

**CB28**

## **USO DE LA TECNOLOGÍA EN PROBLEMAS MOTIVADORES PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES**

Beatriz Brizuela & Pablo Campos Álvarez

Instituto Remedios Escalada de San Martín, Villa Carlos Paz  
tamibelen@yahoo.com, pablo-azulyoro@hotmail.com

**Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación:**  
Relato de experiencia de enseñanza o capacitación, Educación Secundaria

**Palabras Clave:** *Funciones, Resolución de problemas, TIC, Trabajo colaborativo*

### **RESUMEN**

Esta propuesta surge luego de un trabajo colaborativo llevado a cabo por docentes de matemática del Instituto Remedios Escalada de San Martín de Villa Carlos Paz de la provincia de Córdoba y miembros del grupo de investigación en Educación Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad de Córdoba en 2014. Se realizaron distintos encuentros con la dinámica de taller de resolución de problemas, con el objetivo de propiciar ambientes de reflexión sobre los propios procesos de pensamiento de los docentes y discusiones sobre cuestiones que hacen al desarrollo de habilidades en los alumnos para la resolución de problemas y cómo generar ambientes de aprendizaje propicios para que esto ocurra.

A partir de esa experiencia, se diseñaron propuestas para llevar al aula. En particular, en este artículo se presentarán secuencias de actividades para gestionar la clase en relación al tratamiento del concepto de función en dos cursos del nivel medio. Se analizará el papel que juegan las TIC en las propuestas, observando los efectos de estas intervenciones en el marco de algunos referentes teóricos trabajados en el taller.

### **INTRODUCCIÓN**

En la escuela secundaria se evidencian diversas dificultades por parte de los alumnos en traducir el lenguaje habitual al lenguaje simbólico o al lenguaje gráfico o, recíprocamente, expresar coloquialmente lo que está en forma simbólica o gráfica. Si el alumno tiene dificultad en efectuar tales traducciones, se verá imposibilitado de aprehender conceptos y más aún de poder transferirlos a otras situaciones.

En particular, el Diseño Curricular de Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba presenta a la Matemática como una ciencia con una serie de particularidades que deberán tenerse en cuenta en su enseñanza.

La actividad matemática está asociada a un modo característico de razonar y comunicar los resultados... La construcción de conocimientos matemáticos se ve ampliamente favorecida por la resolución de variados problemas, en diversos contextos, e involucrando un “hacer” y un “reflexionar sobre el hacer”. Desde el enfoque adoptado en este diseño, se postula el planteo de problemas, la discusión de las posibles resoluciones y la reflexión sobre lo realizado, como también la incorporación de un lenguaje y forma de pensamiento matemáticos.

Al respecto, al docente le corresponde promover las interacciones de la clase favoreciendo la reflexión grupal y el debate, para que los estudiantes se introduzcan en la forma de “hacer y pensar” propia de la matemática. Además, como los conocimientos previos son la base para la construcción de nuevos conocimientos y para la resolución de problemas, deberá incluir instancias que propicien la construcción de ese sustento como apoyo de nuevos conceptos, en el caso de que los estudiantes no dispongan de él. (p. 36)

El Diseño Curricular pone énfasis en la resolución de problemas y la diversidad de resoluciones y estrategias que pueden surgir por parte de los alumnos. Las primeras preguntas que surgen son: ¿qué entendemos institucionalmente por resolución de problemas? y ¿cómo gestionar estas actividades en el aula?

Varios autores nos ayudan a aclarar el sentido de lo que significa un verdadero problema y qué ambientes de aprendizaje son propicios para gestionar diversas actividades en el aula. Entre ellos podemos mencionar a Skovsmose (2000), quien afirma:

Según muchas observaciones, la educación matemática tradicional sigue el paradigma del ejercicio. Este paradigma contrasta con varios posibles escenarios de investigación que invitan a los estudiantes a involucrarse en un proceso de exploración y explicación. (p.3)

La distinción entre el paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación se establece en función de la forma de organización de las actividades propuestas para los estudiantes. El objetivo principal es poner en discusión las formas de generar y gestionar ambientes de aprendizaje en el aula y sobre todo “facilitar discusiones sobre las posibilidades de cambio en la educación matemática” (idem, p. 16).

Moverse del paradigma del ejercicio hacia los escenarios de investigación puede favorecer el papel de los estudiantes como sujetos activos de su propio proceso de aprendizaje. Tomar ejemplos de la vida real puede contribuir a ofrecer recursos para la reflexión sobre las matemáticas y sus aplicaciones, y, así, destacar la dimensión crítica de la educación matemática.

En este marco, es importante el rol que juegan las TIC en el modo en que se plantea el trabajo en el aula. Cobra relevancia el rol del docente en la gestión y la función que cumplen los problemas logrando que los alumnos evolucionen en sus argumentaciones hacia formas cada vez más generales, cuestionando y propiciando diferentes estrategias de resoluciones.

