CB40

UNA MANERA DE "PENSAR" LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Marisa Reid, Nilda Etcheverry & Rosana Botta Gioda

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. UNLPam.
Uruguay 151. Santa Rosa, La Pampa. Argentina.
mareid@exactas.unlpam.edu.ar, rbottagioda@hotmail.com

Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación: Relatos de experiencias de Enseñanza, Educación Superior, Educación Matemática en la formación de profesores.

Palabras Clave: formación, prácticas, resolución de problemas, modelización

RESUMEN

Describimos y analizamos una experiencia con futuros profesores de Matemática, en la que diseñan propuestas didácticas para trabajar con modelización matemática. Las mismas fueron abordadas por estudiantes de Práctica Educativa II del tercer año del Profesorado en Matemática de la UNLPam.
El propósito es estudiar el proceso de modelización matemática seguido de la solución de un problema de la vida cotidiana, pensando en el trabajo docente y su incorporación a las planificaciones en el nivel Secundario.
Resaltamos la necesidad de que los formadores de profesores propicien espacios en los que los futuros profesores desarrollen una cierta sensibilidad para registrar problemáticas de la cotidianidad que puedan ser modeladas, en otras palabras, desarrollen en los futuros profesores un sentido de realidad (Villa-Ochoa y López, 2011).
Se espera que durante su formación, los futuros profesores adquieran experiencia en la formulación de problemas y que además, en las asignaturas de didáctica se reflexione sobre la forma de orientar las actividades de modelización con los estudiantes de acuerdo a los objetivos y a la realidad escolar.

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo describimos y analizamos dos propuestas que utilizan la modelización matemática, como estrategia pedagógica, diseñadas por alumnos de Práctica Educativa II del tercer año del Profesorado en Matemática de la UNLPam.
Considerando que los estudiantes, futuros profesores, se desempeñarán en la Educación Secundaria, trabajaron con los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios (NAP) y los Diseños Curriculares de nuestra provincia.
Puntualmente, en una primera etapa, los alumnos analizaron que en los Diseños Curriculares del Ciclo Orientado aparecen las siguientes menciones a las nociones de modelización en la enseñanza secundaria:

- "El término "modelo" no es utilizado en su sentido más difundido, como algo a imitar o a seguir, sino como una forma particular de representar la realidad. Cuando se les propone a los alumnos la resolución de un conjunto secuenciado de problemas, realizan una interpretación a partir de su lectura, identifican cuáles son las incógnitas, cuáles los datos que necesitan para averiguarlas y determinan la forma más favorable para modelizar la situación. Para esto se requiere un tipo de trabajo matemático en el aula, donde el docente presenta el o los problemas; los alumnos los resuelven, intercambian y dan razones sobre la validez de sus estrategias. Además, propondrá una organización de la clase que permita mostrar la diversidad de las producciones, así como los errores y aciertos, tratando de internalizar que la Matemática es una ciencia cuyos resultados se obtienen como consecuencia necesaria de ciertas relaciones que, aplicadas a diferentes contextos, permitirán crear "el modelo matemático", descontextualizado, para que pueda ser transferido y reinterpretado en otros contextos."
- En los saberes seleccionados para 4°, 5° y 6° año del Ciclo Orientado de la Educación Secundaria se mencionan en distintos ejes la modelización de la siguiente forma:
    - Modelizar situaciones extramatemáticas e intramatemáticas asociadas al conteo identificando las estructuras multiplicativas, generalizando los procedimientos utilizados y elaborando las fórmulas vinculadas a dichos procedimientos, si la resolución lo requiere.
    - Analizar las características de las funciones mediante el uso de recursos tecnológicos.
    - La modelización de situaciones que promuevan la interpretación, análisis y uso de funciones polinómicas, racionales, exponenciales, trigonométricas, logarítmicas, parte entera, definidas por partes, valor absoluto y ecuaciones asociadas a ellas.

