CB15

UN MODELO DE ENSEÑANZA EN TORNO A LA CONSTRUCCIÓN DE CUADRILÁTEROS PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Trinidad Quijano & Liliana Siñeriz

Centro Regional Universitario Bariloche. Universidad Nacional del Comahue
Dirección: Quintral 1250
Teléfono: 0294-4428505. Fax: 0294-4422111
trinidadquijano@gmail.com, lsineriz@gmail.com

Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación:
Trabajo de Investigación. Educación Superior. Cualitativa.

Palabras claves: construcciones geométricas, enseñanza, heurísticas, resolución de problemas, planteamiento de problemas

RESUMEN
Se presenta un Modelo de Enseñanza en torno a la construcción de cuadriláteros diseñado para trabajar en espacios de formación continua de profesores de matemática. Está orientado a promover el planteamiento de problemas y a examinar los elementos implicados en el proceso de resolución, instalando la discusión sobre cómo fomentar su enseñanza en el aula.
Se intenta generar instancias de elaboración, contrastación y validación de conjeturas a través de la presentación de situaciones abiertas, a ser resueltas mediante regla y compás o con el uso de GeoGebra. Se pretende mostrar la multiplicidad de aspectos al plantear y resolver esta clase de problemas, centrando la atención en las heurísticas, procesos matemáticos y contenidos geométricos implicados en ambos entornos, así como en aquellos aspectos inherentes a la práctica profesional.

INTRODUCCIÓN
El estudio que presentamos está en el marco del proyecto de investigación “Procesos de aprendizaje en torno a las construcciones geométricas en la formación de profesores de matemática”[1], desarrollado en el Centro Regional Universitario Bariloche (CRUB) de la Universidad Nacional del Comahue.
El proyecto da continuidad a la investigación que viene desarrollando el grupo de trabajo respecto a la enseñanza de los problemas de construcción, cuando ésta se orienta a promover la exploración, las prácticas argumentativas y la apropiación de procedimientos heurísticos. En esta dirección, hemos abordado la temática desde distintos enfoques y en diferentes ámbitos, lo cual nos ha permitido analizar los problemas y la actuación docente desde cuatro miradas (las destrezas, el proceso de resolución de problemas, los métodos heurísticos y el contenido matemático a enseñar), e identificar elementos de competencia en torno a la enseñanza de esta clase de problemas.

[1]Proyecto financiado por la Secretaría de Investigación de la Universidad Nacional del Comahue. Argentina. Código: 04/B189.

Estos resultados nos abrieron una línea para seguir investigando, que toma como objeto de estudio las producciones que surgen de entornos de aprendizaje organizados desde las perspectivas anteriores.
Por ende, en el proyecto actual nos proponemos indagar los procesos de aprendizaje de las construcciones geométricas en espacios de formación inicial y permanente del profesorado de matemática, que contemplen la potencialidad conjunta de estas miradas.
Con tal propósito elaboramos un Modelo de Enseñanza (ME), que ha sustentado al curso-taller "Resolución de problemas de construcción de cuadriláteros en entornos de lápiz y papel y de Geogebra"[2], destinado a docentes en ejercicio y cuyas producciones serán objeto de estudio en próximas publicaciones.
En el presente trabajo reportamos este Modelo de Enseñanza, en el cual se pretende conjugar aspectos relacionados al planteamiento y resolución de problemas, a las heurísticas, a procesos y contenidos matemáticos implicados, y a aquellos aspectos inherentes a la práctica profesional al abordar la temática.

