FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
- UNLPAM -
PROFESORADO EN MATEMÁTICA 2013
- PRÁCTICA EDUCATIVA III -
PABLO PRATO

ES HORA DE QUE HAGAMOS ALGO PARA QUE NO SIGA OCURRIENDO ESTO DE PRIVARLES LA OPORTUNIDAD DE APRENDER

PLANIFICACIÓN DEL PRIMER CUATRIMESTRE:

PRIMERA PROPUESTA: UNA CARRERA AL SISTEMA

APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRÁCTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 114-162

Primera Propuesta: Una carrera al Sistema

Introducción:

El año pasado cursando la materia Practica Educativa II, en la que también tenemos que concurrir a las aulas a hacer observaciones y dar una clase, me toco ir a un 3º año de un colegio de esta ciudad. Una de las observaciones más llamativas que hice es que era un curso difícil, ya que la profesora había renunciado y no había quien quisiera ocupar este cargo. Pero el tiempo que estuve en el aula con esta profe, en el que los chicos no hacían absolutamente nada de los que se les pedía, y luego aparecía en sus libretas el "6" o el "7", me quedé pensando que esto perjudicaría claramente a los alumnos en años posteriores. Pero como era mi primera experiencia en un colegio de Santa Rosa, quería comprobar si tenía razón o no, es decir, quería ver qué pasaría cuando tuvieran alguien que les exigiera algunos de los conocimientos que tendrían que haber adquirido anteriormente. Es por esto que elegí el 4º año del mismo colegio, porque si realmente tenía razón en lo que pensaba el año pasado, es hora de que hagamos algo para que no siga ocurriendo esto de privarles la oportunidad de aprender.

Tema:

- Sistemas de ecuaciones lineales:
    - Métodos gráficos;
    - Conjunto solución;
    - Método de sustitución;
    - Método de Igualación;
    - Método de reducción;
    - Clasificación de sistemas.

Documentos:

- Sandra Mabel Segura de Herrero, Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia Didáctica, Relime Vol 7, Núm 1, marzo 2004, pp. 49-78.
- Unidad Didáctica 2, Universidad Miguel Hernández.
- Juan Luis Rey López. Unidad didáctica sobre ecuaciones de primer grado en 2º de E.S.O, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Objetivos Generales:

a) Encontrar y reconocer las relaciones entre los datos de un problema y expresarlas mediante el lenguaje algebraico en un sistema de ecuaciones.

b) Resolver sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas utilizando los métodos de reducción, igualación, sustitución y/o el método gráfico

Objetivos Específicos:

- ✓ Reconocer una ecuación de primer grado con dos incógnitas, hallar sus soluciones y representarlas en unos ejes cartesianos;
- ✓ Identificar un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas;
- ✓ Clasificar un sistema según sus soluciones;
- ✓ Resolver sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas utilizando los métodos de reducción, igualación y sustitución y también el método gráfico;
- ✓ Solucionar problemas mediante el planteamiento de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas;
- ✓ Elegir el método más adecuado para resolver problemas con sistemas;
- ✓ Analizar los resultados de la resolución de sistemas y tomar decisiones adecuadas a la situación planteada;
- ✓ Resolver sistemas de ecuaciones a través del software "geogebra".

Saberes previos:

- ➢ Números reales y sus operaciones.
- ➢ Ecuación de primer grado con dos incógnitas.
- ➢ Representación gráfica de las soluciones de la ecuación.
- ➢ Ecuación de la recta.

Contenidos a trabajar:

- ✓ Sistema de ecuaciones y sus soluciones gráficas;
- ✓ Pasaje del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa;
- ✓ Métodos de resolución por sustitución, igualación y reducción;
- ✓ Clasificación de sistemas en cuanto a sus soluciones;
- ✓ Vista de soluciones con gráficos del geogebra;

Descripción del curso elegido:

El 4º año de este colegio, con orientación a la Informática, es un curso está formado por 15 alumnos y 5 alumnas, de los cuales 2 casi no concurren a clase, o por lo menos los días que tienen matemática. Es un curso bastante complicado por varios aspectos. Primero que no están acostumbrados a trabajar durante los 80 minutos que dura el módulo, siempre empiezan trabajando pero resuelven una o dos actividades y ya no quieren seguir. Se distraen muy fácilmente, más aún con la incorporación de las notebooks en el aula, ya sea con juegos, música o el chat, con todo esto se hace difícil controlarlos. De todas maneras si se eligen actividades

que sean entretenidas para ellos y tienen ganas de pensar la mayoría trabaja, salvo un alumno proveniente de otro colegio, que no escribe pero si se le pregunta o se le da un problema lo resuelve pero no abre la carpeta. Y como me lo esperaba el día de la evaluación faltó a clases.
Dentro del aula hay también otros alumnos particulares, uno que se lo pasa gritando toda la hora y haciendo sonidos, y hay otro alumno que necesita siempre la supervisión de un profesor. Este último mencionado, el año pasado trabajaba con las maestras de apoyo.

Organización de la secuencia: **Sistema de Ecuaciones**

Problema 1: Juan es el Intendente de la ciudad, y propuso hacer una carrera entre motos y cuatriciclos. Para que se llevara a cabo necesitaba comprar parches para prevenir alguna pinchadura, por eso se puso a contar y contó 40 ruedas.

a) ¿Cuántos cuatriciclos y cuantas motos hay en la carrera?
b) ¿Cómo podemos comprobar que en realidad hay 40 ruedas?, ¿Qué cuentas realiza para calcular la cantidad de cuatriciclos y motos?
c) Escriba todas las posibilidades que cree que tiene el problema de Juan, ¿Por qué no hay más?

Resoluciones esperadas e intervenciones docentes:

a) Hay varias posibilidades, 2 motos y 9 cuatriciclos, 4 motos y 8 cuatriciclos, 6 y 7, 8 y 6, 10 y 5, 12 y 4, 14 y 3, 16 y 2, 17 y 1.
b) X:cantidad de motos, Y:Cantidad de cuatriciclos,

$$2x + 4y = 40$$

c) Todas las dadas en el punto a), no hay porque no hay números enteros positivos que cumplan con la ecuación.

Intervenciones docentes:

- ¿habrá más posibilidades?, todas las respuestas de los alumnos.
- ¿Cómo podemos organizar los datos? Tablas.
- Visualizar mejor los datos, gráficos. (puntos contenidos en una recta)
- Regularidades gráficas (crecimiento y decrecimiento de las variables, una sube dos y la otra baja uno)
- Relación entre punto b) y el gráfico.

Problema 2:

a) Sofía, la hija de Juan, sin saber cuántas ruedas hay, sabe que hay 15 vehículos, dentro de esos hay motos y cuatriciclos, ¿Cuántos puede haber de cada uno?

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

b) Juan luego cuenta y dice que hay el doble de motos que de cuatriciclos, pero no sabe qué cantidad de concursantes hay. Como no quiere sacar muchas cuentas, encontró tres posibilidades, las marcó en el gráfico y después ya pudo ver todas las posibilidades. Hagan lo mismo que hizo Juan y encuentren varias soluciones.

c) Siguiendo el método de Juan, ¿Hay alguna posibilidad de que Juan y Sofía tengan la razón, sabiendo que además hay 40 ruedas? ¿Cómo pueden comprobar si la respuesta que encontraron es la solución al problema?

d) Pedro, amigo de Lucia, quería ayudar y anoto cálculos, ¿alguna coincide con los datos? ¿Por qué?

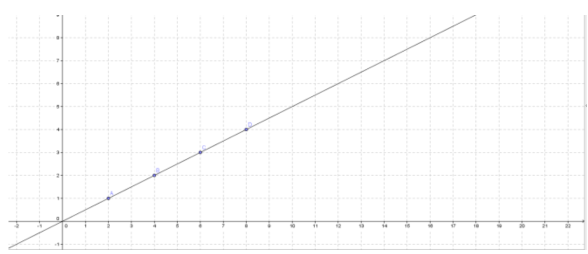
1) $\begin{cases} 6x + 4y = 40 \\ x + 4y = 15 \\ 2x = y \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 4y = 40 \\ x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 4y = 40 \\ x + y = 40 \\ x + 2 = y \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 4y = 15 \\ x + y = 40 \end{cases}$

Resoluciones esperadas e intervenciones docentes:

a) Posibilidades: Motos y Cuatriciclos: (1,14), (2,13), (3,12),…,(13,2) y (13,1)

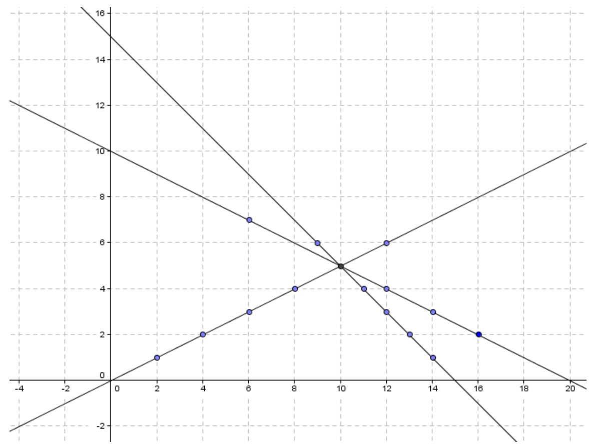
b) Si, a través de la tabla y del gráfico. Por ejemplo tenemos que hay el doble de motos que de cuatriciclos, entonces, tenemos 1 cuatriciclo y dos motos, 2 cuatri y 4 motos, y 4 cuatri y 8 motos. Todos los pares de soluciones están incluidos en la recta.

Cuatriciclos	Motos
1	2
2	4
3	6
4	8



c) Si, hay diez motos y cinco cuatriciclos, ya que es el punto de intersección donde se cortan las rectas.

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 114-162



d) El 2) es el correcto, ya que son los cálculos que usamos para comprobar que el resultado estaba bien.

Intervenciones docentes:

Seguramente cuando tengan que nombrar todas las posibilidades en el punto a) se van a cansar entonces van a querer buscar otra forma de buscar las soluciones, por eso en el punto b) se los va a guiar a que introduzcan nuevamente el gráfico si es que aún no surgió la idea. Luego en el punto c) ya se complejiza, porque van a tener 3 rectas que se cortan en un único punto, con lo que se trata de que vean que cada ecuación tiene sus soluciones, y luego el conjunto de ecuaciones, en este caso, tiene una única solución. A la hora de comprobar, que la solución hallada en el grafico sirve como solución a cada dato, se quiere llegar a que lleguen a alguna expresión matemática, y luego reemplacen y vean que sucede. Si cuesta mucho la segunda pregunta, podría pasar al punto d) y que ellos miren cuál es la correcta.

Institucionalización:

Una **ecuación** es una igualdad donde hay por lo menos un elemento desconocido al que llamaremos **Incógnita**.

Las incógnitas las expresamos con letras, por ejemplo: x, y, z, a, b, etc. (cualquiera). Los valores numéricos de esas incógnitas para los cuales se verifica la igualdad son la solución de la ecuación.

Ejemplos:

- Ecuación: $3x + 4 = 7$ con x la incógnita, x=1 la solución.
- Ecuación: $x - 4y = 0$ con x, y las incógnitas, conjunto solución= (1, ¼), (2,1/2), (4,1), (8,2), etc. El conjunto solución.

ISBN 978-987-1082-61-2

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de ecuaciones donde x, y, z, etc. son las incógnitas y de las cuales los valores numéricos que verifiquen todas las igualdades de las ecuaciones, serán el conjunto solución del sistema. Ejemplo:

- $\begin{cases} x+1=y \\ 2x=y \end{cases}$,
  Tenemos que (x, y) = (2,3) es solución de la primera ecuación pero no verifica la igualdad en la segunda ecuación, por lo tanto no es solución al sistema de ecuaciones. En cambio (x, y) = (1,2), es solución a la primera ecuación y también a la segunda ecuación, por lo tanto (x, y) = (1,2) es solución al sistema de ecuaciones.

Actividad: Representar cada sistema en un gráfico y hallar si tiene solución.

a) $\begin{cases} 3x+4=y \\ 2y-6x=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-10=2y \\ 5x-5y-25=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+4=y \\ -2x=y-6 \end{cases}$

Método de sustitución

Problema 1:

Ángeles rompió su alcancía y en total tenía 4 billetes iguales, y 12 monedas del mismo valor, con lo que sumaba $26. Pero ella solo quería tener billetes, asique cambió los 4 billetes por 40 monedas del mismo valor de las que tenía. ¿Cuántas monedas van a tener? ¿Cuánto vale cada moneda? ¿Y cada billete?

Resolución esperada:

x=valor de billetes

y=valor de monedas

$4x + 12y = 26$ → cambia los 4 billetes por 40 monedas iguales.

$40y + 12y = 52y$, tiene 52 monedas iguales que valen y.