Coherente con estos lineamientos curriculares, en la literatura internacional se plantea la necesidad de que los futuros profesores tengan experiencias con estrategias de enseñanza como la modelización matemática durante su formación, con el fin de mitigar las dificultades que se presentan en su implementación en las aulas. Además, algunos autores como Kaiser (2006) señala que no existe una transferencia entre el conocimiento de los conceptos matemáticos al conocimiento sobre la resolución de problemas y las aplicaciones, es decir que este último aspecto requiere ser tratado de manera diferenciada en el currículo.

La modelización matemática es un término empleado en distintos contextos y con distintos objetivos, una clasificación de las investigaciones en el área se puede encontrar en los trabajos de Blomhoj (2009). Modelizar en el ambiente de Educación Matemática refiere al proceso que involucra la representación de una situación de la vida real por medio de un modelo matemático.

Se han presentado diferentes formas de hacer modelización matemática al interior de las aulas en los diferentes niveles educativos; en algunas por ejemplo, los estudiantes tienen la oportunidad de crear sus propias situaciones y problemas acorde con sus intereses.

La modelización se describe como un proceso que parte de una situación o problema real y que desemboca, a través de una sucesión de pasos o fases, en un modelo matemático que da respuesta al problema o situación real inicialmente planteada. En el proceso se retoman pasos anteriores, con lo que el proceso adopta un comportamiento cíclico. Por tal motivo, muchos educadores matemáticos han intentado capturar los componentes esenciales del proceso de modelización matemática a través de esquemas conocidos como ciclos de modelización. En la Figura 1 presentamos un ejemplo de uno de esos esquemas propuesto por Blum y Leiss (2007), por representar uno de los ciclos más citados. El mismo nos ofrece un marco de referencia a partir del cual describir el proceso de resolución de una tarea de modelización. La representación del proceso completo de modelización mediante un ciclo tiene que ser visto como un esquema simplificado e idealizado que sirve como guía, y no como un algoritmo a recorrer de forma lineal (Maaβ, 2006).

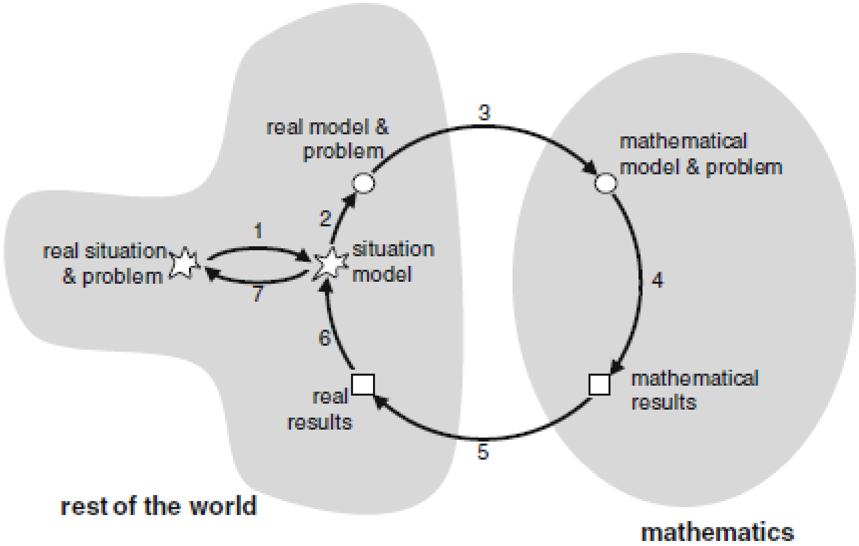

Figura 1: Esquema de Blum y Leiss (2007)