MARCO TEÓRICO

En este estudio consideramos los referentes teóricos ya descriptos en trabajos anteriores que han llevado a identificar las competencias puestas en juego al enseñar a resolver problemas de construcciones geométricas (Siñeriz & Puig, 2006; Siñeriz, Guillén & Quijano, 2013).
Se consideran las elaboraciones teóricas que provienen de Polya (1965, 1962-1965) y de Schoenfeld (1985) como base para organizar y analizar entornos de enseñanza al abordar esta clase de problemas. En particular se toman en cuenta las fases que componen el proceso de resolución de problemas (*comprensión, elaboración de un plan, ejecución y visión retrospectiva*) y los aspectos cognitivos implicados (*contenido matemático, trabajo heurístico y gestor*), rescatando además la clasificación de heurísticas de Puig (1996), que distingue entre *destrezas, herramientas, métodos y sugerencias generales*. Estos elementos fueron descriptos en trabajos ya presentados por las autoras por lo que sólo haremos mención a los mismos (Siñeriz & Quijano, 2015, Quijano & Siñeriz, 2012).
Entendemos que el proceso de resolución de problemas no es independiente del de plantearlos, y en este sentido consideramos líneas de trabajo que ofrecen distintas aproximaciones para dar lugar a la generación de problemas y al trabajo de carácter empírico que lleve a un proceso de exploración y búsqueda de argumentos (Brown & Walter, 1983; Skovsmose, 2000).
Además, en el presente estudio introducimos nuevas categorías para indagar los procesos de enseñanza y aprendizaje en un contexto de formación continua de profesores. Para ello centramos la atención en algunos aspectos inherentes a la práctica profesional y consideramos los conocimientos y competencias docentes para garantizar una enseñanza de calidad (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). Reagrupamos algunas categorías propuestas por estos autores lo que nos lleva a incorporar tres dimensiones para el análisis: conocimiento de los estudiantes como pensadores y aprendices; organización-gestión del aprendizaje; reflexión sobre la propia práctica.
El primero de ellos alude al conocimiento del docente respecto a dificultades y errores inherentes a la tarea, estrategias frecuentemente utilizadas por los estudiantes, y al uso de conocimientos previos como un punto de partida para la enseñanza. El segundo bloque da cuenta de cómo el docente organiza las interrelaciones en el aula (trabajo en grupo, como modelo, desde relato, intervenciones ante bloqueos), facilita la producción de conocimientos

[2] Este curso-taller de formación continua se desarrolló en el CRUB mediante cinco encuentros, cada uno de ellos semanal y de 4 hs. de duración, en los que participaron doce profesores de escuela secundaria.

(tipo de tareas, contextos, recursos para la enseñanza), desarrolla normas de trabajo en clase (producción de argumentos, explicación y justificación de soluciones, comprensión de razonamientos de pares) y considera fases para organizar la enseñanza. El tercer bloque se refiere a la reflexión de la práctica con el fin de enriquecerla, y a la síntesis de lo trabajado en clase.
A partir de estos elementos teóricos de referencia y de los resultados de estudios previos confeccionamos la propuesta de enseñanza para la formación del profesorado que presentamos en el siguiente apartado.

MODELO DE ENSEÑANZA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

El Modelo de Enseñanza (ME) que describimos a continuación está diseñado desde una perspectiva en la que se considera a la resolución de problemas en su doble aspecto, como contenido curricular objeto de enseñanza y como metodología para enseñar otros contenidos; y en este caso centramos la atención en los cuadriláteros.
El propósito del mismo es presentar aquellos elementos del plano heurístico que se ponen en juego al resolver las construcciones geométricas e instalar la reflexión sobre cómo fomentar en el aula tanto su enseñanza como la de contenidos matemáticos.
Además, se intenta promover el planteamiento de problemas y generar espacios que den lugar a procesos de elaboración y contrastación de conjeturas a través de la exploración, y a la producción de argumentos para validarlas.
Se pretende mostrar la multiplicidad de aspectos al plantear y resolver problemas, analizando las implicancias didácticas para considerarlas a la hora de elaborar planes de enseñanza.
Atendemos a las actuales orientaciones curriculares respecto a la presentación de problemas abiertos e incorporación de las Tics en las prácticas escolares, procurando que el uso de este recurso sea necesario para resolver las actividades previstas y no una mera imposición.
Consideramos que las fases por las que transitaría un resolutor ideal (Polya, 1965) pueden ser un medio para organizar el proceso de resolución y por ende, un elemento a tener en cuenta al planificar la enseñanza en resolución de problemas. Por esta razón concebimos a dichas fases como contenido a enseñar y como medio de organización de este ME.
Intentamos relacionar el proceso de resolver problemas con el de enunciarlos y a tal fin partimos de una situación abierta (SA) y organizamos el tránsito por las fases de modo de promover la formulación de problemas, el uso y transferencia de diferentes heurísticas, y la generación de ambientes de aprendizaje que den lugar a actividades propias del quehacer matemático, atendiendo además, a aquellos aspectos que pueden enriquecer la práctica profesional en este sentido. Asimismo, delimitamos los objetivos de cada una de las fases en función de estos propósitos de enseñanza. Cabe señalar que en el caso de las situaciones abiertas habrá que pensarlas no solamente respecto a las propias situaciones, sino en relación a cada uno de los problemas vinculados a ellas.