$40y + 12y = 26$ → $52y = 26$ → $y = 0.5$

Respuesta: las monedas valen 50 centavos, ó $0.5

$4x = 40y$ → $4x = 40 * 0.5$ → $4x = 20$ → $x = 5$ → Cada billete vale $5

Institucionalización de sustitución:

El método de sustitución es un método para resolver un sistema de ecuaciones, en el cual:

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

2. Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una incógnita menos.
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.
5. Los valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplos:

- $\begin{cases} 2x = 2y + 4 \\ 2 * x = y \end{cases}$,
    1. Despejamos x en la primer ecuación → $x = y + 2$
    2. Remplazamos x en la segunda por $y + 2$ → $2 * (y + 2) = y$
    3. $2 * (y + 2) = y$ → $y = -4$
    4. Reemplazamos $y = -4$ en $x = (y) + 2$ → $x = -2$
    5. $(x, y) = (-2, -4)$ es solución al sistema de ecuaciones

Problema 2:

Matías, Pablo y Cesar quieren irse de vacaciones, y entre los tres juntaron $900, pero Matías tiene el doble de plata que Pablo. Y Cesar tiene tres veces el doble de Pablo. ¿Cuánto tiene cada uno?

Respuestas esperadas:

X: pesos de Matías

Y: pesos de Pablo

Z: pesos de Cesar

$\begin{cases} x + y + z = 900 \\ x = 2y \\ z = 3 * 2 * y \end{cases}$ → $(2Y) + y + (6y) = 900$ → $9y = 900$ → $y = 100$

(Sustitución en la primera ecuación)

Luego $x = 2 * 100 = 200$

Luego $z = 6 * 100 = 600$

Problema 3:

María fue al kiosco en donde compró 6 chocolates y 3 alfajores, por lo que tuvo que pagar $21, pero no sabe cuánto vale cada cosa. Su novio Pedro, compró 2 chocolates y 1 alfajores y pagó $6, y tampoco preguntó cuánto valía cada uno.

a) ¿Qué cálculos haría con la compra de María, para saber cuánto vale cada golosina? ¿y para Pedro es el mismo cálculo? ¿y para resolver el problema entero?
b) ¿cuánto vale cada golosina?
c) Grafiquen los cálculos que hicieron en el punto 1) ¿la solución es la misma?

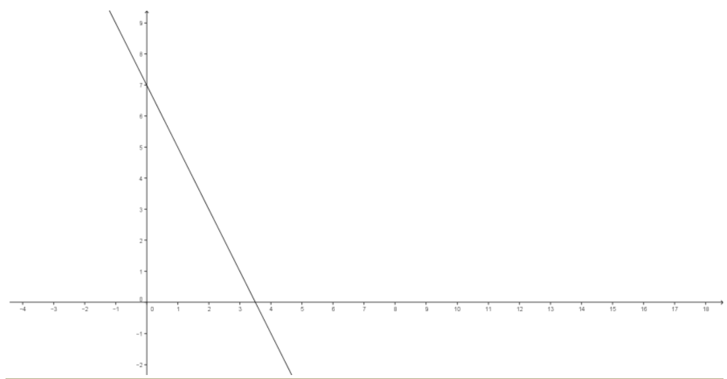
ISBN 978-987-1082-61-2

Respuestas esperadas:

a) Para calcular lo de María haría $6x + 3y = 21$
Para Pedro → $2x + y = 7$
Para resolver el problema entero formaría un sistema de ecuaciones con las ecuaciones de María y de Pedro.

b) $\begin{cases} 6x + 3y = 21 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$
Despejo "X" en la segunda ecuación → $x = 3.5 - 0.5y$
Reemplazo en la primera → $6(3.5 - 0.5y) + 3y = 21$ → $0y = 21 - 21 = 0$
No puedo saber el valor de caga golosina.

c) En el gráfico las dos rectas quedan iguales, existen infinitas soluciones.



Método de igualación:

1) En una balanza de platillos, hay 3 bolsas iguales y una pesa de 3 kilos en un plato, y en el otro plato, hay una bolsa del mismo tamaño que las otras, más una pesa de 4 kilos y otra de 5 kilos. Los platillos quedaron a la misma altura.

a) ¿Cómo podemos expresar lo que pesa cada platillo?
b) Los platillos quedaron a la misma altura, por lo tanto lo hay arriba de los platillo pesan lo mismo, ¿Cómo lo podemos expresar?
c) ¿Cuánto pesa cada bolsa?
d) Sabiendo el peso de la bolsa ¿Cuántos kg había en cada plato?

Respuestas Esperadas:

Plato1=3 bolsas +3 kg
Plato2= bolsa +4+9

a) Como los platillos son iguales nos queda plato1=plato2 por lo tanto lo que tiene cada uno sería igual, es decir, $3 * x + 3 = x + 9$
b) Despejamos la variable x de la igualdad que nos quedó en el punto c) X=3

ISBN 978-987-1082-61-2

c) Reemplazamos el valor de la bolsa en el peso de cada platillo y llegamos a que los dos pesan 12 kg

Institucionalización de Igualación

El método de igualación es un método para resolver un sistema de ecuaciones, en el cual se trata de igualar dos ecuaciones, para eliminar una incógnita, entonces:

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones, con lo que obtenemos una ecuación con una incógnita.
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en alguna de las dos ecuaciones y obtenemos la incógnita despejada.
5. Los valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$ Despejamos "x" en las dos → $$3x = -6 + 4y \qquad x = \frac{-6 + 4y}{3}$$ $$2x = 16 - 4y \qquad x = \frac{16 - 4y}{2}$$

Iguales X=X → $\frac{-6 + 4y}{3} = \frac{16 + 4y}{2}$

Resolvemos y encontramos Y=3

Reemplazamos en la primera $x = \frac{-6 + 4 \cdot 3}{3} = \frac{-6 + 12}{3}$ $\qquad x = 2$

Solución (2,3)

Actividad:

2) Sofía fue a comprar remeras y se compró una que valía $54 y dos de las cuales no sabía el precio, pero sí sabe que gastó lo mismo que Isabel que se compró una de $110 y otra igual a la que Sofía no sabe el precio, ¿Cuánto valdrán esas remeras que Sofía e Isabel no saben el precio? ¿Cuánto gastaron?

Resolución esperada:

$\begin{cases} 54 + 2x = y \\ y = 110 + x \end{cases}$ → $54 + 2x = 110 + x$ → $x = 56$

$y = 110 + 56 \rightarrow y = 166$

Las remeras valen $56 y gastaron $166

ISBN 978-987-1082-61-2

3) Pedro fue al supermercado y pidió gaseosas y le entrego la plata que le había dado su mamá, le dijeron, podes comprar 4 gaseosas y te sobran $5. Al rato volvió con el doble de plata y compró 8 gaseosas y le devolvieron $10. ¿Cuánto vale cada gaseosa y cuánta plata tenia?

4) a) ¿con que método de los que hemos visto (igualación, sustitución y Gráfico) creen que es más fácil resolver cada uno de estos sistemas? ¿Por qué? ¿Se pueden resolver por los otros dos métodos también?

a) $\begin{cases} x = 3y + 2 \\ x = 32 * y \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3 = 3y + 2 \\ 23 + x = y \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = \frac{2}{3}x + 4 \end{cases}$

Respuestas esperadas:

El a) sería más fácil con el de igualación, porque en las dos está despejada la misma variable, solo las igualamos y obtenemos el valor de y.

El sistema b) se puede resolver con el de sustitución, ya que esta la y despejada en la segunda ecuación entonces podríamos reemplazarla en la primera.

Y el c) se podría hacer por el de igualación y también por el grafico, ya que es la ecuación de la recta que sabemos graficar, con pendiente y ordenada.

Si se podrían resolver por cualquier método, solo las tendríamos que acomodar de maneras diferentes.

Intervenciones docentes:

¿Qué hacíamos en el método de sustitución para que nos quede una sola variable?

Miremos que forma tienen las ecuaciones del sistema.

¿Esta ecuación la podemos graficar?

b) Resuelvan los sistemas del apartado 3 con el método que hayan elegido en cada uno. Luego comprueben con otro método si la solución es la misma.

Objetivo del apartado 3:

- empiecen a aplicar los tres métodos estudiados hasta ahora.
- puedan elegir con algún criterio el método que crean conveniente.
- Comprobar que sea cual sea el método la solución al sistema es la misma es la misma.

Método de Reducción (sumas y restas)

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

1. **Problema de Paenza:**

   Le propongo un problema para que pensemos, pero olvidándonos de todo lo que estudiamos en el colegio. Tratemos de deducir la solución usando sólo el sentido común, sin necesidad de recurrir a ninguna fórmula ni ecuación.

   Supongamos que estoy en un hotel sólo por dos días. Los dos días tomo allí mi desayuno.

   .El primer día consumo dos medialunas y un sándwich. Al salir, pagó 4 pesos.

   . Al día siguiente consumo tres medialunas y dos sándwiches (iguales a los del primer día). Al salir, pago 7 pesos.

   a) ¿Cuánto vale cada medialuna?

   b) ¿Cuánto vale cada sándwich?

   Respuestas esperadas e Intervenciones docentes:

   La idea es que los resolvamos en el pizarrón, mientras yo los guio a la solución del problema. Sería una forma de introducir el concepto de reducción o suma y restas en sistema de ecuaciones. Esta sería la comunicación esperada dentro del aula.

   Yo: ¿Cuánto más comió el segundo día que el primero?

   Alumnos: una media luna y un sándwich

   Yo: ¿Cuánto más pago el segundo día que el primer día?

   Alumnos: $3

   Yo: o sea que por una media luna y un sándwich pago $3 ¿o no?

   Alumnos: si (ó) ¿Por qué?

   Yo: Porque la diferencia es que comió una media luna y un sándwich de más, por lo que tuvo que pagar $3 más ¿esta?

   Alumnos: si

   Yo: Y el primer día cuánto gastó por dos media lunas y un sándwich?

   Alumnos: $4

   Yo: y si el pago $3 por una media luna y un sándwich, ¿Cuánto vale cada media luna?

   Alumnos: $1

   Yo: ¿y el sándwich?

   Alumnos: $2

   Ahora pasemos esto que pensamos a una ecuación, ¿Cómo formamos las ecuaciones?

   1ª ecuación: $2M + S = 4$

   2ª ecuación: $3M + 2S = 7$

   ¿Después qué hicimos?, sacamos cuanto más había comido y gastado el segundo día. ¿Y qué hicimos para saber cuánto más?

   Alumnos: restamos las medialunas y la plata

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

Yo: Asique sería algo así: $3\,M + 2\,S = 7$ menos $2\,M + 1\,S = 4$. ¿Cuánto nos da?
Alumnos: $1\,M + 1\,S = 3$
Yo: ¿y después como lo resolvimos?
Alumnos: sacamos la diferencia entre el primer día y lo que pago de mas
Yo: ¿cómo quedaría?
Yo/Alumnos: $2\,M + 1\,S = 4$ menos $M + S = 3$ igual a $M = 1$
Yo: y ahora teniendo cuando vale cada media luna ¿Cuánto vale el sándwich?
Alumnos: vale $2

Institucionalización de Reducción

1. Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por los números que convenga.
2. La restamos, y desaparece una de las incógnitas.
3. Se resuelve la ecuación resultante.
4. El valor obtenido se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.
5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo: $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$

Lo más fácil es suprimir la y, de este modo no tendríamos que preparar las ecuaciones; al sumar las dos ecuaciones nos quedaría: $5\,X + 0\,y = 10 \rightarrow X = 2$.

Pero resolvámoslo suprimiendo la x, para que veamos mejor el proceso. En la primera ecuación multiplicamos por 2 y en la segunda por (-3):

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 8y = -12 \\ -6x - 12y = -48 \end{cases}$$

Sumamos ambas ecuaciones y luego resolvemos:

$$0x - 20y = -60 \ \rightarrow y = 3$$

Sustituimos el valor de y en la segunda ecuación inicial.

$$2x + 4 * 3 = 16 \rightarrow 2x + 12 = 16 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$$

Clasificación de Sistemas de Ecuaciones

Actividad: graficar los siguientes sistemas de ecuaciones, y responder cuál es su solución:

a) $\begin{cases} y + x = 3 \\ y - 2x = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y - 4 = \frac{2}{3}x \\ 2y - 8 = \frac{4}{3}x \end{cases}$

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 114-162

c) $\begin{cases} y = -\frac{5}{2}x - 2 \\ -4 = -\frac{5}{2}x - y \end{cases}$

Clasificación

1) **Sistema *compatible*:** es el que tiene solución. Dependiendo del número de soluciones puede ser:
   i. **Sistema *compatible determinado:*** si tiene una única solución.
   ii. **Sistema *compatible indeterminado:*** si tiene múltiples soluciones.
2) **Sistema *incompatible***: es el que no tiene solución.

Actividad 2: ahora clasifique los tres sistemas anteriores.