Tomando como referencia el esquema descriptivo del ciclo de modelización de Blum y Leiss (2007) (Figura 1); se puede observar la diferenciación entre el dominio matemático y el dominio real. Se parte de una situación real que debe ser comprendida por el estudiante con el fin de formular un problema (1 Construcción). La situación a modelizar debe ser previamente simplificada y estructurada (2 Simplificación/Estructuración). La transformación de ese modelo o problema real en un problema que toma la forma de un modelo matemático, se realiza mediante un proceso de suposiciones, generalizaciones y formalizaciones (3 Matematización), pasando en ese punto a trabajar en el seno de la matemática. Una vez establecido el modelo matemático, se resuelve matemáticamente (4 Trabajo matemático), obteniendo una solución matemática, que tendrá que interpretarse (5 Interpretación) en el contexto original (Resto del Mundo) para poder disponer de un resultado real. Posteriormente, se valida todo el proceso seguido y se comprueba que la solución real efectivamente resuelve el problema y que el modelo es el adecuado, o por el contrario, que debe ser redefinido o refinado en una nueva vuelta por el ciclo (6 Validación). Finalmente el proceso de resolución debe ser comunicado (7 Exposición). Tanto la validación del modelo como su presentación, puede dar lugar a nuevas preguntas acerca del modelo obtenido, con lo que el proceso puede volver a ponerse en marcha.

La idea es que los futuros profesores tengan experiencias prácticas y accedan a un conocimiento teórico sobre modelización matemática durante su formación profesional. En el aspecto práctico se espera que los futuros profesores experimenten su uso como una metodología de enseñanza (Lingjefard, 2007); además, se sugiere la reflexión sobre la organización del aula y de los contenidos, las dificultades, tensiones y beneficios obtenidos mediante su implementación en la educación secundaria (Barbosa, 2001). A pesar del llamado que se ha hecho para la incorporación de la modelización en diferentes formas y espacios en la formación de profesores, también se ha señalado que algunos de los planes de estudios de las Universidades que forman profesores, usualmente no incluyen orientaciones sobre la modelización y su uso en los cursos específicos de Matemática (Lingjefard, 2007).

En la búsqueda de elementos que nos permitan comprender aquellos aspectos implicados en la construcción de un modelo que los estudiantes movilizan y los elementos que favorecen el tránsito por el ciclo de modelización de una manera eficiente nos preguntamos: ¿Qué estrategias son puestas en juego al modelizar una situación? ¿Qué tipo de actividades o problemas seleccionar para apoyar el desarrollo del conocimiento de los estudiantes?

DESARROLLO

En los últimos años en la asignatura Práctica Educativa II del Profesorado en Matemática venimos trabajando con el objetivo de que los alumnos adquieran competencias para diseñar unidades didácticas sobre distintos contenidos curriculares de Matemática, entre uno de ellos la modelización matemática, por lo expuesto anteriormente.

Habitualmente podemos escuchar sobre la necesidad de cambios en la enseñanza de la Matemática en la Educación Secundaria, para que ello ocurra, es necesario crear los espacios donde los futuros profesores tengan la oportunidad de familiarizarse desde su formación y construir un conocimiento profesional que les permita tomar una perspectiva de innovación.

En las cursadas del año 2014 y 2015 en la asignatura Práctica Educativa II propusimos trabajar en forma individual o grupal con un tema no matemático seleccionado por ellos, realizar la búsqueda de datos, definir-formular el problema y presentar una resolución teniendo en cuenta el proceso de modelización, justificando las etapas de dicho proceso.

Describimos a continuación los trabajos presentados por dos grupos, uno de cada año, que abordaron situaciones en contextos reales que les eran familiares, en las que los estudiantes se enfrentaron a verdaderos procesos de experimentación, identificación y manipulación de datos, simplificación y abstracción de cantidades y variables con miras a la construcción del modelo para su resolución.

Además, dadas las características de ambas situaciones, la construcción de modelos matemáticos para los fenómenos en ellas implicados conduce a la experimentación con la noción de función y permitió abordar casi todas las etapas que un proceso de modelización supone.

a) Joana planteó la siguiente situación: Dos vecinos, muy amigos, deciden hacer una inversión que consta en que cada uno de ellos comprará una pareja de conejos (un macho y una hembra de 5 meses de edad, es decir, que son adultos), que tendrán en el patio de sus casas y para la reproducción habrá ocasiones en la que intercambien machos.