Situación abierta inicial:

Construir un paralelogramo dado un ángulo α y una diagonal D. Analizar la cantidad de soluciones. Confrontar el propio proceso de resolución con los demás integrantes del grupo, atendiendo a las distintas aproximaciones y conocimientos puestos en juego.

Esta situación está planteada para trabajar en hoja blanca, utilizando regla y compás. El uso de hoja blanca es un recurso para evitar que el cuadriculado se tome como referencia, debiéndose analizar, a partir de los datos e instrumentos habilitados, las propiedades de los objetos geométricos para efectivizar la construcción.

A partir de la misma se pretende iniciar el análisis del proceso de resolución, tanto propio como de pares desde una mirada ingenua, para luego introducir elementos teóricos del campo de resolución de problemas: reglas de trabajo en el dominio (establecer lo dado; operaciones básicas –copia de ángulos y segmentos-), distinción entre problema y ejercicio; noción de situación abierta; partes principales de un problema de construcción (datos, incógnita y condición); diferencia entre solución, resolución y proceso de resolución (Quijano y Siñeriz, 2012). Además, y atendiendo a la práctica profesional, resulta de interés examinar las variables didácticas que afectan al desarrollo de esta situación, tales como el uso de hoja blanca y los instrumentos permitidos.

Con la intencionalidad de poner el énfasis en la generación de problemas optamos por plantear la SA mencionada, donde parte del trabajo del resolutor es identificar los problemas asociados a la misma. La identificación de dichos problemas se establece como objetivo de la *fase de comprensión*, y es producto del examen previo de las posibles alternativas en cuanto a datos, incógnita y condición. Las opciones respecto a qué ángulo considerar como dado (ángulo entre lados; ángulo entre un lado y una diagonal; ángulo entre las diagonales) y a la posición relativa entre diagonal y ángulo (diagonal opuesta o interior al ángulo) llevan a determinar esta serie de problemas.

Las *fases de elaboración y ejecución del plan* se desdibujan en la situación abierta y estarían vinculadas a cada uno de los problemas incluidos en ella. Por ende, ambas fases se contemplan desde cada problema, y están centradas en el análisis de las propiedades y destrezas que subyacen en la resolución, en los cambios de punto de vista, en la explicitación de las estrategias y métodos implicados, y en la posterior evaluación del alcance y efecto del uso de las heurísticas empleadas. El propósito es poner de manifiesto el contenido matemático, las estrategias de monitoreo y las formas de trabajo heurístico involucradas en el proceso de resolución.

Centrados en estas fases, tomamos el caso en que el ángulo dado es el que forman los lados del paralelogramo, lo cual da lugar a dos problemas según sea la ubicación de la diagonal:

P1. Construir un paralelogramo dado el ángulo entre dos lados y la diagonal opuesta a dicho ángulo.

P2. Construir un paralelogramo dado el ángulo entre dos lados y la diagonal interior a dicho ángulo.

A su vez consideramos de interés diferenciar los procedimientos, según se comience la construcción fijando el ángulo o la diagonal, para analizar los aspectos cognitivos que subyacen en cada uno de ellos. En este punto se cotejan las heurísticas (uso de notación, trazado de construcciones elementales –mediatriz, paralela, perpendicular-, consideración de casos particulares, examen de posibilidades), los contenidos (reglas de trabajo en el dominio, propiedades, nociones geométricas) y las tareas de gestión (evaluación de condiciones implícitas en la construcción) puestos en juego en ambos procedimientos.

Situados en la *visión retrospectiva*, concebimos a esta fase como un espacio para la generación de nuevos problemas, y en ella incluimos dos instancias, la revisión y la extensión de la SA.

La revisión está marcada por una vuelta hacia atrás, por lo cual a través de preguntas generales llevamos a considerar la serie de problemas en su conjunto y a plantear nuevos interrogantes a partir del examen de las soluciones. Centramos la atención en los procedimientos utilizados en los distintos problemas, en la existencia y cantidad de soluciones, en la relación entre las soluciones o las características de las mismas.