Tiempo estimado:

Clase Fecha	1 4 junio	2 5 junio	3 11 junio	4 12 junio	5 18 junio	6 19 junio	7 25 junio	8 26 junio	9 2 julio	10 3 julio
Concepto	Ecuación y su conjunto solución	Sistema de ecuaciones	Sistema de ecuaciones y Grafico	Método de sustitución	Método sustitución e igualación	Método de Igualación	Método Reducción	Clasificación de sistemas	Repaso	Evaluación

Tiempo Real:

Clase Fecha	1 4 junio	2 5 junio	3 11 junio	4 12 junio	5 18 junio	6 19 junio	7 25 junio	8 26 junio	9 2 julio	10 3 julio
Concepto	Ecuación y su conjunto solución	NO hubo clases	Ecuación y sistema de ecuaciones	Método Grafico	Método Sustitución y Grafico	Sustitución y Grafico	Ausencia Profesor	Jornadas Institucional	Repaso Y clasificación	Evaluación

Modificaciones en la planificación:

Todo lo expuesto anteriormente era lo previsto a dar, pero cuando transcurrió la primera clase con el primer problema de las motos y los cuatriciclos, que me llevó toda la hora, me di cuenta que iba a tener que reducir los contenidos y sacar algunos ejercicios porque no iba a llegar a evaluar antes del fin de cuatrimestre. Lo que tenía pensado dar en un módulo me llevó tres, de todas maneras parecía que los alumnos estaban bastante familiarizados con el gráfico de ecuaciones. En la tercera clase, cuando ya habían terminado con los problemas de cuatriciclos y

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

motos, se dieron las definiciones, de ecuación, variables e incógnitas, sistemas de ecuaciones y conjunto solución. Una observación con un alumno proveniente de otro colegio, es que prestaba atención, podía resolver algunos de los problemas pero no copiaba ni escribía, ni siquiera habría la carpeta.

Al comenzar la cuarta clase y querer introducir el método de sustitución, se dio el problema de monedas y billetes, el cual lo supieron resolver ya que es muy familiar porque es algo que usan a diario, pero el método de resolución no sale del tanteo. Al querer pasar su método al lenguaje simbólico, empezaron los problemas. Nos dimos cuenta de que no conocían realmente lo que era una ecuación, y que no sabían trabajar con ellas, de manera que querer trabajar con sistemas de ecuaciones era casi imposible. Tampoco podían pasar de un dato a una ecuación para resolver el problema, es decir, no podían pasar del lenguaje coloquial al simbólico.

Para seguir se decidió sacar los demás métodos e intentar por unas clases más con el método de sustitución pero no tuvo éxito, no sólo porque no supieran sistemas de ecuaciones, si no que peor, no sabían trabajar con ecuaciones, sus soluciones y resoluciones. Lo que muestra que falta mucha base, y que en años anteriores no se trabajó como correspondía.

Al final seguimos trabajando con algunos problemas que aportaban diferentes restricciones y haciendo que los alumnos encontraran soluciones a cada restricción por el método gráfico -como se hizo con el problema de los cuatriciclos- para que al final encontraran la solución al problema en las intersecciones de las rectas. También se dieron algunos sistemas para que se graficaran para encontrar la solución.

Este es otro problema que se dio para que pudieran relacionar el problema con un sistema, ya que no podían pasar de un lenguaje a otro, trajo algunas complicaciones ya que como en los tres sistemas aparecen los mismos precios (22 y 15.5), ellos contestaban que eran los tres sistemas iguales, también ocurrió que algunos se vieron totalmente bloqueados y no podían resolverlos solos.

1. Dado el problema, María fue al kiosco en donde compro 5 chocolates y 3 alfajores, por lo que tuvo que pagar $22, pero no sabe cuánto vale cada cosa. Su novio Pedro, compro 1 chocolate y 8 alfajores y pagó $15,50, y tampoco pregunto cuándo valía cada uno.

   ¿Cuál de los siguientes sistemas representa la situación?

   I. $\begin{cases} 5x + 3y = 22 \\ x + 8y = 15.5 \end{cases}$

   II. $\begin{cases} 5x + 5y = 22 \\ x + y = 15.5 \end{cases}$

   III. $\begin{cases} 3x + 5y = 22 \\ 8y + 1x = 15.5 \end{cases}$

   Correcta/s:………………………………..

Por último, tomando como un repaso de lo visto anteriormente, se dieron tres sistema de ecuaciones para que grafiquen y luego digan cual es la solución. En el cual uno era Incompatible,

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

otro determinado y otro indeterminado. Para graficar las ecuaciones tenían problemas cuando no aparecía la "y" despejada, porque confundían pendiente y ordenada, ya que ninguno de los alumnos trabaja con tablas o par de puntos para graficar. A la hora de decir las soluciones, decían que cuando las rectas son coincidentes no tiene solución el sistema, lo cual se revirtió con varios pares de puntos que cumplían con ambos sistemas. Luego se les dio la clasificación de cada tipo de sistemas.

Evaluación: Sistema de Ecuaciones

Fecha: 03/07/2013

Nombre Alumno:………………………………………………………………………………………

1. María fue a la verdulería a comprar 3 kg de papas y 2 kg de manzana, en lo que gasto \$30. Luego Juana compro 2 kg de papa y 1 kg de manzana por lo que pago \$17. ¿Cuánto vale el kilo de papas y cuánto el de manzana?
   Respuesta:……………………………………………………..

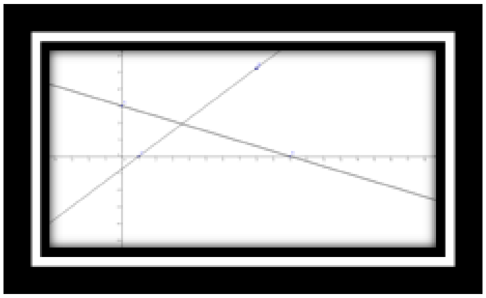
2. Dados los siguientes sistemas, ¿Cuál representa al problema 1?
   - **a)** $\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ x - y = 17 \end{cases}$
   - **b)** $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 2x + y = 30 \end{cases}$
   - **c)** $\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$

   Respuesta:…………………………………………………………

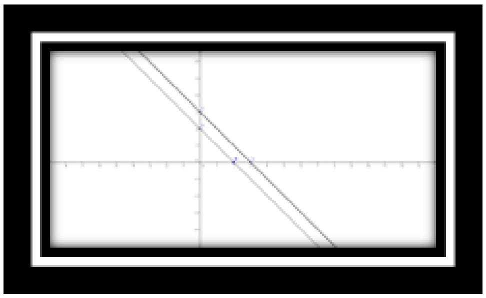
3. Haz el gráfico del problema de las frutas y comprueba que la solución es la misma a la encontrada en el punto 1.

4. **Unir con flechas como corresponda:**

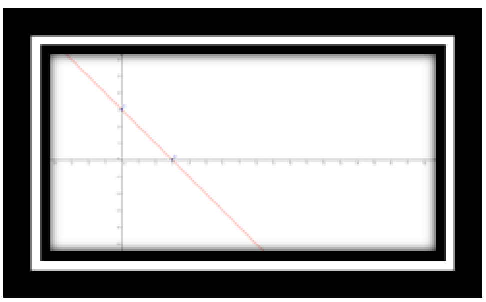
ISBN 978-987-1082-61-2



- Incompatible:



- Compatible indeterminado



- Compatible Determinado

Criterios de corrección:

1) Resolución del problema;
2) identificación de la relación entre el lenguaje coloquial y simbólico;
3) Resolución del problema por el método gráfico;
4) Clasificación de sistemas;

Puntuación:

1) 3 puntos;
2) 3 puntos;
3) 2 puntos;
4) 2 puntos (3 bien), 1 punto (1 bien), 0 punto (ninguno bien)

Notas Obtenidas:

Alumno	Nota		Alumno	Nota
A	8		L	8
B	9		M	9
C	8		N	--

APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRÁCTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

D	---		O	9
E	9		P	--
F	7		Q	9
G	9		R	--
H	9		S	1
I	7			--
J	--			
K	9			

Comentarios sobre la evaluación y la residencia

La evaluación se tomó en base a lo que se pudo trabajar en el aula, la resolución de un problema que todos hicieron por el método de tanteo, porque si bien se trabajó mucho con el gráfico en las clases anteriores, no salía de ellos hacerlo para encontrar la solución, si no que empezaban a probar valores hasta que llegaban a un par que satisfacían las restricciones del problema. En el punto 2 la mayoría eligió bien el sistema que representaba al problema, hay que tener en cuenta que muchos se copiaron ya que al tener que elegir es fácil para copiarse del compañero.

En el punto 3, el de graficar y comprobar la solución, algunos se confundían por errores de medición y por gráficos inexactos, de todas maneras pudieron hacerlo.

Si se mira la tabla de notas y no se lee lo que pasó en el aula, parecerá que todo fue un éxito, ya que se obtuvieron buenas notas, salvo un alumno que no quiso hacer la evaluación. Pero en realidad, fue bastante triste ver que no se pudo dar casi nada de lo que había en la planificación, puede ser por inexperiencia o por la situación de los alumnos, pero en general creo que no tienen una buena base formada en matemática. El año pasado estuve con algunos de estos alumnos en el aula, y se veía claramente como no trabajaban en el aula, ni hacían las evaluaciones y sin embargo a la hora de entregar la nota aparecía mágicamente el "7". Es claro que con esto el perjudicado es el alumno, se lo deja pasar de año, sin haber aprendido, sin haber hecho un mínimo esfuerzo por enseñar y por aprender, se le quita la posibilidad de aprender.

En cuanto a la residencia, me sirvió para darme cuenta de que los tiempos de resolución que yo necesito y los de los alumnos son realmente diferentes, y que difieren según el alumno. También observé que difiere mucho, en este caso fue casi todo, lo que se planea dar y lo que realmente se da, y que siempre hay que tener algo armado como un plan "B", porque es difícil anticipar lo que ocurrirá dentro del aula. De todas maneras lo que yo pensaba con los chicos el año pasado se vio claramente, se los deja pasar sin ningún contenido, y después se ven los resultados.

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

Post evaluación:

Luego de la evaluación había planeado formar un debate y corregir la evaluación en el pizarrón, tratando de cada uno me diga que había hecho y porqué, para tratar de remediar los errores que tuvieron. Pero como el día de entregar la evaluación era el último día de clases antes de las vacaciones de julio, no fue casi nadie a clases, así que se les entregaron las evaluaciones y miramos esos errores particulares que tuvieron.

Otra actividad que se había pensado era la de introducir las notebooks al aula para trabajar con el geogebra, pero por falta de tiempo no se pudo llevar a cabo.

ISBN 978-987-1082-61-2

PLANIFICACIÓN DEL SEGUNDO CUATRIMESTRE:

THALES Y LAS PIRÁMIDES DE EGIPTO

ISBN 978-987-1082-61-2

Segunda propuesta: Thales y las Pirámides de Egipto

Fundamentación

La semejanza de figuras es un tema con una amplia y diversa gama de contextualizaciones, tanto en la matemática como en otras ramas de la ciencia. En los textos escolares y en el currículum de secundaria la razón en semejanza aparece pronto al estudiar las figuras semejantes, principalmente los triángulos, y se espera que los estudiantes aprendan qué es la semejanza, reconozcan cuando dos figuras son semejantes, conozcan sus propiedades y sepan usarlas en algunas de sus aplicaciones más comunes, como por ejemplo en la determinación de distancias inaccesibles. En esta oportunidad se va a trabajar en un 4º año del nuevo secundario, pero al recurrir a los NAP (Núcleos de Aprendizaje Prioritarios), aparecen en 3º año del nuevo secundario, o 9º año del viejo secundario en el eje: “En Relación Con La Geometría Y La Medida”, en el cual se enuncia:

- El análisis y construcción de figuras, argumentando en base a propiedades, en situaciones problemáticas que requieran:
  - ✓ usar la noción de lugar geométrico para justificar construcciones (rectas paralelas y perpendiculares con regla y compás, circunferencia que pasa por tres puntos, entre otras)
  - ✓ “construir figuras semejantes a partir de diferentes informaciones e identificar las condiciones necesarias y suficientes de semejanza entre triángulos”;
  - ✓ interpretar las condiciones de aplicación del teorema de Thales e indagar y validar propiedades asociadas
  - ✓ usar la proporcionalidad entre segmentos que son lados en triángulos rectángulos, caracterizando las relaciones trigonométricas seno, coseno y tangente
  - ✓ formular conjeturas sobre propiedades de las figuras (en relación con ángulos interiores, bisectrices, diagonales, entre otras) y producir argumentos que permitan validarlas
  - ✓ extender el uso de la relación pitagórica para cualquier triángulo rectángulo.