## **USO DE LAS TIC EN EL AULA DE MATEMÁTICA**

La mera informatización en la actividad escolar sólo implica un cambio muy insignificante en la adquisición de conocimientos, si detrás no hay un cambio profundo en la tarea pedagógica y una buena formación del profesorado en las TIC.

Especialmente en matemática, las TIC producen poco impacto si no hay un proyecto que sustente un cambio en la metodología.

El Diseño Curricular de Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba exige que el docente incluya la utilización de las TIC en su propuesta de enseñanza.

“Incluirá los programas graficadores como medio de enriquecer la comprensión de problemas pues potencian la representación gráfica, la rapidez de cálculo y la modelización sin acudir a la forma clásica. Al respecto es fundamental que el docente sea gestor de la resolución de problemas y de la reflexión sobre los mismos, para evitar caer en el trabajo rutinario con la tecnología y que los estudiantes pierdan de vista la actividad que deben realizar. Se trata de propiciar la concentración en el problema a resolver y no en la mecánica”. (p. 22)

Y surgen nuevos interrogantes ¿Qué papel juegan las TIC en la actividad matemática? ¿Es posible construir algún concepto matemático nuevo? ¿Aplicar algún concepto ya construido? ¿Afianzar uno ya adquirido? ¿Ejercitar alguna técnica aprendida?

Algunos autores dan luz a lo cuestionado, por ejemplo (Keith Devlin, 1997) quien habla de la tecnología como productora de conocimiento:

“La matemática hecha con la ayuda de una computadora es cualitativamente diferente de la matemática hecha con papel y lápiz solamente. La computadora no “asiste” simplemente al matemático para hacer su tarea de la manera usual, antes bien cambia la naturaleza de lo que es hecho”.

Teniendo en cuenta esta preocupación, se decide plantear en el aula algunos problemas en donde los objetivos estén puestos en el recurso tecnológico como motivador de apropiación de conocimientos en el tema sobre funciones.

Para la selección de estas actividades se tuvo en cuenta lo planteado por Skovsmose (2000), pensando en proponer tareas que implicaran distintos ambientes de aprendizaje.

Por este motivo, se incluye la gestión del docente como parte importante de este proceso de construcción de conocimientos.

### Problema 1:

Este problema surge a partir de la búsqueda de aplicaciones de la función cuadrática en la vida cotidiana, más específicamente en el deporte. Se eligió el fútbol por ser el deporte más popular. En primer lugar se realizó una búsqueda en la web de goles conocidos como goles de “sombbrero”, donde la trayectoria de la pelota sea lo más parecido posible a una parábola. Se seleccionó un video de un gol del Barcelona de España realizado por Lionel Messi.

En segundo lugar se debía encontrar un programa de computación que permitiera trazar o dibujar la trayectoria de la pelota para poder visualizar la función. Se decidió trabajar con un programa (gratis) llamado Kinovea, el cual es un programa de edición de video diseñado para analizar las imágenes. Concretamente sirve para estudiar videos deportivos con el fin de encontrar fallos, mejorar técnicas y ayudar en entrenamientos. Se puede utilizar para varios deportes y todo aquello en lo que esté presente la coordinación, el ritmo y el movimiento.

Con este programa se dibuja la trayectoria de la pelota en el gol de Messi y al mismo tiempo se puede observar la distancia que recorre la misma en metros. Es importante destacar que para que Kinovea nos brinde la distancia que recorre un objeto, es fundamental marcar una medida real en donde fue filmado el video. En este caso se tuvo en cuenta la longitud de la línea del arco cuya medida es 7,32 metros (raya de sentencia de gol). También se utilizó la función cronómetro para analizar la situación en distintos momentos del video.

Con esta información y teniendo en cuenta la altura del jugador (1,70 metros), se pueden obtener tres puntos de la parábola los cuales permiten construir la fórmula que calcula la altura de la pelota en función de la distancia recorrida por la misma.

Por último, utilizando el programa GeoGebra se construye y analiza el gráfico de esta función cuadrática.

A continuación se presenta la actividad que puede ser trabajada en un curso que esté estudiando la función cuadrática o sistemas de ecuaciones cuadráticas.

### Actividad:

- 1) Mediante el programa Kinovea, trazar la trayectoria de la pelota en el gol de Messi e identificar con qué función matemática se relaciona.
- 2) Encontrar la fórmula aproximada de la función, tomando como referencia la distancia que recorre la pelota y la altura que alcanza en distintos momentos.
- 3) Realizar en Geogebra el gráfico de la función encontrada y calcular la altura máxima que alcanza el balón.