La compra se realiza para ver si es rentable tener conejos para su posterior venta, entonces su primer interrogante era: ¿Cuántos conejos tendrían cada uno al cabo de un año?

La estudiante realizó una recolección de información asociada a la situación de interés. Obtuvo datos reales del Establecimiento Canícula ubicado en Rancul (La Pampa) como los siguientes:

Jaula de Coneja N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N° de Gazapos (cría del conejo) un día postparto	7	9	12	11	9	11	12	7	11	10
N° de Gazapos 15 días postparto	7	9	9	8	9	8	8	7	9	9

El análisis de la información recolectada posibilitó identificar variables como la cantidad de gazapos obtenidos luego de un servicio y la cantidad de hembras que nacen.
Posteriormente con las variables acotadas, se consideraron constantes los siguientes aspectos:

- Cada pareja de conejos tiene 8 crías por parto.
- En cada parto nacen, en promedio, 4 hembras y 4 machos.
- A los 5 meses de edad pueden tener crías.
- El período de gestación es de 28 a 31 días.
- Tienen 4 partos por año (cada 3 meses).

Las variables escogidas fueron: X (tiempo en trimestres), Y (número de parejas de conejos nacidas).

En la tabla presentada se muestra un año de reproducción de una pareja de conejos. En la misma llamamos A, B, C, D a los gazapos (8 en cada parto, de los cuales 4 son hembras) de M-H, siendo estos el macho y la hembra que se buscaron como reproductores. Luego se le llamo A1, A2 y B1 a las crías de los gazapos hembras nacidos en A y B respectivamente, es decir, servicio A significa que se sirve a las 4 hembras pertenecientes a los gazapos A y lo mismo ocurre con B.

Mes				Total Parejas
Enero	Servicio M-H (1 par)			
Febrero	Gazapos A (nacen 4 pares)			
Marzo				5
Abril	Servicio M-H			
Mayo	Gazapos B (nacen 4 pares)			
Junio				9
Julio	Servicio M-H	Servicio A (nacen 16 pares)		
Agosto	Gazapos C (nacen 4 pares)	Gazapos A1 (nacen 16 pares)		
Septiembre				29
Octubre	Servicio M-H	Servicio A	Servicio B	
Noviembre	Gazapos D (nacen 4 pares)	Gazapos A2 (nacen 16 pares)	Gazapos B1 (nacen 16 pares)	
Diciembre				65

Centramos la atención en la forma en que los estudiantes trasladan el problema real a un contexto matemático, esto es, observamos y analizamos las estrategias que se hacen presentes en esta etapa. La comprensión de los procesos desarrollados adquiere relevancia debido a que es en ésta etapa cuando deben tomarse decisiones sobre la identificación de los aspectos más importantes de la situación, la organización de la información con base en sus relaciones para construir el modelo matemático y los procesos matemáticos que serán utilizados para llegar a la solución.
Ya ahora en el seno de la matemática, Joana procedió a buscar una función para poder modelizar la situación:

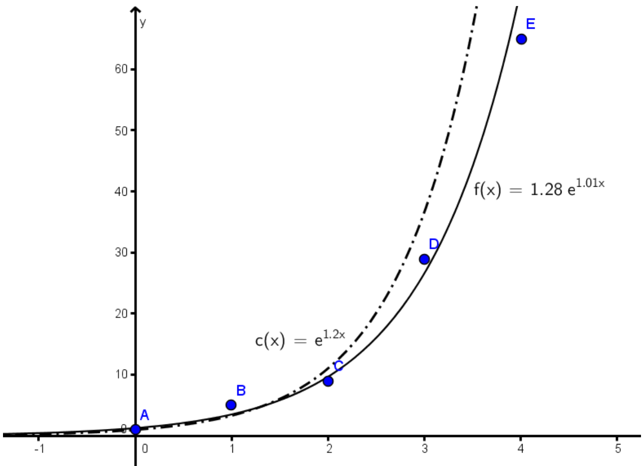

Figura 2

Por un lado, teniendo en cuenta la distribución de los puntos, buscó una aproximación mediante una función exponencial de la forma: $C(x) = C_0 . e^{tx}$ donde consideró:

