#### **CB13**

# RESOLVIENDO PROBLEMAS: UNA EXPERIENCIA COLABORATIVA ENTRE PROFESORES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA Y DE LA UNIVERSIDAD

Fernanda Viola & Silvina Smith

FAMAF-Universidad Nacional de Córdoba Av. Medina Allende s/n, Ciudad Universitaria- Córdoba fviola@famaf.unc.edu.ar; smith@famaf.unc.edu.ar

Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación: Relato de experiencia de enseñanza o capacitación, Educación Secundaria

Palabras Clave: trabajo colaborativo, resolución de problemas, funciones, práctica docente

#### **RESUMEN**

Este reporte presenta una síntesis del trabajo colaborativo llevado a cabo entre docentes de matemática de nivel secundario del Instituto Remedios Escalada de San Martín, Villa Carlos Paz, y miembros del grupo de investigación en Educación Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Córdoba.

El trabajo se realizó en el marco de un taller de resolución de problemas, en el cual se propició un espacio tanto de reflexión acerca del significado y alcance de esta actividad, como de producción por parte los profesores de matemática de la institución.

Los encuentros estuvieron centrados en torno a problemas vinculados a tres ejes: Geometría, Funciones y Combinatoria, probabilidad y estadística. En este trabajo solo se presentarán algunas discusiones relacionadas con el eje Funciones.

## INTRODUCCIÓN

En 2014, docentes de matemática de nivel secundario del Instituto Remedios Escalada de San Martín, Villa Carlos Paz, y miembros del grupo de investigación en Educación Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Córdoba, llevamos a cabo un trabajo colaborativo centrado en un taller de resolución de problemas.

La iniciativa surgió a partir de una inquietud de las autoridades de la institución de nivel secundario ante el desempeño de sus alumnos, tanto en evaluaciones internacionales (PISA) como en el Operativo Nacional de Evaluación (ONE). La meta principal de la institución era desarrollar un programa de sensibilización y capacitación en matemáticas, específicamente orientado a la resolución de problemas, con el ánimo de generar a través de dicho programa nuevas estrategias de enseñanza que redundaran en una mejora del rendimiento de sus alumnos en las diversas instancias evaluativas.

A partir de esta demanda, y una vez establecidas sus necesidades, ofrecimos el taller. El objetivo de nuestra propuesta fue instalar un espacio en el cual los profesores de matemática de la institución pudiesen reflexionar acerca del significado y alcance de la expresión "resolución de problemas" y hacer conscientes sus propios procesos de pensamiento, para luego realizar propuestas de trabajo en el aula potencialmente generadoras de ambientes de aprendizaje favorables para el desarrollo, por parte de los alumnos, de habilidades para la resolución de problemas.

Los encuentros estuvieron organizados en torno a dos líneas de trabajo, interrelacionadas: tendencias en educación matemática y resolución de problemas. En particular, nos concentramos en problemas vinculados a tres ejes: Geometría, Funciones y Combinatoria, probabilidad y estadística.

La propuesta se canalizó institucionalmente a través de un convenio entre partes.

# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: NUEVOS ESCENARIOS

El desarrollo de habilidades para la resolución de problemas es una preocupación tan frecuente como antigua en el ámbito de la Educación Matemática. Actualmente, la resolución de problemas aparece también en relación a la evaluación, como sucede en los dispositivos de evaluaciones de matemática nacionales (ONE) e internacionales (PISA).

La expresión misma "resolución de problemas" es objeto de discusión, pudiendo significar desde trabajar con ejercicios rutinarios hasta hacer matemática como un profesional (Schoenfeld, 1992). Desde esta perspectiva, consideramos importante presentar a los profesores —para que luego ellos puedan hacerlo con sus alumnos— situaciones que representen verdaderos desafíos, que si bien puedan ser abordadas con los conocimientos que dominan, demanden además la producción de relaciones nuevas en la búsqueda de una solución posible.

