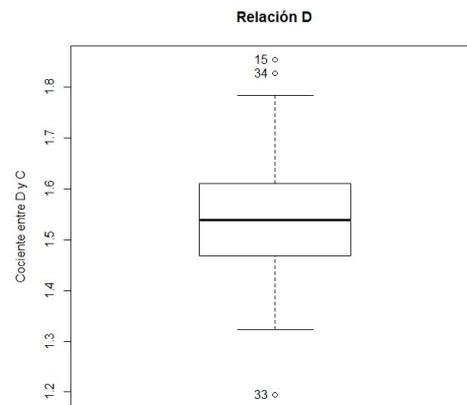


*b. Boxplot de la Relación C*

**Figura 4:** Gráficos de la Relación C a partir de 50 datos.

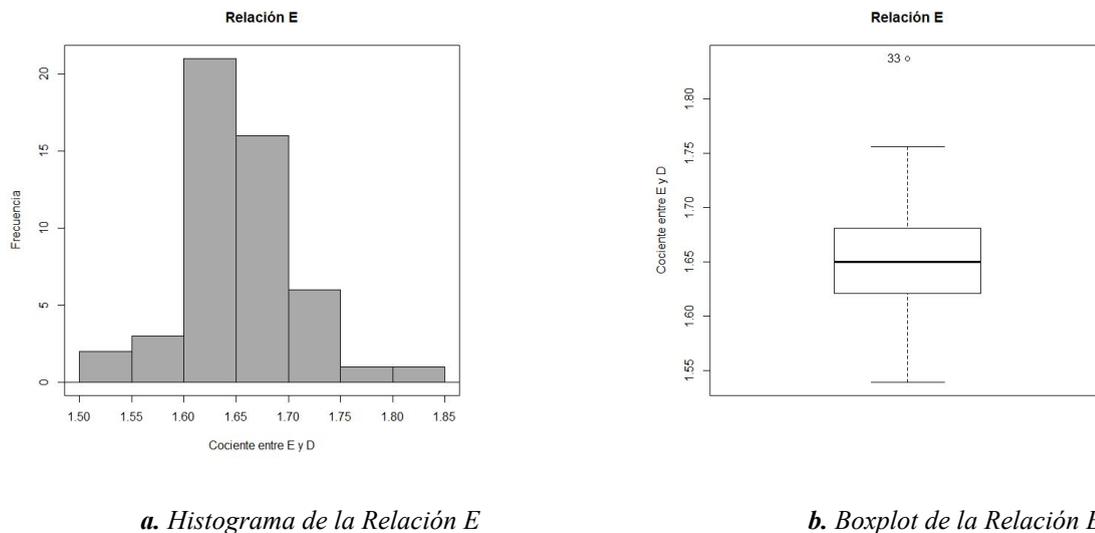


*a. Histograma de la Relación D*



*b. Boxplot de la Relación D*

**Figura 5:** Gráficos de la Relación D a partir de 50 datos.



**Figura 6:** Gráficos de la Relación E a partir de 50 datos.

En las Figuras 3.b., 5.b. y 6.b. (boxplot) se puede apreciar una simetría de los datos además de outliers, los cuales no serán descartados ya que no hay motivos que demuestren una mala medición o un error humano al tipear los datos. R nos informa que corresponden con la muestra número 15, 32, 33, 34 (ver Tabla 5) mientras que la Figura 4.b. permite observar una baja asimetría positiva.

Ombbligo-Pezón	Pezón-Cabeza	Ombbligo-Cabeza	Pies-Ombbligo	Altura total	Pies-Tetilla
21	34	55	102	157	123
16	46	62	100	162	116
23	54	77	92	169	115
20	38	58	106	164	126

**Tabla 5:** Distancias entre distintas partes del cuerpo (en cm), de los registros considerados outliers.

Supusimos que cada una de las variables en cuestión se modelan a través de una distribución normal, lo cual se puso a prueba con un test chi-cuadrado de bondad de ajuste tomando esto como hipótesis nula, con un nivel de significación de  $\alpha = 0.05$ . Al aplicar el test estadístico a través de R resultó ser el valor de p, para cada una de las variables (en orden alfabético): 0.4939, 0.7798, 0.1886, 0.2673. Por lo tanto, en cada una de las relaciones, no hay suficiente evidencia al 5% para suponer que los datos no provienen de distribuciones normales con los parámetros mencionados previamente en esta misma sección, todos estimados por el método de máxima verosimilitud.