La extensión consiste en mirar hacia adelante y generar nuevos problemas, por lo que examinamos en cada caso aquellos problemas que pueden surgir de posibles modificaciones del enunciado en cuanto a datos, incógnita y/o condición.

Ubicados en la instancia de revisión de los problemas P1 y P2, llevamos a responder las siguientes cuestiones considerando las dos alternativas para comenzar la construcción:
¿Qué características tienen las soluciones encontradas? ¿Qué se podría decir sobre la ubicación del cuarto vértice de los paralelogramos hallados? ¿Cuáles son las condiciones para que exista solución?
El entorno de lápiz y papel resulta insuficiente para responder a estas preguntas, por lo que el uso del GeoGebra se hace imprescindible para visualizar las respectivas soluciones y los lugares geométricos involucrados al empezar cada construcción:

- En P1, si se comienza fijando el ángulo α, el lugar geométrico implicado es parte de una elipse cuyo eje mayor está contenido en la bisectriz de α; en cambio si se fija la diagonal D, el lugar geométrico es el arco capaz AC(D,α).
- En P2, si comenzamos fijando el ángulo α, el lugar geométrico del cuarto vértice es el arco de circunferencia C(a, D), siendo a vértice de α; pero si comenzamos fijando la diagonal D, el lugar geométrico es el arco capaz AC(D, β) siendo β el suplemento de α.

A modo de ejemplo presentamos las imágenes de pantalla del GeoGebra, correspondientes a las resoluciones de P1, en las que se utilizaron respectivamente las dos alternativas que ofrece el programa para observar las soluciones posibles: la herramienta "lugar geométrico" (Figura 1) o la opción "mostrar rastro" (Figura 2).