De acuerdo con Hart, Brown y Küchmann (1981, p. 98 y 99, en su estudio CSMS con estudiantes de secundaria), en realidad la palabra “semejante” es una noción difícil, dado que para muchos estudiantes significa vagamente la misma forma. La “misma forma” es también una noción difícil cuando se trata de figuras rectilíneas, ya que todos los triángulos tienen la “misma forma” en el sentido de que son todos triángulos. La metodología para tratar de simplificar este concepto, es el de darles varias parejas de figuras e indicarles si son o no semejantes, y luego de examinar todas los pares de figuras y su clasificación, tratar de que ellos den su definición de “figuras semejantes”. Siguiendo también la idea de que las figuras semejantes presentan un nivel de evidencia a simple vista; la dificultad reside en el análisis de las condiciones que genera

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 114-162

aquello que es visible y tangible; es el salto cualitativo que va desde la superposición de dos triángulos semejantes, constatando la igualdad de los ángulos, a los teoremas de semejanza; es el análisis que permite concluir que todos los polígonos regulares son semejantes entre sí. Es el paso de los ejemplos a la generalización, lo que no es un tema menor para el aprendizaje, y a su vez es uno de los importantes aportes que derivan de un aprendizaje de calidad en matemática.
En esta unidad de trabajo se tratará que los alumnos construyan el concepto de semejanza en toda su magnitud. Se centrará en el documento de la Universidad de Granada, "Figuras Semejantes Y Aplicaciones De La Semejanza. Propuesta De Unidad Didáctica" de Raquel García Blanco (2010).En él se menciona una lista de los posibles errores que suelen aparecer en el proceso de aprendizaje, por lo cual trataremos de crear situaciones en las que se puedan prevenir o remediar de forma inmediata.
Algunos de ellos son:

- ✓ No verificar la solución apoyándose en la razón de semejanza
- ✓ Utilizar un procedimiento aditivo para hallar segmentos proporcionales
- ✓ Interpretar la razón como parte de la unidad u operador fraccionario
- ✓ Dificultades propias del lenguaje (doble, mitad,…)
- ✓ Confundir figuras parecidas con semejantes
- ✓ Mezclar los criterios de semejanza
- ✓ Dificultad con la notación de escala
- ✓ Vincular la escala a una única unidad de medida
- ✓ Generalizar la razón de semejanza en superficies y volúmenes
- ✓ Identificar erróneamente polígonos semejantes (comprobando sólo algunos lados)
- ✓ Establecer de manera errónea la proporción que determina el teorema de Thales o la semejanza de figuras
- ✓ No seleccionar correctamente los datos para resolver un problema o utilizar datos innecesarios
- ✓ Aplicar el teorema de Thales cuando no se cumplen las hipótesis (por ejemplo, paralelismo)
- ✓ Dificultad para representar una situación gráficamente para resolverla mediante semejanza

A lo largo de esta planificación, también se han tenido en cuenta algunas sugerencias de otras investigaciones para hacer frente a los errores más comunes en el tema de semejanza. Por ejemplo para empezar el tema es conveniente que los alumnos y alumnas se acostumbren a seguir el orden de los vértices Homólogos, para anotar los nombres de dos figuras semejantes; es una estrategia que facilita la expresión de la proporcionalidad entre los lados (Matemática-Programa de Estudio, Segundo Año Medio, Formación General Educación Media, Unidad de Curriculum y Evaluación. Chile). Otra recomendación que tienen la misma idea y son similares en algunos aspectos es que se trabaje en el eje cartesiano, y/o con hojas cuadriculadas, esto se

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

ve claramente en el conocido artículo “dibujo del perrito”, que enmarca los estudios realizados por el grupo de investigación en Pensamiento Numérico y Algebraico, en el marco del convenio entre el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valencia y el Programa Nacional de Formación y Actualización del Profesorado y el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional de México. Dicha actividad se presentó tanto en primaria, como en universidades, con el objetivo de estudiar dónde está la principal complicación del tema “semejanza de figuras”, esta tarea sólo muestra un perrito en una hoja cuadriculada y se pide que se agrande al doble, desde ya las resoluciones fueron tan diversas como se pueda imaginar, desde sumar uno a todo, o sumar dos cuadraditos a cada parte porque pedía el doble, y lo relacionaran con el dos, hacerlo más “gordito” o simplemente girarlo, obviamente no todas fueron erróneas aunque la mayoría aumentaba las longitudes por dos, lo cual hacia al perro 4 veces más grande. Si bien vamos a salir de la figura del perro, se trabajará con la misma idea cambiando de dibujo, en este caso un “barquito”, y lo haremos con hojas cuadriculadas en el eje cartesiano, primero para que puedan ver qué relación hay entre los segmentos y sus medidas, y puedan identificar cuáles se modificaron y cuáles no. Segundo también está muy buena la idea de hoja cuadriculada para que puedan encontrar las áreas de las figuras, aquí puede que usen fórmulas, o puede que simplemente cuenten cuadraditos. Gualdrón (2006), en su investigación: “Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza”, encuentra en los estudiantes algunas dificultades como el reconocimiento de la semejanza cuando el valor de los lados de una figura no son medidas enteras. También señala el uso de una estrategia aditiva errónea y la falta de relación entre los lados en el caso de que a un lado le corresponda un valor fraccionario. Por eso en la actividad recién mencionada del barquito, se trabajara con valores enteros para que puedan hallar la razón de semejanza y luego extenderla a los demás valores.

Otro de los aspectos que remarcan este documento con respecto a las dificultades a la hora de agrandar una figura es que “la tradición, o la costumbre consolidada durante años, ubicó la enseñanza de la razón y proporción en el marco de las magnitudes proporcionales y, en particular, en los problemas de regla de tres, bajo un enfoque que enfatiza más lo reglado (procedimientos en los que la justificación de sus pasos queda oculta) que lo conceptual. Como consecuencia muchos estudiantes aprendían o memorizaban las reglas que prescriben como manipular los símbolos numéricos en estas formas particulares de problemas, sin crear significados apropiados para las nociones de razón y proporción” (Gualdrón, 2006, pág. 186). Por eso apoyándonos en esta idea, trataremos de evitar que sólo se caiga en la idea de la regla de tres simple para calcular longitudes después de la transformación. Con esto no quiero decir que vamos a prohibir su uso, sino que queremos que se entienda porqué se puede usar dicha regla, es decir, darles los fundamentes para que entiendan que proporcionalidad y semejanza van de la mano. Siguiendo este hilo, tenemos que saber que la proporcionalidad es un tema que es motivo de estudio desde la Educación Básica y continúa durante la Educación

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

Media. En su estudio asociado al tema de semejanza es importante que los alumnos y alumnas diferencien las relaciones de proporcionalidad entre longitudes, áreas y volúmenes entre figuras semejantes y puedan establecer una a partir de la otra.

Luego de que ya estén un poco más claros los conceptos de semejanza de figuras y proporcionalidad de segmentos en primer lugar, se hará una introducción a los criterios de semejanza de triángulos, para eso se trabajará con una actividad citada en el libro Matemática Didáctica, de Annie Berté (1999). En esta actividad sólo trabajaremos con triángulos rectángulos, y con el hecho de observar la semejanza, sin usar instrumentos para la medición, sino que primero trataremos de que se entiendan qué significa tener la misma forma pero diferente tamaño, volviendo a utilizar esa primera definición que se pretendía en la actividad 1. Para esto usaremos superposición de figuras y comparaciones de ángulos y medidas. Con esto pretendemos intentar otra alternativa de abordaje a la importancia y el rol que juegan los ángulos en las figuras semejantes, si es que todavía no salió a luz con la actividad del barco. Aquí es donde terminaría nuestra primera parte, por lo tanto proponemos una nueva consigna en donde los alumnos tendrán que apropiarse de una nueva definición de semejanza.

Más adelante se trabajará con los criterios de semejanza de triángulos. Para abordar esta temática empezaremos dándoles varios criterios, donde algunos nos lleven a figuras semejantes y otros no.

El principal objetivo aquí es que los estudiantes puedan razonar que los criterios no son muchos, ni son elegidos al azar. Con esto quiero decir que entiendan que no cualquier regla, lleva a construir triángulos semejantes, es por eso que no se dan los criterios como regla nemotécnicas.

Luego de algunos de ejercicios de la aplicación de dichos criterios, tomaremos el relato de la leyenda de Thales de Mileto y la pirámide egipcia “Keops”. Aquí aplicarán tanto alguno de los criterios como el análisis de la proporcionalidad entre segmentos, y además nos dará el pie de iniciar con el teorema que lleva su nombre.

ISBN 978-987-1082-61-2

Tema

- Semejanza de figuras planas;
- Criterios de semejanza para triángulos;
- Teorema de Thales;

Objetivos Principales

- Reconocer y dibujar figuras semejantes.
- Aplicar los criterios de semejanza de triángulos.
- Aplicar el teorema de Thales en situaciones de la vida cotidiana.

Objetivos secundarios

- ❖ **Semejanza de figuras**
  - ✓ Identificar y describir invariantes entre dos figuras semejantes
  - ✓ Identificar figuras o polígonos semejantes y deducir su razón de semejanza
  - ✓ Construir un polígono (o figura) semejante a otro, dada la razón
  - ✓ Reconocer triángulos semejantes utilizando los criterios de semejanza.
  - ✓ Cálculo de distancias inaccesibles
  - ✓ Establecer la relación entre las razones de perímetro, superficie y volumen de figuras semejantes
  - ✓ Calcular distancias, áreas y volúmenes en mapas, planos y maquetas interpretando la escala
- ❖ **Teorema de Thales**
  - ✓ Identificar y construir triángulos semejantes utilizando el teorema de Thales
  - ✓ Dividir un segmento en partes iguales y/o proporcionales
  - ✓ Calcular distancias inaccesibles en situaciones reales

Particularidad de mi propuesta

En esta propuesta, como se explicó anteriormente, se tratará de que los alumnos construyan sus propias definiciones. Con esto nos referimos a que puedan ser capaces de utilizar su propio lenguaje para definir conceptos matemáticos y luego poder aplicarlos, una vez que se han interiorizado.

En mi época de estudiante escolar, se nos daba la definición del conocimiento y luego tenía que aplicarla en ejercicios que resultaban ser muy tediosos. Pero esto nos llevaba a que una vez que terminemos el tema y empecemos con uno nuevo, olvidáramos todo lo que habíamos "aprendido". Por eso aquí se proponen actividades, que permitan que los alumnos lleguen a la definición. Seguramente las definiciones puedan variar en algún aspecto en cada estudiante, aunque todas quieran decir lo mismo. Lo mismo ocurre en los libros de texto, empiezan con la definición clásica y luego ejercicios que salen de aplicar esa definición. Pero en ningún momento se le pide al estudiante que reflexione qué significa esa definición, o dónde la puede utilizar en

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 114-162

la vida cotidiana. Creemos que si los alumnos trabajan en la obtención de la noción a trabajar, realmente van a aprender que significa este concepto fuera del ámbito de la matemática. Por eso proponemos problemas surgidos de nuestra relación con el mundo, por ejemplo, mapas, fotos, planos, sombras o medidas de distancias.

Otro aspecto que me parece importante de este trabajo es que, al ver que los alumnos se cansan de sacar cuentas y actividades repetitivas, trataremos de que ellos sean partícipes de la elaboración. Por eso trabajaremos la obtención de conceptos o con construcciones de figuras semejantes en cartulina. Además creo que al construir ese tipo de conceptos, pueden ver que realmente se cumplen las reglas matemáticas. Porque si no muchos de estos conocimientos quedan en la cabeza del alumno como casos particulares que nos da el profesor para que entendamos.

Criterios de Buenas Prácticas

Uno de los criterios que nombra Nuria Planas (2011) es el de reflexividad, al que más se aproxima a mi propuesta. Esto se debe, a que cada una de las actividades planeadas, llaman constantemente a una comunicación entre el alumno y el profesor, para tratar de llegar juntos al conocimiento. Esto tiene como objetivo generar una forma de debate, en donde cada estudiante pueda contar al grupo su imagen del problema, su fundamentación de respuestas y nuevas formas de resolución. Además esto hace que los alumnos participen en la creación de sus conocimientos y los ayude a involucrarse mucho más a la clase.

Otro aspecto importante en mi propuesta aunque la autora no lo define como criterio, pero menciona que ayuda a las buenas prácticas, es el tema de los casos reales. Es decir, aplicar la matemática en la vida cotidiana. Creo que esto ayuda a la motivación de los alumnos e intenta cambiar la cara a esa idea de “matemática sin sentido”, o “para que veo esto si no lo voy a usar nunca”, que es lo que piensa mucha gente.

También cabe aclarar que está totalmente ausente en mi propuesta, lo que Nuria Planas llama criterio de interdisciplinaridad. Tal vez se deba a que no hay relación entre las distintas disciplinas y menos entre los profesores de cada una de ellas. Creo que dentro del tema de “los casos reales” habría que asignar, no solo problemas reales matemáticos puros, si no ver en donde aplicamos la matemática en otras áreas como biología, química u otras. Está claro que armar propuestas de este estilo llevaría a un trabajo conjunto de profesores, ya que a un matemático le sería difícil explicar lo que sucede por ejemplo con la reproducción de las células o temas que no pertenecen a nuestra área.