- C(x) las parejas de conejos nacidas en un tiempo x (expresado en trimestres).
- C_0 la población inicial, es decir, una pareja de conejos.
- t la Tasa de Crecimiento. Para una mejor aproximación de la función al problema, se calculó el promedio de las tasas obtenidas al evaluar los distintos puntos: A = (0,1); B = (1,5); C = (2,9); D = (3,29); E = (4,65). Por ejemplo: $5 = 1*e^{1t_1}$, entonces $ln(5) = 1t_1.ln(e)$ por lo que $ln(5) = t_1$. Luego de calcular t_1, t_2, t_3 y t_4 se obtiene el promedio de los mismos obteniendo que aproximadamente $t_p = 1{,}2$. Con lo que la función obtenida seria: $C(x) = 1. e^{1,2x}$.

Utilizando el software GeoGebra, Joana realizó la gráfica de la función *C(x)* (Figura 2).
Por otro lado, utilizó una herramienta del software GeoGebra para realizar un ajuste adecuado para los pares de datos obtenidos:
f (x) = AjusteExp[{A, B, C, D, E}] = $1{,}28 * e^{1{,}01x}$. La gráfica que también se puede observar en la Figura 2.
Para validar los resultados obtenidos corroboró los datos con los del establecimiento así como también con bibliografía obtenida en la Web.

b) El grupo formado por Micaela, Sebastián y Manuel plantearon la siguiente situación: Una familia de Arata (localidad de la provincia de La Pampa) quiere invertir en la producción porcina. Para eso van a comprar 7 madres y un padrillo (todos adultos), los que tendrán en un chiquero que han construido anteriormente. ¿Cuántos lechones tendrían al cabo de un año?
De forma similar a la situación anterior, el grupo, recolectó datos en el establecimiento obtenidos entre enero del 2013 y diciembre del 2014 (correspondiente a dos servicios por madre), que ejemplificamos a continuación:

Número de paridera	1 chancha 18	2 chancha 29	3 chancha 34	4 chancha 27	5 chancha 50	6 chancha 39	7 chancha 38
Número de lechones nacidos vivos	16	17	21	17	20	22	17
Número de lechones nacidos muertos	6	7	0	1	0	1	0
Número de lechones luego del destete	12	17	15	17	18	20	15

Luego de sacar conclusiones a partir de los datos, se realizaron recortes en la situación.
En el informe los alumnos expresaron: *"No es de nuestra consideración incluir, en cuanto a los lechones nacidos, el sexo ni si se destinan a reposición o descarte".*
"Decidimos no considerar los factores que influyen en la muerte de los lechones desde que nacen hasta el momento del destete (las bajas temperaturas, la madre los aplasta, los pisa o se los come), y además vamos a considerar sólo los lechones que llegaban vivos al destete ya que teníamos demasiadas variaciones entre los que nacían y los que llegaban al mismo a lo largo del año".