### Posible Solución de la parábola en el gol de Messi:

Como el programa nos brinda la distancia que recorre la pelota y teniendo en cuenta que en un determinado momento ha recorrido 1,54 metros y justo en el mismo, alcanza la mitad de la altura de Messi (1,70 metros: 2 = 0,85 metros), podemos construir tres pares ordenados que representan puntos en nuestra gráfica:

Distancia recorrida por la pelota(metros)	Altura alcanzada por la pelota(metros)
0	0
1,54	0,86
19,05	0

En la imagen se observa el primer par ordenado (0,0) que representa el inicio de la jugada (justo cuando Messi le va a pegar al balón).



El segundo par ordenado hace referencia a la distancia que recorre la pelota justo cuando alcanza la mitad de la altura del jugador, como se muestra en la imagen:



Finalmente, la última imagen muestra el tercer par ordenado que nos dice la distancia recorrida cuando el balón llega al suelo antes de que se produzca el gol.



Los puntos  $(0;0)$  y  $(19,05; 0)$  serían las raíces de la parábola.

Con estos valores podemos pensar en un sistema de ecuaciones con tres incógnitas para encontrar la fórmula aproximada de la función cuadrática  $y = ax^2 + bx + c$ .

Entonces, reemplazando, nos quedaría:

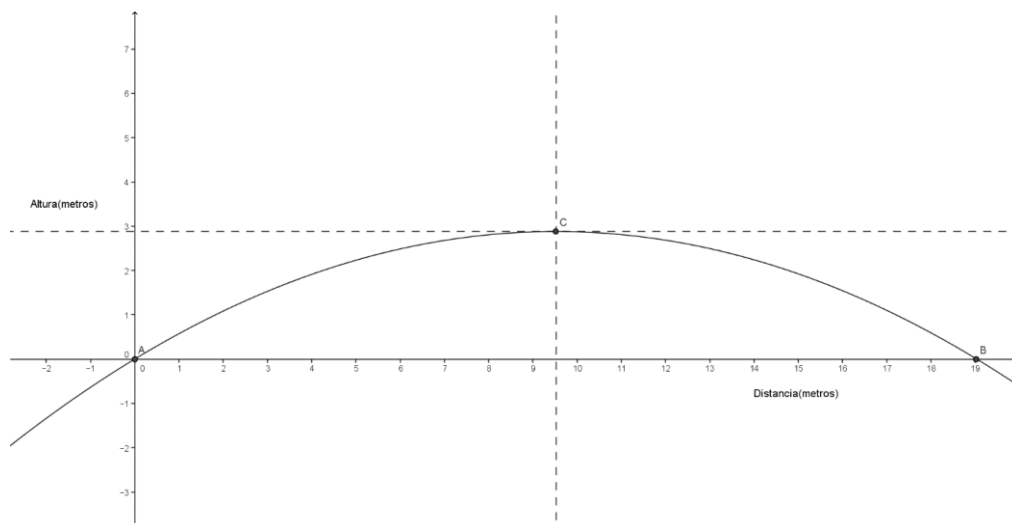
$0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$  Esto dice que  $c = 0$ . Luego podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 19,05^2 + b \cdot 19,05 \\ 0,85 = a \cdot 1,54^2 + b \cdot 1,54 \end{cases}$$

Al resolver este sistema se llega a los valores de  $a = -0,0318$  y  $b = 0,605$ .

Por lo tanto, la ecuación buscada es  $y = -0,0318x^2 + 0,605x$ . En donde “x” es la distancia recorrida por la pelota en metros e “y” es la altura que alcanza la pelota en metros.

En Geogebra se puede realizar el gráfico de esta función y buscar, por ejemplo, la altura máxima que alcanza la pelota.

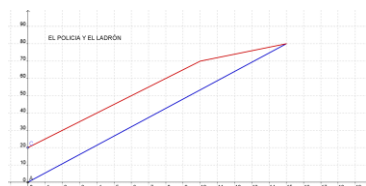


### Una carrera

Estas situaciones problemáticas tienen como objetivo el estudio de la función lineal, definida por tramos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se puede proponer a alumnos de 2° y 3° año del Nivel Secundario.

#### Problema 1:

El siguiente gráfico muestra la carrera de un ladrón y un policía que trata de alcanzarlo:  
(En el eje x tenemos el tiempo en segundos y en el eje y la distancia en metros.)



¿Cuál es la gráfica que corresponde al ladrón y cuál al policía?

¿A qué distancia estaba el policía del ladrón cuando comienza la persecución?

El policía efectúa un disparo que roza la pierna del ladrón. ¿En qué momento se produjo?

¿Logra el policía alcanzar al ladrón? De ser así, ¿cuándo?

#### Análisis de las gráficas con GeoGebra

(Nos permitirá introducir la función lineal, su expresión paramétrica y polinómica, dominio, imagen, funciones definidas por trozos)

Marcar dos puntos en la gráfica azul y trazar la recta que pasa por esos puntos.