Algunas hipótesis provisionales con respecto a la Propuesta

- Con esta propuesta los alumnos participarán mucho más activamente en el desarrollo de las clases;
- Los alumnos que quedan siempre excluidos de las actividades, se sumarán a algún grupo y empezarán a trabajar a la par de sus compañeros;

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

- Mayor interiorización y comprensión de las ideas al trabajar para llegar a la idea del conocimiento;
- Los alumnos lograrán una mayor relación entre distintos conceptos;
- Los estudiantes conservarán las definiciones con el trascurso de las clases;

Saberes previos

- Números racionales y operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división);
- Figuras planas;
- Propiedades de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, etc.;
- Teorema de Pitágoras;
- Proporcionalidad de segmentos;
- Sistemas de ecuaciones lineales;

Descripción del curso

Antes de ingresar la docente me había dicho que era un curso complicado, y la primera impresión que me llevé fue la misma, pero con el transcurso de la clase cambie de opinión. En el curso hay 18 alumnos y alumnas, y por lo que pude observar 15 de ellos/as tienen las notebook y los tres restantes son alumnos que recién se suman al curso, dos provenientes de la EPET y otro de General Acha, por los cuales se está gestionando la llegada de las mismas. Es un curso bastante tranquilo, en el cual todos copian cuando tienen que copiar, y trabajan cuando tiene que trabajar. A diferencia de otros cursos en los que me ha tocado estar, en este no se usan las notebook de forma incorrecta, ya que mientras la profesora da la clase, todos los estudiantes, o la mayoría, la tienen apagada. Lo mismo ocurre con el tema de los celulares, con un mínimo reto del docente se terminó el problema, además ayuda mucho al buen comportamiento el hecho de que la directora del colegio pase todos los días por el aula.

En cuanto a saberes, parece que están bastante bien, sin embargo hay varios desaprobados en el primer trimestre, no sé a qué se debe esto ya que él o la docente que estaba antes ya no está en el curso. Y en cuanto al segundo trimestre los desaprobados son porque en la última evaluación la docente implemento una nueva modalidad de evaluación, que recurría a hacer una parte de la misma como tarea. Esto me pareció muy interesante como para obligarlos a hacer algo en la casa, pero no tuvo buenos resultados, solo una alumna la resolvió, y de forma incorrecta, por eso se ven casi todos desaprobados. Aquí las notas del primer trimestre (1º t), y las orientadoras del segundo (N.O. 2ºt):

Alumnos	**Nota 1º t**	**N.O. 2º t**		**Alumnos**	**Nota 1º t**	**N.O. 2ºt**
A	4	4		J	9	5

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

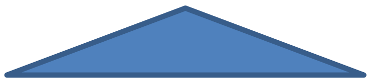
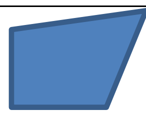
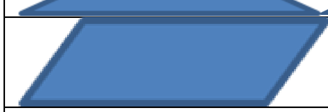
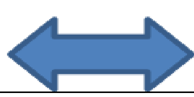
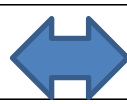
B	6	4		K	3	4
C		4		L	3	4
D	10	4		M	8	7
E	4	4		N	9	4
F	4	4		Ñ	7	4
G	6	4		O	7	4
H	4	4		P	3	4
I	4	5				

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

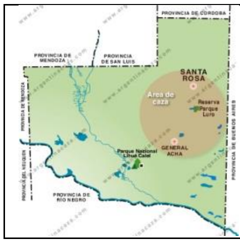
Propuesta de la secuencia:

Semejanza - Teorema de Thales

Actividad 1: Mirando la tabla de figuras y su clasificación, explica que significa para vos que dos figuras sean semejantes:

 	**Son semejantes**
 	**No son semejantes**
 	**No son semejantes**
 	**Son semejantes**
 	**No son semejantes**
 	**No son semejantes**
 	**Son semejantes**
 	**Son semejantes**
 	**No son semejantes**
	**Son semejantes**

ISBN 978-987-1082-61-2

<u>Completar la siguiente frase:</u>
"Dos figuras son............................ cuando tienen la..................... y distinto........................
Objetivos:

- Llegar a una primera idea de semejanza de figuras, es decir, se espera que puedan entender que dos figuras son semejantes si tienen la misma forma pero cambian de tamaño.
- visualizar qué variables se modifican y cuáles quedan fijas en dos figuras semejantes;
- ver la aplicación de la semejanza y proporcionalidad a la hora de trabajar con fotografías y mapas;

Intervenciones docentes:
Teniendo en cuenta que el concepto de semejanza no es un concepto tan fácil de tratar, ya que no podemos caer en el hecho de decir “son semejantes cuando tienen la misma forma”, porque esto confundiría a un más a los estudiantes, ya que si consideramos por ejemplo el segundo par de figuras, que están clasificadas como “no semejantes” sin embargo siguen teniendo las dos forma de triángulos. Por eso es necesario crear un espacio para fomentar el debate y discutir lo que ha pensado cada uno**,** y llegar a una definición que se aproxime lo más posible a la de semejanza. Para esto van a ser necesarias preguntas con el objetivo claro de hacer reflexionar al alumno en cuestiones como, ¿por qué crees que estas fotos de Messi son semejantes y no la del cuadro de la Gioconda?, ¿Qué diferencia hay entre los triángulos semejantes y los que no son semejantes? Con estos interrogantes planteados al aula en general se espera que los estudiantes sean capaces de entender que dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y cambian de tamaño pero conserven o preservan la amplitud de los ángulos y las distancias se modifican de acuerdo a una razón. En este caso un buen método para entender cuáles son semejantes es el que nos aporta la cartografía, por ejemplo pedir que calculen la distancia de Santa Rosa a la ciudad Buenos Aires en dos mapas semejantes y uno que se ha agrandado pero no tiene razón de semejanza:

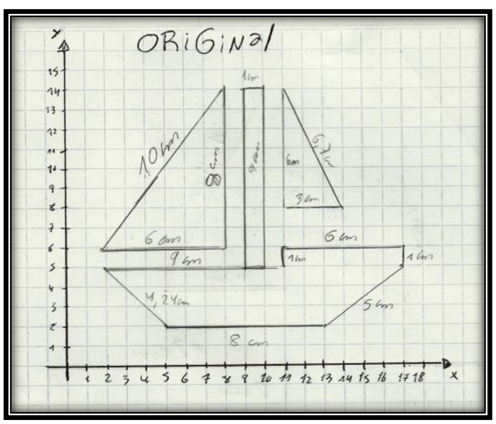
ISBN 978-987-1082-61-2



En la primer y segunda imagen van a sacar que la distancia es aproximadamente de 600 km, pero en la tercer imagen la distancia es muchísimo mayor, y eso es imposible, porque la distancia entre Santa Rosa y Bs as debería ser la misma. Otro recurso que se puede usar es que lo vean en sus notebook, darles el ejemplo del mapa o de alguna fotografía y que ellos la agranden en el "Paint", desde la esquina de la imagen donde verán que se agrandan ambas medidas (largo y ancho) o desde alguno de los laterales, donde podrán observar que sólo modifican una de las dos, y la imagen se va a ir deformando.

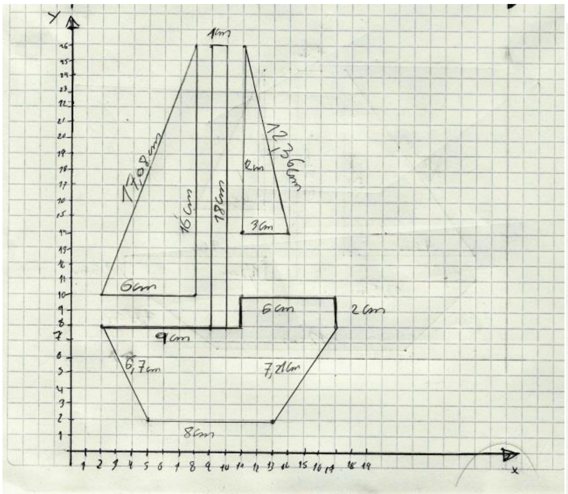
Actividad 2: A Matías le dieron la imagen que verán de un barquito y le pidieron que la agrande, pero no sabía cómo hacerlo por lo que termino haciendo varios dibujos:

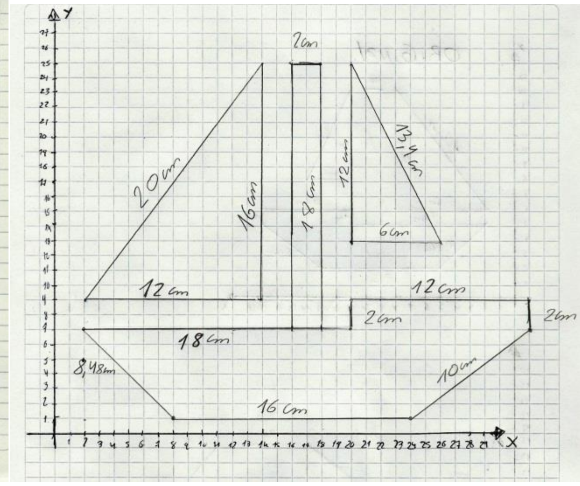
a)

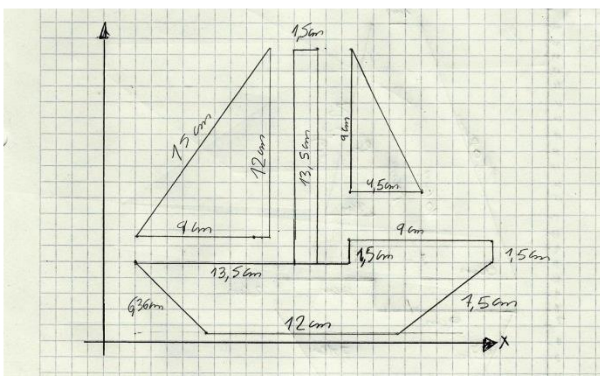


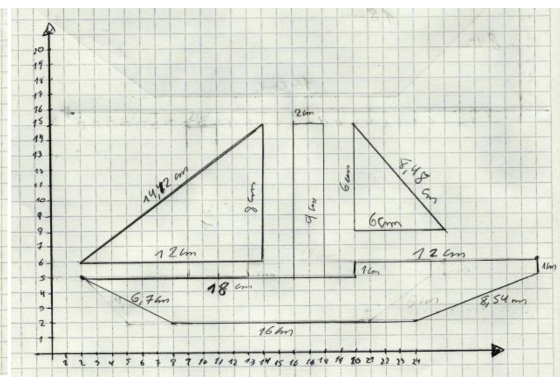
ISBN 978-987-1082-61-2

b) Dibujos:









Responder:

1. ¿Cuál o cuáles son los dibujos que corresponden al barco original?
2. ¿En cuánto aumentó la altura del mástil en el barco que dibujo bien? ¿y el largo total del barco cuánto aumentó?
3. ¿Cuál es la relación matemática de la ampliación?
4. Matías tiene que hacer el bote original y el bote grande en la cartulina, de manera que las velas, el mástil y el casco del bote, sean del mismo color en el barco chico y en el grande. ¿Qué relación existe entre el tamaño de cada pieza en pequeño y en grande?

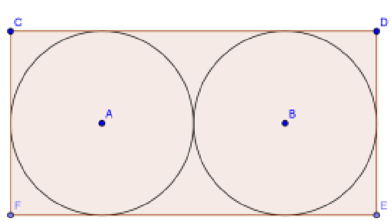
Objetivos:

- identificar y diferenciar dos figuras semejantes;
- Calcular la razón de dos segmentos;
- Hallar la relación entre las áreas de dos figuras semejantes;

ISBN 978-987-1082-61-2

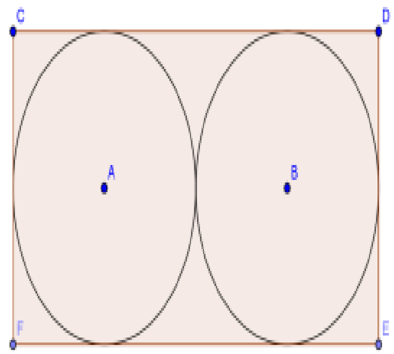
- Es interesante que los alumnos y alumnas se familiaricen con el fenómeno de la ampliación y la reducción de figuras y cuerpos; que visualicen que se mantiene la forma y que el cambio en las medidas de longitud se rige por una escala, que establece la relación de reducción o ampliación;

Intervenciones y comentarios:
Esta actividad pone en juego diversos conceptos vinculados a la semejanza: forma, similitud, tamaño, agrandamiento, factor, razón entre áreas. La razón en este caso viene dada primero por "el doble", que tendría que ser la que más rápido se resuelva o identifique como semejante de la original, y la idea sería que reconozcan al "2" como la razón. La otra razón es (3/2), puede que los alumnos/as los vean como semejante pero al no encontrar un número entero que relacione las dimensionen lo den como erróneo, sin embargo se puede observar *a simple vista* que son semejantes, aquí servirán preguntas del estilo, ¿Cuánto se agrando el barco en la altura? ¿Y en el largo? ¿Y si los incrementa en lo mismo, no seguirá teniendo la misma forma?
Las estrategias a resolver la actividad van a ser diversas, y dependerá del alumno que la resuelva, seguramente aparecerán respuesta del estilo, "todas son semejantes, si siguen siendo barquitos", por lo que habría que aclararle que la relación que tiene el barco original entre la altura y el largo no es la misma, que las copias que no son semejantes, en un caso se ve que el barco es muy alto y cortito, y en el otro es mucho más largo y contiene la misma altura que el original. Puede que alguno conteste que no hay ninguno que sea semejante, por el hecho de que una medida se incrementa en 4, la otra en 2, la otra en 6, es decir que esté usando un modelo aditivo para encontrar la relación y por eso crea que no hay ninguno semejante
, aquí habría que detener la charla y mostrarle un contra ejemplo con alguna situación del estilo:
Supongamos que tenemos una foto (30x15cm) de dos pizzas, y la queremos agrandar de manera que el lado de 15 pasea medir 30, ¿cómo quedaría?