La necesidad de las suposiciones en el proceso de modelización matemática tiene implicancias en las creencias sobre resolución de problemas en general y en la importancia de considerar la necesidad de supuestos relevantes en cualquier problema. Esto no se da en los problemas habituales que se encuentran en los libros de texto, donde se proporciona toda la información necesaria. Esta característica del trabajo de modelización se puede observar claramente en las situaciones seleccionadas para el análisis.
Los estudiantes expresan que el modelo que buscan se va a ajustar a la cantidad de lechones en función del tiempo para un plantel de 7 madres. Las mismas tienen una vida útil de 3-4 años en promedio, luego van a descarte/faena, y se reponen con nuevas madres que son hijas de esa chancha que irá al descarte percatándose que la nueva tenga condiciones similares a la madre original y lo mismo con el padrillo, por lo que el plantel se va renovando, pero manteniendo la cantidad de madres y padrillo a lo largo del tiempo.
También aclaran que van a considerar la cantidad de lechones al momento del destete en el establecimiento en función del tiempo, en un total de 7 madres.
Las variables que definen son: X (tiempo en meses) e Y (cantidad de lechones, luego del destete).
Primero, "pensaron" en que la función iba a ser exponencial, del tipo $f(x) = a.e^{bx}$ y analizando los datos obtuvieron: $f(x) = 7{,}8.e^{0{,}17x}$.
Al realizar la validación, encontraron que los datos no se ajustaban satisfactoriamente al modelo y lo descartaron. Por lo tanto, volvieron a analizar buscando un modelo más adecuado.
Utilizando el software GeoGebra volcaron los datos y realizaron una aproximación exponencial con los puntos que consideraron serían los más adecuados, a través de la función AjusteExp[{H, J, M, P, T, W}], la que se puede observar en la Figura 3.

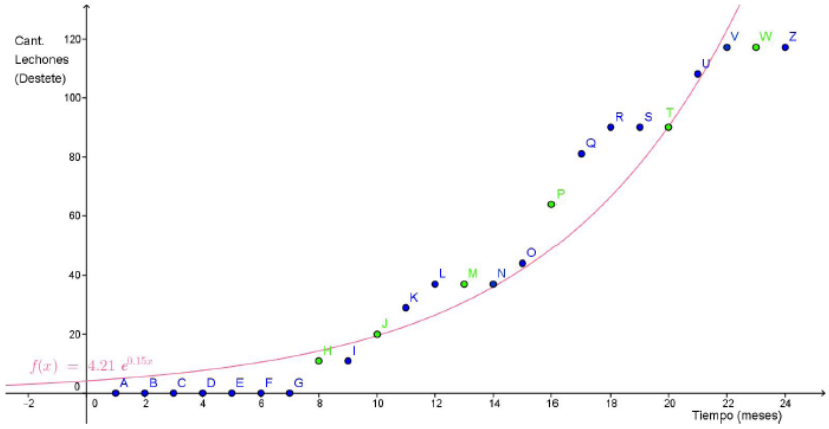

Figura 3

Nuevamente, descartaron este ajuste pues no era pertinente. En el informe los alumnos expresaron: *"Aquí nos dimos cuenta que no iba a ser una función exponencial y además que en un inicio en el establecimiento no hay lechones, por lo que la función debía tomar el valor 0".* Por lo que volvieron a la etapa de resolución.

En este nuevo intento, consideraron ajustar los datos, utilizando el software Excel (Figura 4), una función cuadrática.

El software Excel, arrojó la siguiente función ajustando todos los puntos de la Tabla:

$$f(x) = 0{,}2x^2 + 0{,}92x - 7{,}36$$

Tiempo	Cant. Lechones(Destete)
Enero	0
Febrero	0
Marzo	0
Abril	0
Mayo	0
Junio	0
Julio	0
Agosto	11
Septiembre	11
Octubre	20
Noviembre	29
Diciembre	37
Enero	37
Febrero	37
Marzo	44
Abril	64
Mayo	81
Junio	90
Julio	90
Agosto	90
Septiembre	108
Octubre	117
Noviembre	117
Diciembre	117