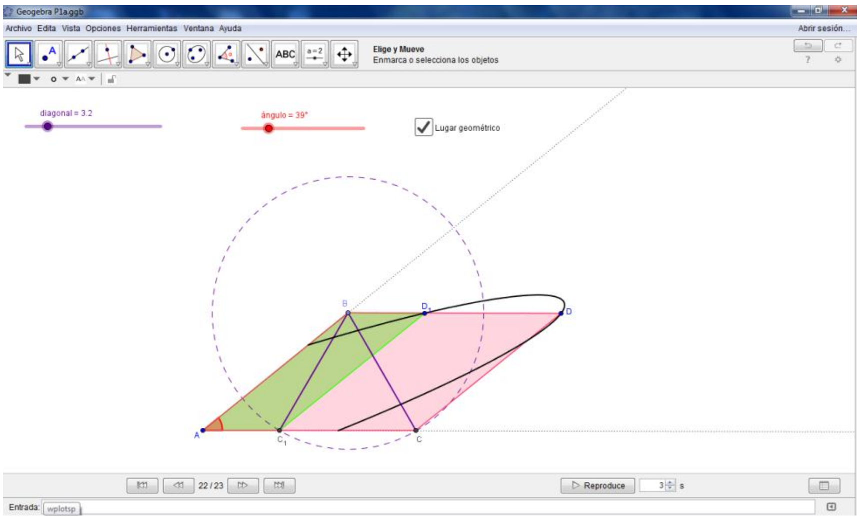

Figura 1. Construcción de P1 fijando el ángulo

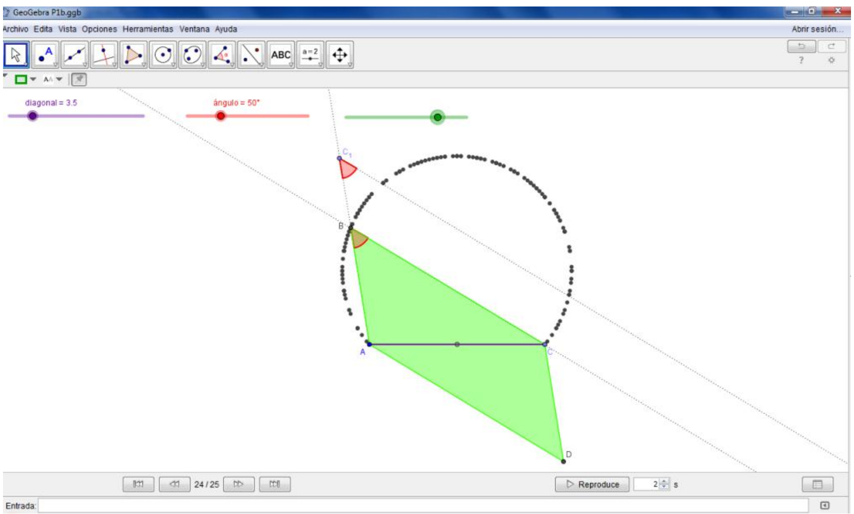

Figura 2. Construcción de P1 fijando la diagonal

El software también facilita el estudio de las condiciones para la existencia y unicidad de la solución, ya que permite modificar los datos manteniendo las propiedades de los objetos construidos.
Como cierre de esta etapa de revisión y síntesis de los contenidos trabajados, orientamos a cotejar los procedimientos y conocimientos puestos en juego en ambos entornos.
Cabe indicar que el uso del software en este ME no sólo está pensado como instrumento para resolver el problema, sino como recurso de enseñanza en la práctica docente. A fin de garantizar una familiarización con este recurso tecnológico y facilitar su incorporación en el aula, se propone una secuencia complementaria de actividades orientadas al manejo de las herramientas básicas del programa. Así también dichas actividades llevan a establecer la diferencia entre una construcción y un dibujo, dependiendo de que el objeto construido preserve o no sus características al "mover" cualquiera de sus elementos.
Atendiendo ahora a la extensión de los problemas P1 y P2, proponemos el análisis de las condiciones mínimas que habría que imponer para que la incógnita esté determinada, lo que lleva a enunciar problemas agregando un nuevo dato. Esta instancia está centrada en la explicitación de métodos para su transferencia a otras situaciones.
Entre los diferentes problemas que se pueden plantear, se selecciona el siguiente para ser resuelto utilizando el software:
Q. *Construir un paralelogramo dado el ángulo entre lados, una diagonal y un lado (α,D,L)*
Siguiendo el esquema de trabajo anterior, se atiende a las posiciones entre diagonal y ángulo (Q1 corresponde a diagonal opuesta al ángulo; Q2 a diagonal interior) y a las posibilidades de comenzar la construcción.
La intencionalidad de presentar este problema es la introducción de los métodos heurísticos implicados en la resolución de las construcciones geométricas (Siñeriz & Puig, 2006).
El Método de los Dos Lugares consiste en reducir el problema a la determinación de un punto, el cual se halla mediante la intersección de dos lugares geométricos construibles con regla y compás (los lugares implicados deben ser circulares o rectilíneos).
El Método de la Figura Auxiliar, tal como su nombre lo indica, radica en la construcción de una figura que, si bien no resuelve el problema, es el primer paso para la solución a partir del cual se apoyará la construcción de la incógnita. Esta figura auxiliar constituye un nuevo problema a resolver para lo cual se recurre al método de los dos lugares.
En el caso de Q1, la figura auxiliar implicada es un triángulo del que se conocen los lados D y L, y el ángulo opuesto a D. Dicho triángulo se construye utilizando el método de los dos lugares, dependiendo estos lugares del dato que se fija para comenzar la construcción. Sin la intención de caracterizar estos lugares geométricos, nos referiremos a ellos en líneas generales: si se comienza fijando el ángulo α, los lugares implicados son dos circunferencias; en cambio si se fija la diagonal D, los lugares son un arco capaz y una circunferencia; y si se comienza por el lado L, los lugares geométricos en juego son una circunferencia y una semirrecta.
Una vez construida esta figura auxiliar, el paralelogramo buscado puede construirse utilizando diferentes herramientas que ofrece el programa: recta paralela, simetría central o circunferencias dados centro y radio.
En la Figura 3 se muestran las soluciones halladas al iniciar la construcción a partir de la diagonal pudiéndose observar las figuras auxiliares y los lugares geométricos involucrados.