En la vista algebraica expresarla en forma  $y = a x + b$ .

Hacer lo mismo con la gráfica roja. ¿Hay una sola recta? ¿Por qué?

¿Cuál es el dominio e imagen de las funciones anteriores?

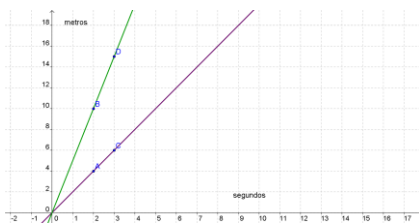
#### Problema 2:

(Nos habilitará también a trabajar con sistemas de dos ecuaciones lineales)

Dos corredores salen al mismo tiempo de la línea de largada con velocidad constante.

Uno marcha por el andarivel 1, a dos metros por segundo, y el otro por el andarivel 2, a cinco metros por segundo.

El gráfico que resulta es el siguiente:



Si analizamos el gráfico con detenimiento podemos decir que después de 2 seg. el corredor 1 recorrió 4 metros y el corredor 2, 10 metros.

Podemos observar en todo momento la ventaja que le lleva el corredor 2 al 1. Se puede preguntar:

¿Cuál es el segmento que representa esta ventaja a los 2 seg.? ¿y a los 3seg.?

¿Cuál es la fórmula que permite calcular la distancia recorrida por el corredor 1?

¿Cuál es la fórmula para el corredor 2? ¿Son funciones? ¿Qué particularidad tienen?

Es valioso que puedan utilizar GeoGebra y que reflexionen sobre los comandos que provee el software.

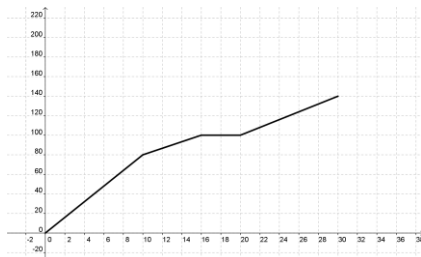
### Problema 3:

(Nos ayuda a encontrar significados a los gráficos)

Este es el gráfico de otro corredor:

Mirándolo detenidamente haz una descripción del desempeño del corredor como si fueras un relator. (Se podría contar en qué momento de la carrera tuvo mejor rendimiento en cuanto a su velocidad, cuándo estaba más cansado, cuando paró para tomar aire...)

Escribe la fórmula de la función definida por tramos indicando su dominio.



¿Te animarías a dar un gráfico de un paseo en bicicleta para que analicemos?

### REFLEXIONES FINALES

Una primera reflexión está relacionada con el “trabajo con otros”. En general, desde las instituciones se incentiva el trabajo grupal en las aulas, entre los alumnos, pero con menos frecuencia entre los pares docentes, desde lo disciplinar. “Un profesor de matemáticas es, ciertamente, un matemático. Pero lo puede olvidar fácilmente si sólo hace de matemático para sus alumnos” (Chevallard et al, 1997, p.32). Este trabajo con otros permite nuevas miradas de nuestro propio trabajo, lo que generó la inquietud de proponer nuevas dinámicas en nuestras clases.

La segunda reflexión tiene que ver con la incorporación y uso de la tecnología en la gestión del docente, ya que es importante señalar que muchas veces las clases de matemática se la ve compleja, lejana de la realidad y de los intereses del alumno.

Al pensar la construcción de conocimiento, con juegos, problemas y las tecnologías como una parte esencial de esta construcción nos supone una creación de ambientes diferentes de trabajo, a partir de las decisiones iniciales del docente y sus posteriores intervenciones. Según Ponte (2005),

“[...] la problemática de la gestión curricular está estrechamente ligada a dos puntos fundamentales: la selección de las tareas y el modo dominante de construcción del conocimiento. Las tareas son un elemento fundamental en la caracterización de cualquier currículo, pues ellas determinan en gran medida las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los alumnos. El modo de construcción del conocimiento tiene que ver con el papel que el alumno es llamado a desempeñar: procurar aprender lo que le es presentado de modo ya sistematizado y organizado o explorar y descubrir por sí mismo, apoyado por el profesor y en negociación con los colegas del grupo clase” (p. 23, traducción propia)



**REFERENCIAS**

- CHEVALLARD, I.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. 1997. *Estudiar matemáticas, el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. (Editorial ICE/HORSORI, Barcelona).
- DEVLIN, K. 2002. *El Lenguaje de las matemáticas*. (Ediciones Robinbook).
- POLYA, G. 1965. *Cómo plantear y resolver problemas*. (Trillas, México).
- PONTE, J. P. 2005. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular, 11-34. (Lisboa: APM).
- SKOVSMOSE, O. 2000. Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26.
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2015.