ISBN 978-987-1082-61-2

Si le sumamos 15 a cada lado quedaría algo así: (45x30)

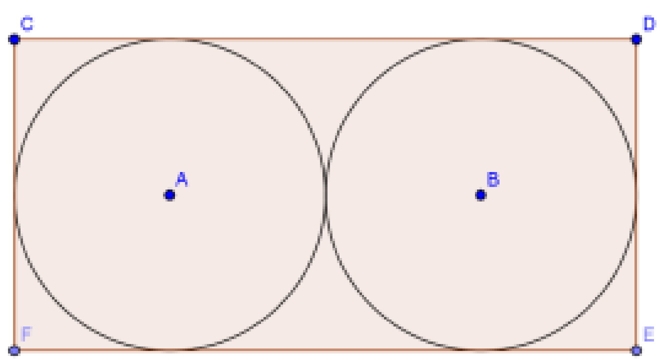


En cambio si hacemos de (60x30):
Y aquí vamos a ver la diferencia, ya que en la primera nos van a quedar las pizzas ovaladas que van a tener dos diámetros distintos uno de 30 cm y otro de 22.5 cm, y en la segunda vemos que quedan circulares, con un único diámetro de 30cm. Este Podría ser un buen contra ejemplo para remediar esas complejidades en la construcción del concepto.

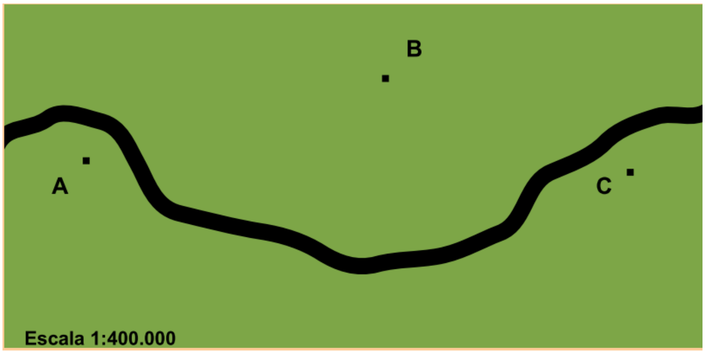
Ejercicios:

a) Una maqueta de una avioneta hecha a escala 1:50 tiene las siguientes medidas: Largo= 32 cm; ancho= 24 cm; alto=8 cm. Halla las dimensiones reales.

b) Averigua qué distancias separan en la realidad en línea recta los tres puntos del siguiente plano:



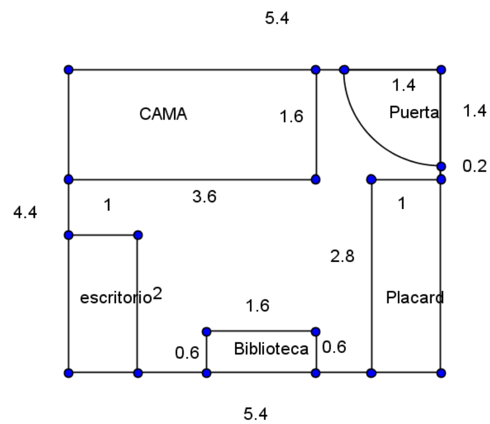
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162



c) María hizo el plano de su habitación en la que se ven la ubicación de sus muebles. Si la cama en realidad mide 1.8 m:

I. ¿Qué medidas tienen el escritorio y la biblioteca?

II. ¿y el ancho de la puerta?



Actividad 3:

Formados en grupos de 3 o 4 alumnos, repartir un rectángulo de cartulina de 15 cm x20 cm a cada grupo.

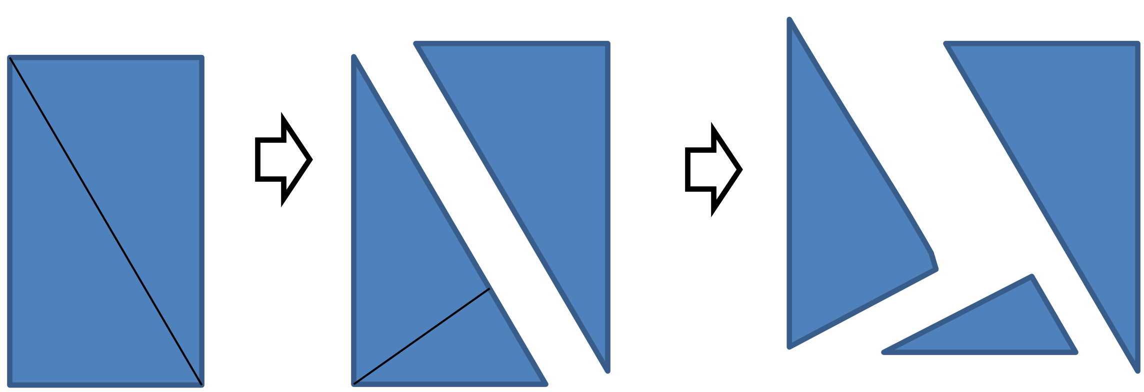
1) Si se traza la diagonal del rectángulo quedan formados dos triángulos,

a) ¿Qué relación tienen estos dos triángulos?

b) ¿Qué medidas tienen sus lados? Calcular sin usar la regla.

c) ¿y sus ángulos?

2) Cortar los dos triángulos y en uno de ellos trazar la altura con respecto a la diagonal y cortar nuevamente como se muestra en la imagen, recordar que la altura es perpendicular al lado con que se la traza:



ISBN 978-987-1082-61-2

a) ¿Cómo serán los ángulos de los dos pequeños triángulos?
b) ¿pueden calcular cuánto miden sus lados sin usar la regla? ¿tienen alguna relación entre sí?
c) ¿Qué podemos decir ahora de los tres triángulos que nos quedaron?

Objetivos:

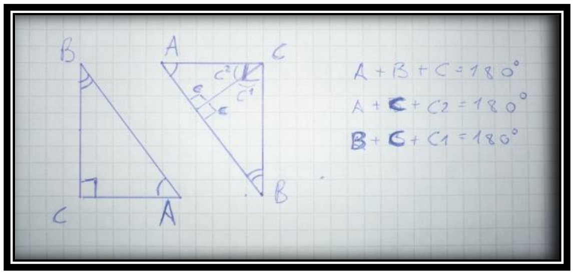
- Extender la definición de semejanza de figuras a semejanza triángulos;
- Llegar a la idea de que la semejanza no sólo es agrandar figuras, si no también reducir; esto es semejanza inversa;
- Hallar la relación entre razón de segmentos proporcionales y razón de semejanza;

Intervenciones docentes:

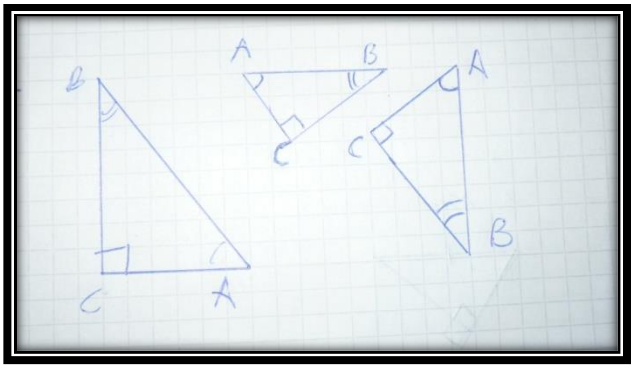
En esta actividad se ponen en juego diversas herramientas que los alumnos ya deberían tener incorporadas de años anteriores, como altura de un lado, teorema de Pitágoras, propiedades de los triángulos, etc. En el caso que no estén presentes ante la necesidad de usarlas para poder seguir con la tarea planteada servirá que podamos volver a definir esos conceptos y ver una nueva utilidad de los mismos.
Esta tarea grupal, es una forma de adentrarnos al tema de los criterios de triángulos semejantes, ya que no es una tarea sencilla, porque es difícil erradicar la idea de que todos los triángulos siguen siendo triángulos tengan la forma que tengan y midan lo que midan. También es interesante porque se trabaja con triángulos rectángulos que constituyen ternas pitagóricas, si bien este concepto no se va a trabajar explícitamente, pero es bueno que los estudiantes vean que la semejanza no es sólo con números decimales y fraccionarios, si no también enteros.
Al comenzar la actividad y repartir los rectángulos en cada grupo, y al marcar los dos primeros triángulos iguales, se espera que ellos vean esa relación de igualdad entre ambos. Si no queda claro que son iguales, una manera de demostrarlo es cortar ambos triángulos y superponerlos, lo que demostraría que tienen las mismas medidas. Aquí es muy probable que no se planteara ninguna idea sobre el rol de los ángulos, ya que se van a quedar con la idea de los lados iguales, por lo tanto los triángulos son iguales, o en este caso semejantes. Se espera que para calcular la hipotenusa del triángulo puedan usar el teorema de Pitágoras, si bien no es un concepto propio de la semejanza, pero es importante que puedan usarlo en distintas situaciones. Avanzando con la actividad y metiéndonos con el punto 2) donde se pide la altura del triángulo con respecto a la altura, es probable que no recuerden que es la altura con respecto a un lado, lo cual, una manera de demostrarlo sería acostar uno de los triángulos, de manera que la hipotenusa quede como base y preguntarle como calcularían esa altura. De aquí tendría que salir la idea de que es perpendicular al lado con que se la traza, otra manera seria usar la escuadra y el transportador.
En la pregunta a) se tratará de que puedan ser capaces de comparar los ángulos sin necesidad de medirlos. Aquí pueden surgir ideas, como la superposición de figuras o usar la propiedad de

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

que sus ángulos suman 180º. Para esto se llevará un modelo a mayor escala para poder dejarlo pegado en la pizarra y proceder de la siguiente manera:
Llamaremos C a todos los ángulos rectos. Ahora formamos las ecuaciones (se puede usar esto porque vienen de trabajar con ecuaciones, y los métodos igualdad y sustitución)



Ahora igualando las dos primeras ecuaciones obtenemos que B=C2. Y con la primera ecuación y la tercera obtenemos que C1=A por lo tanto tendríamos que:



Y de aquí observamos que los triángulos tienen los tres ángulos iguales. Además podemos comprobar que son iguales superponiendo las figuras una encima de otra, y como última opción medirlos con el transportador.
En la pregunta b) se espera que puedan volver a usar la proporcionalidad entre segmentos, para encontrar los nuevos valores de los triángulos más pequeños. De aquí a terminar con que la razón de semejanza es la misma que la razón de proporcionalidad de segmentos.
Y en la pregunta c) ya sabiendo que tienen los mismos ángulos por lo tanto la misma forma, tendría que salir la idea de triángulos semejantes. Es muy probable que ya la idea haya salido en la pregunta a) pero es importante que vean que si son semejantes entonces preservan los ángulos.

Objetivo:

- Institucionalizar el concepto de semejanza de figuras;

ISBN 978-987-1082-61-2

Actividad 4:

Completar la siguiente frase:

"Dos figuras son............................... cuando todos sus lados son....................... y todos sus ángulos son...........................".

Comentarios:

Esta actividad está pensada como una forma de institucionalización al concepto de semejanza de figuras. No se espera lo mismo que en la actividad 1, en donde lo que se quería lograr es que vean que tenían la misma forma y diferente tamaño. Aquí se espera que ellos mismos puedan completar las frases con las palabras semejantes, proporcionales e iguales, respectivamente.

Se cree oportuna la ubicación de la actividad debido a que todo lo trabajado con la actividad del barco nos proporcionó el concepto de "lados proporcionales". Y con la actividad de los triángulos, además de seguir con segmentos proporcionales, se incorporó la congruencia o igualdad de los ángulos en las figuras semejantes.

Además es importante que interioricen este concepto para poder avanzar con los criterios de semejanza de los triángulos.

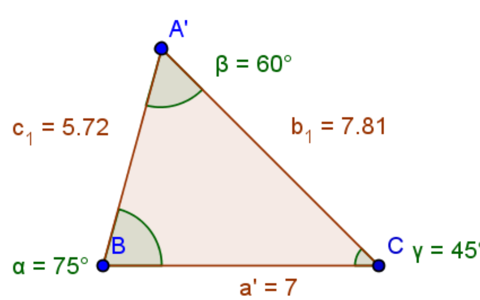
__Criterios de semejanza de triángulos__

Objetivos:

- Encontrar los criterios de semejanza de triángulos;
- Aplicar criterios de semejanza para la resolución de triángulos;

Actividad 5:

I. Dadas ciertas condiciones, construir, si es posible, un triángulo NO semejante al dado.



a) Dos ángulos distintos y el lado entre ellos igual al original;
b) Sus tres lados proporcionales al dado;
c) Dos de sus lados proporcionales;
d) Dos lados proporcionales y el ángulo entre ellos congruente al original;
e) Dos de sus ángulos congruentes al original;

II. ¿Qué apartados nos permiten crear triángulos semejantes al dado?

III. Comprobar cuáles son semejantes y cuáles no.

ISBN 978-987-1082-61-2

IV. En los que son semejantes, ¿Cuál fue la razón de semejanza utilizada?

Intervenciones docentes:

Con esta actividad trataré de llegar a que los estudiantes identifiquen cuales son los criterios que nos llevan a la construcción de triángulos semejantes.