Finalmente, pusimos a prueba nuestra hipótesis mediante técnicas inferenciales, en este caso utilizamos un Test de Hipótesis para la media de una distribución normal con varianza desconocida, i. e., para determinar si la relaciones B, C, D y E analizadas a partir de las mujeres estudiantes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, coinciden con la



razón áurea se realizó, a través de R, un test t para la media al nivel 0.05. Al aplicar este test estadístico resultó ser, para cada una de las variables (en orden alfabético):

Relación B: ( $p = 2.666e^{-9}$ ;  $IC(\mu_B : 0.95) = [1.853068; 2.033128]$ ).

Relación C: ( $p = 1.088e^{-9}$ ;  $IC(\mu_C : 0.95) = [1.503788; 1.552033]$ ).

Relación D: ( $p = 5.458e^{-5}$ ;  $IC(\mu_D : 0.95) = [1.503832; 1.575216]$ ).

Relación E: ( $p = 2.495e^{-5}$ ;  $IC(\mu_E : 0.95) = [1.638395; 1.669325]$ ).

Con lo cual, dado que el valor p, en todas las relaciones, es menor al 5%, podemos concluir que hay suficiente evidencia en los datos para rechazar la hipótesis nula ( $\mu = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ), i.e. las relaciones no cumplen con la razón áurea.

### Discusión

Mientras que los datos sobre estudiantes alemanes verifican que las relaciones B, C, D y E coinciden con la razón áurea (Davis & Altevogt, 1979), los datos sobre las mujeres estudiantes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, no permiten verificar que suceda lo mismo.

Podemos ver que la relación E es la que más se aproxima hacia el número áureo en comparación con las demás relaciones y se aproxima aún más a los resultados obtenidos por Davis & Altevogt (1979).

Nos preguntamos si ésto es debido a la gran diversidad cultural existente en Argentina producto de los inmigrantes provenientes de distintos puntos del planeta o si se debe a los cambios en la alimentación a lo largo de estos años.

### Conclusiones

El objetivo consistió en verificar las relaciones B, C, D y E tomando como muestra un grupo de las mujeres estudiantes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa. Luego de distintos análisis pudimos llegar a la conclusión de que los datos muestrales ofrecen suficiente evidencia para decir que tales relaciones no se cumplen.

Para continuar sobre esta investigación sería oportuno tener en cuenta los ascendientes de las personas a encuestar, para ver si existe alguna dependencia entre “la diversidad cultural en la sangre” y la distancia de los cocientes nombrados en la sección introductoria a la razón áurea.

Otra posibilidad es hacer un análisis en el tiempo, ver si éste influye en las relaciones/proporciones.

### Agradecimientos

A las profesoras Cavero, Lorena Veronica y Dieser, Maria Paula por su colaboración tanto en las entrevistas presenciales como las realizadas vía web.

Al personal administrativo del Departamento de Alumnos (FCEyN, UNLPam) Caloia, Dario Luis y Caseres, Natalia por su buena disposición para buscar en las bases de datos de SIU Guaraní y generar las tablas que les solicitáramos en un principio.

A nuestras compañeras y compañeros que colaboraron en distintas oportunidades: Burgués Iván, Calderón, Joana y Esteban, Evelyn.

A la co-participadora Kistner, Agostina, por brindar su ayuda a la hora de realizar el muestreo.

A todas las estudiantes encuestadas que nos permitieron tomar sus medidas.

## Referencias

- Barreiro P. L. y Albandoz J. P. (2001). *Población y muestra. Técnicas de muestreos*.
- Davis, T.A. y Altevogt, R. (1979). Golden Mean of the Human Body [página web], pp. 340 - 344.  
Disponible en: <http://www.fq.math.ca/Scanned/17-4/davis-a.pdf> [20 de noviembre de 2017].
- Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UNLPam (sin fecha). “Carreras.” [página web],  
Disponible en: [www.exactas.unlpam.edu.ar/carreras](http://www.exactas.unlpam.edu.ar/carreras) [20 de noviembre de 2017].
- R Core Team (2016). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://cran.r-project.org/>.