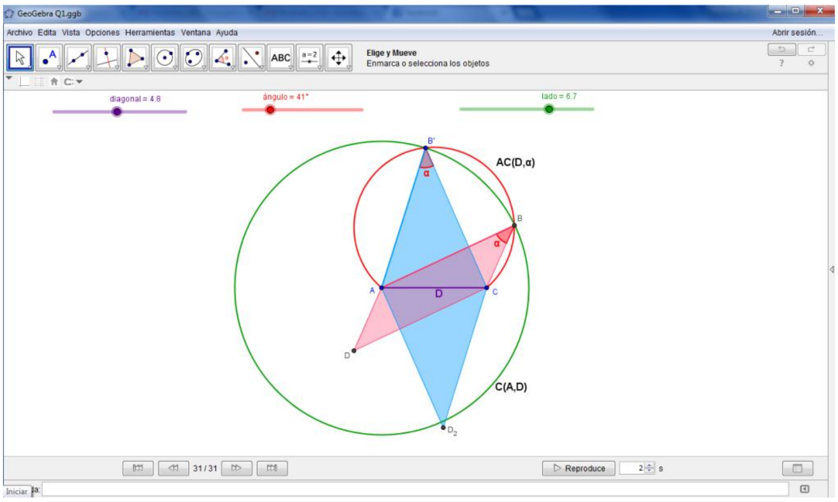

Figura 3. Construcción de Q1 fijando la diagonal

En el caso en que la diagonal sea interior al ángulo (problema Q2), se puede recurrir directamente al método de los dos lugares, siendo estos circunferencias, rectas paralelas o un arco capaz, dependiendo de cómo se comience la construcción.

El Modelo de Enseñanza contempla en esta instancia no sólo los métodos heurísticos sino que también se analizan posibles errores debidos a la imposición de condiciones, se examina el contenido matemático que subyace en la argumentación respecto a la cantidad de soluciones del problema Q, y se realiza una nueva extensión considerando alternativamente modificaciones en cuanto a los datos, incógnita y condición.

En este punto, de la variedad de respuestas que pueden surgir se plantea el trabajo en torno al siguiente problema R, que responde a un cambio en la incógnita de Q:

R. Construir en Geogebra un trapecio isósceles dado un lado, una diagonal y el ángulo entre dos lados.

El mismo está orientado a afianzar los conocimientos puestos en juego en la resolución de problemas y que son objeto de enseñanza: la consideración de lo dado como punto de partida, el análisis de la suficiencia de datos, el examen de posibilidades como estrategia de resolución de problemas, el uso de métodos a través de la construcción de figuras auxiliares o la búsqueda de lugares geométricos para determinar la incógnita, la evaluación de la existencia y cantidad de soluciones, el análisis de los contenidos implicados.

Dado que en el ME consideramos a sus destinatarios no sólo como resolutores, sino también como orientadores del trabajo en el aula, los aspectos vinculados al ejercicio profesional constituyen un contenido transversal a las distintas fases en que se organiza la enseñanza.

En esta dirección se propone el análisis de producciones de estudiantes provenientes de otro ámbito en el que se aborda la SA inicial. A la luz de los elementos teóricos vistos se examinan las resoluciones y descripciones del propio proceso de alumnos de profesorado de Matemática, a partir de las siguientes categorías: contenidos (propiedades y argumentación), grado de precisión en el lenguaje durante la descripción, destrezas (uso de notación y precisión en los trazados), algoritmos de construcción, heurísticas (examen de posibilidades, uso de analogía, casos particulares), reformulación del problema, uso de la figura de análisis, métodos implícitos.

Asimismo se presenta un plan de clase en torno al problema T que enunciamos a continuación, el cual puede ser considerado también como extensión de Q.

T. *¿Es posible construir un paralelogramo dado dos lados consecutivos y la diagonal? ¿Cuántos son posibles construir? Justifica*

Este material contempla el tratamiento del problema desde un entorno de lápiz y papel y de GeoGebra para su posterior comparación, haciendo explícito los componentes inherentes a toda planificación (propósitos, metodología, objetivos, anticipaciones de respuestas). Además en él se presentan criterios para la elección de "buenos" problemas: que la actividad no sea cerrada, que no brinde más información de la que se necesita para resolverla, que no se encuentre demasiado pautada, que requiera justificar, que el uso de recursos surja por necesidad.

Siguiendo esta línea de trabajo centrada en los conocimientos que conciernen a la práctica docente, se propone la elaboración de posibles preguntas al abordar la siguiente situación en el aula:

Sea ABCD un cuadrilátero cualquiera y EFGH el cuadrilátero que resulta de unir las intersecciones de las bisectrices de los ángulos interiores del ABCD.

Analizar todas las características y propiedades que se pueden anticipar del EFGH si se conocen las características y propiedades del ABCD.