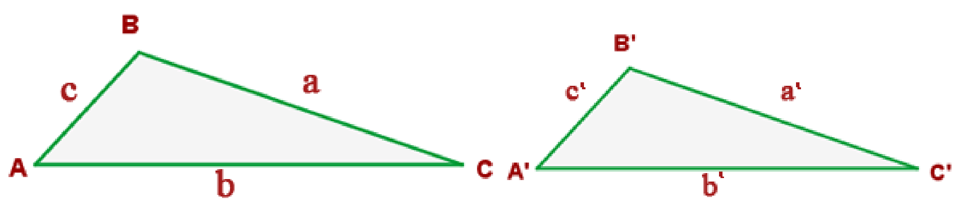
Para la construcción de los nuevos triángulos van a ser necesarias herramientas de geometría como reglas, compases y transportadores. Una vez construidos las cinco nuevas figuras, se pregunta ¿cuáles son semejantes?, esta pregunta puede ser contestada con sólo observar los dibujos. Esto lo harán si todavía sostienen la definición de semejanza dada en la actividad 1. Pero como en la actividad 4 se trata de llegar a la nueva definición del concepto, es necesario que la usen e interpreten, por eso se pide en el punto (III) que comprueben que son semejantes. Aquí buscamos que ellos calculen o midan los datos restantes del triángulo y luego los comparen con los del original.

Institucionalización:

Criterios de semejanza de triángulos:

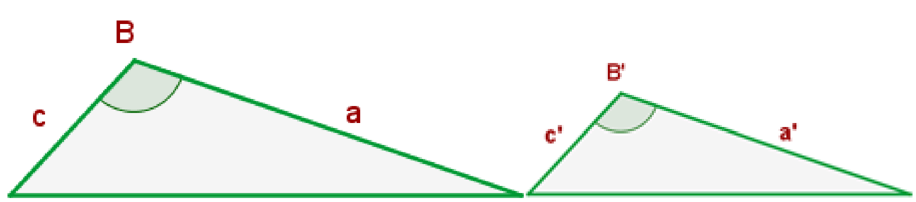
1. **Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.**

2. **Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.**



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

3. **Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.**



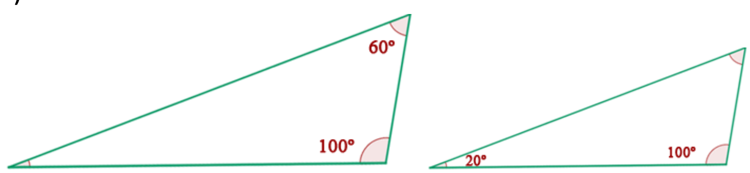
$$B = B' \qquad \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

ISBN 978-987-1082-61-2

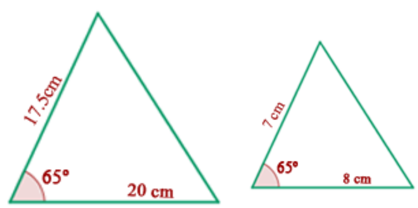
Actividad 3: Ejercitación:

1. Los lados de un triángulo miden 10 cm, 7 cm y 6 cm. Calcula los lados de un triángulo semejante a él si la razón de semejanza vale 3.
2. Si tengo un triángulo que tiene los lados de 30 cm, 35 cm y 50 cm. ¿es semejante al primero? ¿cuál es la razón de semejanza?
3. **<u>Contestar:</u>** ¿son semejantes los siguientes triángulos? ¿Por qué?

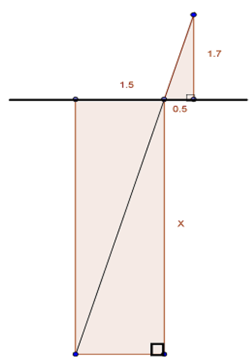
a)



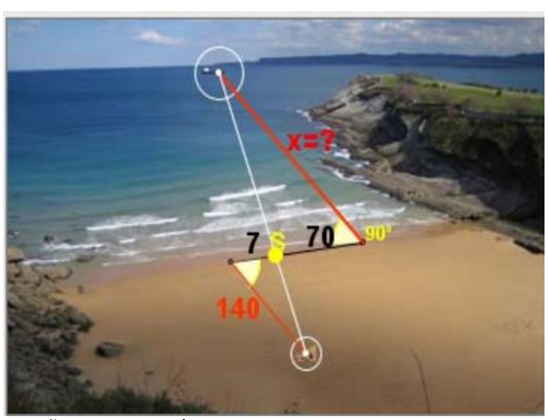
b)



4. ¿Cuál es la profundidad de un pozo? si su ancho es de 1.5 m y al alejarnos 0.5 m del borde y desde una altura de 1.7 m, vemos que nuestra vista une el borde del pozo con la línea del fondo.



5. Para calcular la distancia desde la playa a un barco se han tomado las medidas de la figura. Calcula la distancia al barco.



ISBN 978-987-1082-61-2

<u>Teorema de Thales</u>

Objetivos:

Que los alumnos:

- Descubran el teorema de Thales;
- Apliquen el teorema de Thales en el cálculo de longitudes de segmentos.

Actividad 8: Relato Inicial:

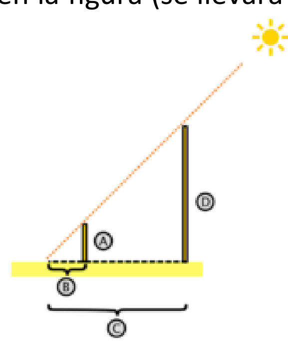
¿Has pensado alguna vez cómo es posible medir ciertas alturas, a las cuales no podemos llegar con una escalera u otro instrumento?

Hace muchos años existió un sabio griego llamado Thales de Mileto que, al no tener las distracciones que suponen el Pro evolution soccer y el Counter Strike, dedicó su tiempo y esfuerzo a resolver problemas aparentemente imposibles.

Se cuenta que le encargaron la difícil tarea de medir la altura de la gran pirámide de Keops. Thales, como buen matemático, hizo honor a la vagancia que ya por aquel entonces caracterizaba al gremio y resolvió el problema con un esfuerzo mínimo.

<u>Pregunta 1:</u> ¿Cómo creen que Thales haya calculado la altura de la pirámide?

Thales con la colaboración de su ayudante plantó un bastón a un costado de la gran escultura y dijo: “al medir las sombras del bastón y de la pirámide al mismo instante, sabremos la altura de la misma”. Aquí lo vemos en la figura (se llevará hecho en un afiche el dibujo para que se pueda apreciar):

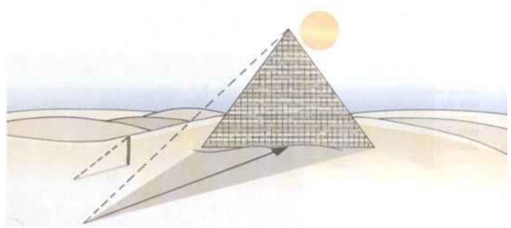


<u>Pregunta 2</u>: ¿Por qué creen que pudo calcular la altura de la pirámide con solo medir las sombras y la altura del bastón? ¿Cómo son los triángulos que quedaron formados? ¿Por qué?

<u>Intervenciones Docentes:</u>

ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

Aquí se esperará que identifiquen que los triángulos formados son semejantes, por el primer criterio, "si dos ángulos son iguales entonces los triángulos son semejantes". Esto tendría que estar medianamente fresco en los estudiantes ya que fue lo que se vio las clases anteriores. En este caso, modifiqué el esquema para que se pueda ver fácil que comparten un mismo ángulo y el otro es el recto. Estos ángulos tendrían que ser vistos por los rayos del sol y la horizontal del suelo. En este caso volvemos a la actividad 3, que es como superponer triángulos para ver que los ángulos son iguales y los lados son paralelos. Asique es muy probable que allí se retome los triángulos en cartulina. Otro modelo que parece en algunos libros es el siguiente:



Pero aquí se complicaría más ver las condiciones generales, el hecho de que los rayos y las alturas sean paralelos y otras cuestiones. Por eso se eligió el otro esquema, de todas maneras aparece como una opción. Además el dibujo que proponemos nos sirve para introducirnos en el conocido teorema de Thales.

<u>Pregunta 3</u>: Si el bastón medía 2 metros y la sombra a las 6 de la tarde era de 3 metros. ¿Cuánto medía la pirámide si su sombra era de 219 metros?
Aquí se pide que calculen la altura de la pirámide y utilicen semejanza de triángulos. Esta actividad en general, tiene como objetivos la aplicación de uno de los criterios y el cálculo de proporcionalidad. Pero también creo que es muy importante esta actividad que observen la utilidad que tiene este tema en la vida cotidiana, como el cálculo de alturas o distancias inaccesibles de manera directa. Así como también me parece de suma importancia que conozcan algunas de las leyendas de grandes matemáticos, en este caso Thales.

<u>Pregunta 4:</u> ¿Qué distancia hay desde la cima de la pirámide hasta la punta de la sombra? ¿Y de la punta más alta del bastón?
Aquí solo tendrán que aplicar otro teorema importante, que ya fue trabajado anteriormente, el teorema de Pitágoras.

<u>Pregunta 5:</u> ¿el aumento de la sombra es el mismo que el aumento de las distancias calculado en el punto 4?

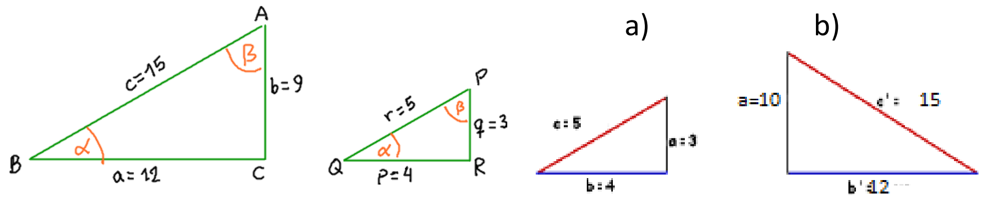
Actividades de repaso (complementarias)

ISBN 978-987-1082-61-2 pp. 114-162

Fueron dadas el miércoles 27 de noviembre, como forma de repasar lo viste anteriormente. Se diseñaron 4 temas para evitar que se copiaran entre alumnos. Aquí se presenta uno de ellos, los demás solo cambian algunos valores.

Contestar atrás de la consigna.

1. La siguiente figura es semejante ¿verdadero o falso? Si es verdadero hallar la razón y si es falso justificar.



2. Calcular las medidas de un triángulo semejante al primer triangulo dado en 1)b), si la razón de semejanza es K=1/2.

Actividad 4: video sobre las pirámides de Egipto

Pregunta 1: ¿Cómo creen que Thales haya calculado la altura de la pirámide?

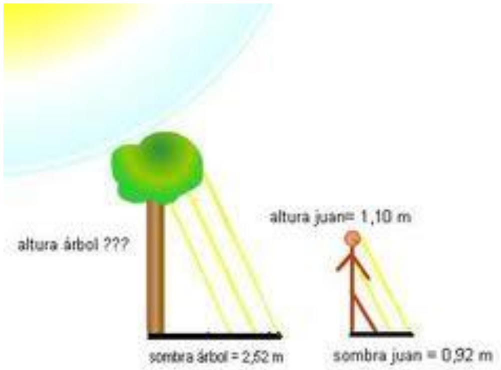
Pregunta 2: ¿Porque creen que pudo calcular la altura de la pirámide con solo medir las sombras y la altura del bastón? ¿Cómo son los triángulos que quedaron formados? ¿Por qué?

Pregunta 3: Si el bastón medía 2 metros y la sombra a las 6 de la tarde era de 2.5 metros. ¿Cuánto medía la pirámide si su sombra era de 183,25 metros?

Pregunta 4: ¿Qué distancia hay desde la cima de la pirámide hasta la punta de la sombra? ¿Y de la punta más alta del bastón?

Pregunta 5: Descubre la altura del árbol.

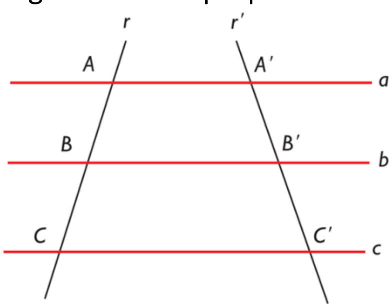
ISBN 978-987-1082-61-2



Debate: **Video de Les Luthiers sobre Teorema de Thales**

Institucionalización:

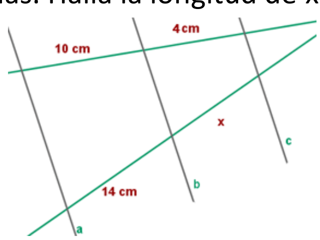
Teorema de Thales: "Al cortar tres o más paralelas por dos rectas transversales los siguientes segmentos son proporcionales".