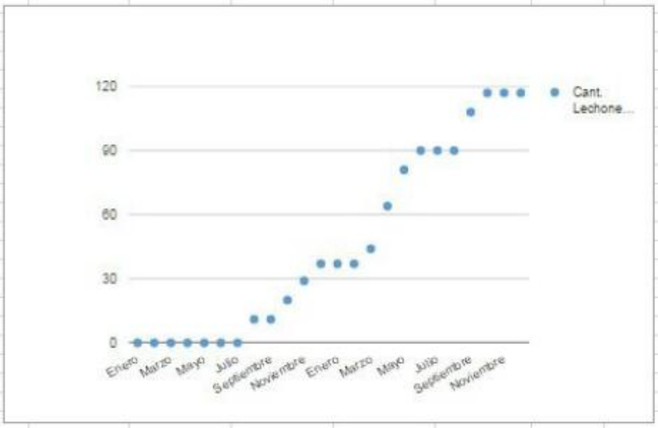

Figura 4

Hallaron que el modelo que mejor se ajusta a los datos experimentales es:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0{,}2x^2 + 0{,}92x - 7{,}36 & si\ x > 4 \end{cases}$$

Donde *f* modela la cantidad de lechones en función del tiempo para un plantel de 7 madres.

El grupo, finalmente decidió que *f* debía ser una función particionada, ya que el tiempo se cuenta desde el momento en que compran el plantel de cerdos, y por lo menos van a estar entre 3 y 4 meses hasta que aparezca la primera parición (considerando el tiempo de producción del celo, servicio y gestación).

La gráfica de la función que obtuvieron con el software GeoGebra se puede observar en la Figura 5.

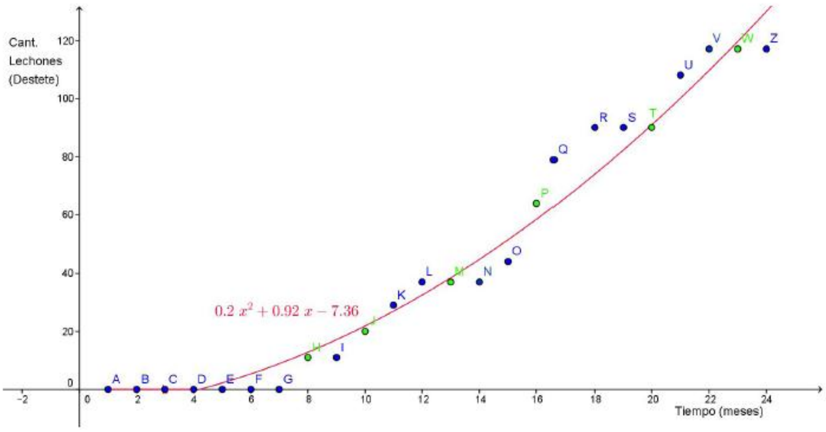

Figura 5

La conclusión final expresada por el grupo en el trabajo presentado fue: "*La situación problemática presentada hace referencia a un trabajo de análisis de dos variables: la cantidad de lechones y el tiempo. Si se trabajase con más variables, se obtendrían otras expresiones y sistemas de ecuaciones muy complejos para reproducir escolarmente o también hay que considerar que modificando alguna de las variables se podría arribar a otro problema".*

Podemos observar entonces en los ejemplos analizados que el uso de software, como GeoGebra y Excel, puede ayudar a los estudiantes a visualizar los efectos de usar funciones matemáticas no muy familiares hasta el momento y a validar otras encontradas, por ejemplo, en forma analítica.
Aquí el rol docente es de gran importancia, para que los alumnos se sigan preguntando y validando sus conclusiones.