El objetivo de esta actividad es analizar la potencialidad de la situación planteada, y la manera de enriquecerla anticipando intervenciones que hagan aflorar diferentes conocimientos matemáticos; por ejemplo cabe formular las siguientes cuestiones: ¿Siempre queda determinado un cuadrilátero con la intersección de las bisectrices?, ¿Qué características tiene el cuadrilátero EFGH cuando el ABCD es cuadrado? ¿Y cuando el ABCD es un rombo o trapecio? ¿Siempre queda determinado un polígono a partir de la intersección de las bisectrices? ¿Puede ser exterior al ABCD? Y recíprocamente, si el cuadrilátero final es un cuadrado ¿qué características tiene el ABCD? ¿Y si es un rectángulo? ¿Y si es un trapecio? ¿Y si es un paralelogramo?

Por último, y como trabajo final, se plantea una actividad que lleva a integrar todos los conocimientos que fueron objeto de enseñanza en este modelo. Para ello se propone la elaboración de una propuesta de aprendizaje en torno a una situación abierta a elección personal, la cual incluye: justificación de su elección, propósitos, metodología, contenidos, conocimientos previos, posibles estrategias de los estudiantes, anticipación de errores e intervenciones docentes, cierre y reflexión sobre la presencia de los elementos teóricos en dicha propuesta.

REFLEXIONES FINALES

Con este reporte hemos querido dar cuenta de un Modelo de Enseñanza que surge de la transferencia de resultados de investigaciones previas y del estudio de la potencialidad de diferentes situaciones abiertas para la apropiación de heurísticas y la puesta en marcha de prácticas propias del quehacer matemático, tales como la conjetura y la producción de pruebas.

Nuestra intención ha sido presentar elementos para la enseñanza de resolución de problemas, que puedan ser utilizados a la hora de interpretar el proceso de resolución de los estudiantes y de planificar la tarea docente.

Pretendimos mostrar la complejidad didáctica que supone el tratamiento de las construcciones geométricas en el aula, presentando actividades e intervenciones para organizar la enseñanza, tendientes a propiciar el planteamiento de problemas y el desarrollo de competencias para su resolución.

Como ya hemos mencionado, este modelo fue implementado con docentes de escuela secundaria y nuestro propósito es, en una próxima etapa, analizar las producciones emergentes en ese contexto. Los resultados de estos datos empíricos nos brindarán nuevos elementos vinculados a los procesos de aprendizaje en torno a los problemas de construcción, que habrá que considerar al organizar nuevos planes para su enseñanza en espacios de formación de profesores.

BIBLIOGRAFÍA

- BROWN, S. I. & WALTER M. I. (1983).*The art of problem posing.* Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- POLYA, G. 1962-1965. *Mathematical discovery* (2 Vols.). (John Wilwy and Sons, New York, USA).
- POLYA, G. 1965: *Cómo plantear y resolver problemas*. (Ed. Trillas, México, [orig. published 1945]).
- PUIG, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.
- QUIJANO, M. & SIÑERIZ, L. (2012). Construcciones de triángulos con regla y compás: análisis de producciones de estudiantes de nivel medio. En M. Ascheri, R. Pizarro, N. Ferreira y G. Astudillo (Eds.), *Memorias Reunión Pampeana de Educación Matemática IV*, 37-46. Santa Rosa: EdUNLPam.
- SCHOENFELD, A. H. 1985. *Mathematical problem solving*. (Academic Press: Orlando, FL).
- SCHOENFELD, A. H. & KILPATRICK, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In D. Tirosh & T.Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- SIÑERIZ, L., GUILLÉN, G. & QUIJANO, M. (2013). Hacia un modelo teórico respecto a la enseñanza de las construcciones geométricas que favorezca el trabajo heurístico y las prácticas argumentativas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de matemática Educativa 26*, 111-119. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- SIÑERIZ, L., & PUIG, L. (2006). Un modelo de competencia para la resolución de problemas de construcción con regla y compás. En J. Aymerich y S. Macario Vives (Eds), *Matemáticas para el siglo XXI* (pp. 323-331). Castellón: Publicacions de la Universitat Jaume I.
- SIÑERIZ, L. & QUIJANO, T. (2015). Análisis de la actuación docente en el nivel medio al abordar la construcción de triángulos dados dos lados y una altura. *Actas IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales.* La Plata: Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de La Plata. Disponible en http://jornadasceyn.fahce.unlp.edu.ar/convocatoria
- SKOVSMOSE, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista Ema*, *6*(1), págs. 3-26.