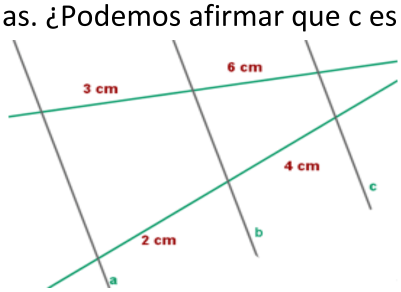
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Ejercitación:

1. Las rectas a, b y c son paralelas. Halla la longitud de x.



2. Las rectas a, b son paralelas. ¿Podemos afirmar que c es paralela a las rectas a y b?

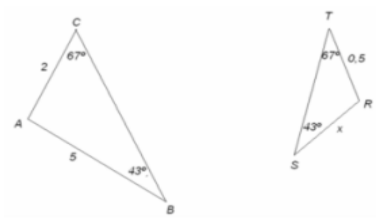


ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162

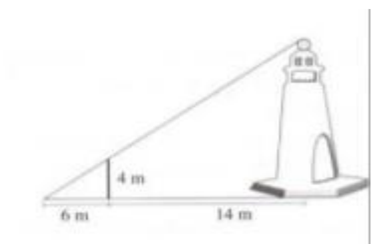
Evaluación:

1. Elegir la opción correcta en cada apartado
   a) En general, ¿cuándo dos triángulos son semejantes?
   - Cuando tienen los ángulos proporcionales y sus lados iguales.
   - Cuando tienen los ángulos iguales y sus lados proporcionales.
   - Cuando tienen sus lados y sus ángulos y sus lados iguales.

   b) En un triángulo rectángulo un ángulo mide 40º ¿Cuánto miden los 3 ángulos de un triángulo semejante?
   - 60º, 60º, 60º
   - 40º, 60º 80º
   - 90º, 50º, 40º
2. Encuentra el valor de “x”, para que los triángulos dados sean semejantes:

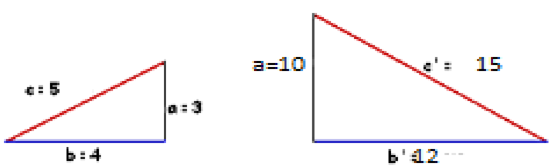


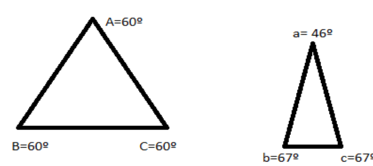
3. ¿Qué altura tendrá el faro?

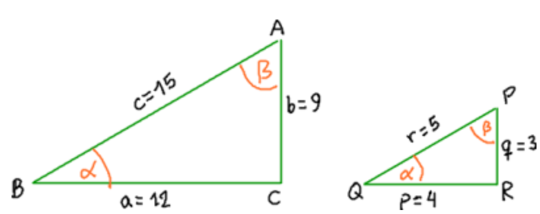


4. Los triángulos dados son semejantes. ¿verdadero o falso? Justificar.

a)







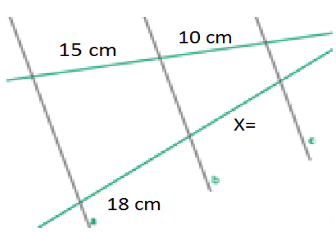
ISBN 978-987-1082-61-2

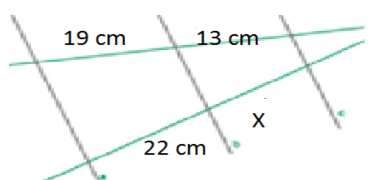
Trabajo Final Sobre Thales:

1. Elegir la opción correcta en cada apartado
   a) ¿Qué dice el teorema de Thales?
   - Si dos rectas paralelas son cortadas por otra los segmentos que determinan son proporcionales.
   - Si tres rectas paralelas son cortadas por otras dos, los segmentos que determinan son proporcionales.
   - Si tres rectas son cortadas por otras dos, los segmentos que determinan son iguales.

   b) Si varias rectas en posición de Thales, los segmentos de una recta miden 6 y 8 cm, en la otra recta un segmento mide 3 cm. ¿Cuánto mide el otro segmento?
   - 2 cm.
   - 16 cm.
   - 4 cm.

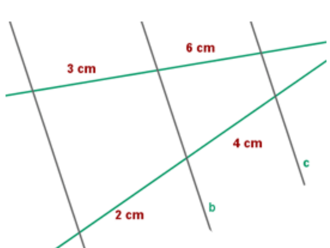
   c) Si varias rectas en posición de Thales, los segmentos de una recta miden 12 y 15 cm, en la otra recta un segmento mide 4 cm. ¿Cuánto mide el otro segmento?
   - 5 cm.
   - 8 cm.
   - 12 cm.
2. Encuentra el valor de x para que se cumpla el teorema de Thales

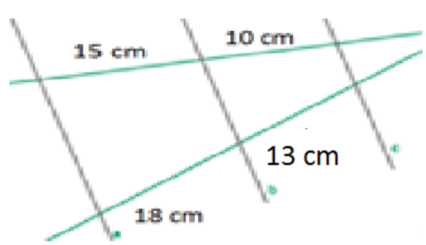
a) 

b) 

3. ¿verdadero o falso? Justificar.

Las rectas a, b son paralelas. ¿Podemos afirmar que c es paralela a las rectas a y b? Es decir ¿se cumple el teorema de Thales?

a) 

b) 

APRENDER A ENSEÑAR EN LAS PRACTICAS:
EL CASO DE MATEMATICA
ISBN 978-987-1082-61-2

Resultados:

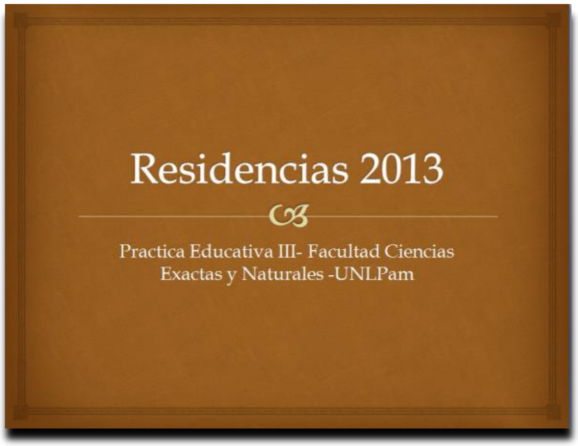
Los resultados de las evaluaciones fueron totalmente positivos, ya que en casi todos los casos había quedado clara la definición de semejanza, en figuras y en triángulos. Ya sea la de misma forma y distinto tamaño o la formal: "lados proporcionales y ángulos correspondientes iguales". Todos aprobaron, la mayoría respondieron y resolvieron todo bien, salvo un pequeño grupo de tres chicas que siguieron confundiendo "con ángulos proporcionales", aunque en la resolución se veía que lo entendían solo le cambiaban el nombre a la propiedad.

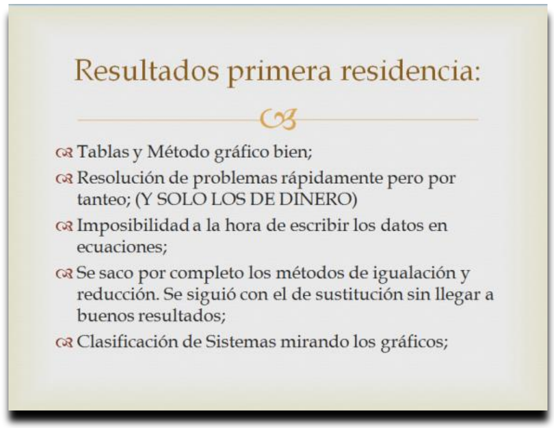
En la evaluación se decidió no incluir al conocido Teorema de Thales. Fue sobre todo por una falta de tiempos en dictar los temas, por lo que no dejaba momentos para el repaso. De todas maneras la actividad, con ayuda docente, salió bastante positiva. La mayoría tenia presente el dibujo de las paralelas y las transversales, y que relaciones se cumplían entre los segmentos, pero no se acordaban como se enunciaba. Nuevamente todos aprobados, aunque esto no significa que hayan aprendido realmente el teorema, sino que lo pudieron aplicar en ciertos ejercicios básicos y en algunas situaciones de la vida. Por eso me parece positivo, pero en realidad no llegue a cumplir el verdadero objetivo, el de que interiorizaran el teorema de Thales.

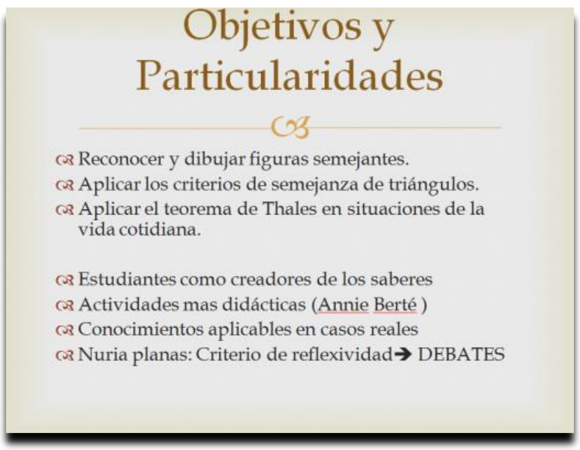
Bibliografía:

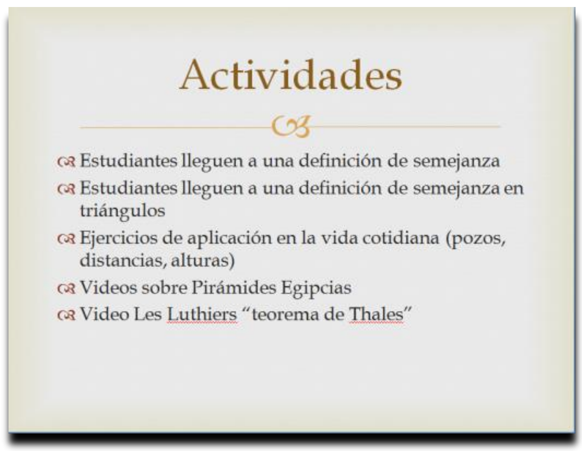
- Bernardo Gómez Alfonso (1995). La razón en semejanza: el caso del perrito, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Valencia
- Gobierno de la Provincia de La Pampa Ministerio de Cultura y Educación (2010). "Guías para Enseñar y Aprender"
- Raquel García Blanco (2010). Figuras Semejantes Y Aplicaciones De La Semejanza. Propuesta De Unidad Didáctica de La Universidad de Granada
- Claudia Cecilia Castro Cortés y Nelly Yolanda Céspedes Guevara (2009) Concepciones De Los Estudiantes De Grado Octavo Sobre El Concepto De Semejanza. Universidad Sergio Arboleda.
- Gualdrón Pinto (2006) Universidad de Pamplona. "Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza"
- Escudero Pérez, Isabel (2005) Un Análisis Del Tratamiento De La Semejanza En Los Documentos Oficiales Y Textos Escolares De Matemáticas En La Segunda Mitad Del Siglo XX. Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación-Universidad de Sevilla
- Formación General Educación Media, Unidad de Curriculum y Evaluación; Ministerio de Educación, República de Chile (2004) Matemática. Programa de Estudio; Segundo Año.
- Berté, Annie (1999) Matemática Dinámica. Buenos Aires : A-Z editora;
- De Guzmán, Miguel (1987). Matemática Bachillerato 2. Editorial Anaya;
- Repetto Linskens Fesquet (1968). Matemática Moderna; Geometría 3. Kapelusz.
- Camus N., Massara L.; Primera Edición Matemática 3. Aique.

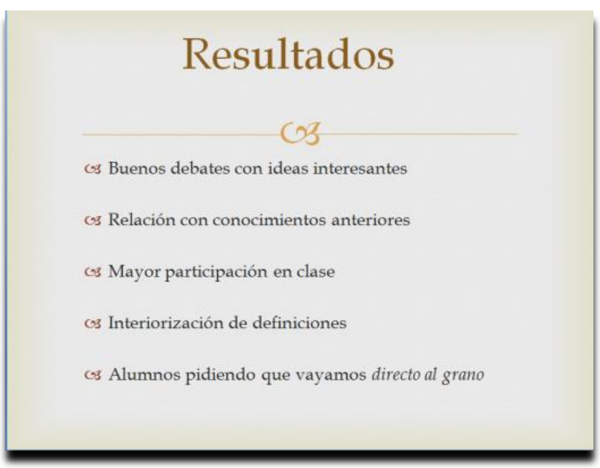
ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162











ISBN 978-987-1082-61-2
pp. 114-162