COMENTARIOS FINALES

Si bien la modelización juega un papel muy importante en la mayoría de las aulas de algunos países, existe todavía una distancia sustancial entre los ideales del debate educativo y los planes de estudios innovadores, por una parte y por otro lado, la práctica de enseñanza diaria.
La condición necesaria para que el profesor implemente situaciones de modelización en la enseñanza es tener audacia, gran deseo de modificar su práctica y tener disposición a conocer y aprender.
Con todo esto, resaltamos la necesidad de que los formadores de profesores propicien espacios en los que los futuros profesores desarrollen una cierta sensibilidad para registrar problemáticas de la cotidianidad que puedan ser modeladas, en otras palabras, desarrollen en los futuros profesores un sentido de realidad (Villa-Ochoa y López, 2011).
Adicionalmente, se espera que durante su formación, los futuros profesores adquieran experiencia en la formulación de problemas y que además, en las asignaturas de didáctica, además del trabajo teórico, se reflexione sobre la forma de orientar las actividades de modelización con los estudiantes de acuerdo a unos objetivos y a una realidad escolar.
Consideramos que el uso de la Modelización Matemática como estrategia pedagógica permite trabajar con conceptos matemáticos de otra forma en un tema concreto. Cuando los dos grupos escogieron las situaciones abordadas pensaron que ellas les permitirían desarrollar diferentes contenidos Matemáticos, lo cual pudieron comprobar después de la realización de todo el proceso de modelización.

El contexto en el que se plantea y se resuelve cada uno de los problemas planteados por los grupos tenía sentido para los estudiantes, no existía una solución específica esperada, sino que pueden surgir diferentes conceptos para poder abordar la tarea. Se podría aprovechar las ideas que surgen de los estudiantes para introducir conceptos importantes de la Matemática.
Fue necesario llevar a cabo un análisis cuidadoso de los diferentes modelos y también se tuvieron en cuenta que la respuesta pueda variar considerablemente si las hipótesis eran modificadas.
En los trabajos analizados interviene espontáneamente el uso de tecnologías como una manera "heurística" para estudiar el fenómeno; como evidencia de este hecho, los grupos usaron software como Excel y GeoGebra, para realizar ajuste en base a los datos obtenidos.
Este tipo de experiencias vividas por los estudiantes, permitieron observar que la tecnología tiene diversos usos al interior del aula de clase, y que al articularse con procesos de modelización permite reorganizar los modos de producción de conocimiento matemático.
Los trabajos dieron cuenta de la gran participación de los estudiantes en el desarrollo de las actividades. La Modelización Matemática como una metodología de enseñanza exige la responsabilidad de los estudiantes en el acto de aprender y de los profesores en su rol de orientadores.
Como resultado de esta actividad los estudiantes ponen de manifiestos distintas maneras de pensar y abordar los problemas favoreciendo el desarrollo de sus sistemas conceptuales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbosa, J.C. 2001. Mathematical Modelling in Pre-service Teacher Education, en Matos, J.F., Blum, W., Houston, S.K. y Carreira, I.S.P. (eds.). Modelling and Mathematics Education. (ICTMA 9: Applications in Science and Technology). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Blomhøj, M. 2009. Different Perspectives in Research on Teaching and Learning Mathematical Modelling. Categorizing the TSG21 Papers. In Blomhøj, M. & S. Carreira, (eds.). Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13, 2008. Imfufa, Roskilde Universiy, Denmark: Authors.
- Blum, W. & Leiss, D. 2007. How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum,& S. Khan, (2006), Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Etcheverry N., Reid, M., Botta Gioda R. 2009. *Hacia las prácticas educativas en Matemática*. Libros de texto para estudiantes universitarios. (UNLPam).
- Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (3), pp.302-310.
- Lingefjärd, T. 2007. Mathematical modelling in teacher education - necessity or unnecessarily. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education (pp. 333–340). New York: Springer.
- Maaß, K. 2006. What are modelling competencies? ZDM- Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 113–142.
- *Materiales Curriculares Matemática Educación Secundaria -Ciclo Orientado-* 2013. Ministerio de Cultura y Educación. Gobierno de la provincia de La Pampa.

- Villa-Ochoa, J.; López, C. M. 2011. Sense of Reality through mathematical modeling. En: Kaiser, G.; Blum, W., et al (Ed.). Trends in the teaching and learning of mathematical modelling ICTMA14 (pp.701-711). New York, Springer.