En una actividad de resolución de problemas, la participación activa del sujeto se torna parte de su propio proceso de aprendizaje. En este sentido, el éxito de una actividad de resolución de problemas depende en gran medida de las condiciones que se generen en el aula para su desarrollo. Skovsmose (2000) distingue dos formas de organizar la actividad de los estudiantes: el paradigma del ejercicio y el escenario de investigación. Este último "invita a los estudiantes a involucrarse en un proceso de exploración y explicación" (Skovsmose, 2000, p. 3), tornándose de este modo en un entorno propicio para la resolución de problemas. El autor combina cada una de estas formas de organización de las actividades con tres tipos de referencia, dando lugar a una matriz que define seis tipos diferentes de ambientes de aprendizaje, destacando que las líneas que separan los ambientes no deben ser consideradas como divisorias estrictas, e invitando a los docentes a transitar por todos los ambientes, aún cuando este acto implique abandonar una zona de comodidad para adentrarse en una zona de riesgo.

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 1. Matriz de ambientes de aprendizaje (Skovsmose, 2000, p.10)

El artículo de Skovsmose al que se hace referencia fue analizado en detalle durante el taller. Para profundizar este análisis, se presentaron también aportes del trabajo de Ponte (2005) acerca de la gestión curricular en matemática. Este autor reconoce la existencia de diferentes tipos de tareas, las cuales se organizan en torno a cuatro dimensiones: el grado de desafío, el

grado de estructura, la duración y el contexto de la tarea. Las dos dimensiones fundamentales son el grado de desafío matemático, que se relaciona con la percepción de dificultad de una cuestión, y el grado de estructura, que varía entre los polos cerrado y abierto. En una tarea cerrada está claramente dicho lo que se da como información y lo que se pide, mientras que una tarea abierta comporta un grado de indeterminación significativo, ya sea en lo que se aporta, en lo que se pide, o en ambas cosas. El cruce de estas dos dimensiones genera cuatro cuadrantes, en los cuales se ubican las diferentes tareas, de acuerdo a las propiedades de las mismas (Ponte, 2005, p.8):

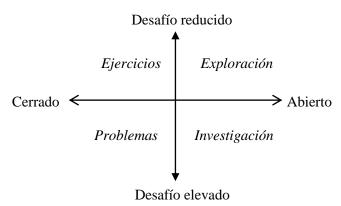


Figura 2. Relación entre los diferentes tipos de tareas en términos de grado de desafío y estructura

Al igual que en la matriz de Skovsmose, las líneas divisorias que generan los cuadrantes no son estrictas. Las otras dos dimensiones, duración y contexto, también son representadas gráficamente por el autor (Ponte, 2005, p.10):

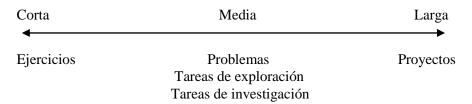


Figura 3. Diversos tipos de tareas en cuanto a su duración

Para Ponte, las tareas de larga duración pueden ser ricas, ya que permiten construir aprendizajes profundos e interesantes, pero conllevan un riesgo importante, puesto que los alumnos pueden dispersarse y perder el interés. La dimensión de contexto plantea como polos extremos a la matemática pura y la realidad.

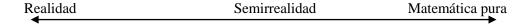


Figura 4. Diversos tipos de tareas en cuanto a su contexto

Ponte cita en su artículo el trabajo de Skovsmose mencionado previamente, relacionando su noción de contexto con los tipos de referencias que plantea aquel. También coincide con Skovsmose en cuanto a la necesidad de diversificar tareas, y que cada tipo de tarea desempeña un papel en el logro de contenidos curriculares.

Luego de la discusión de los textos de Skovsmose y Ponte, los docentes de la institución fueron invitados a reflexionar acerca de su propio posicionamiento: en qué ambiente/s se

veían ellos mismos, cuál/cuales parecían, a su juicio, ser más adecuados para el desarrollo de habilidades en torno a la resolución de problemas y si consideraban factible moverse en estos ambientes.

Posteriormente, trabajamos con los docentes algunos problemas seleccionados de la página http://erasq.acer.edu.au/index.php?cmd=toProblemSolving, a fin de discutir habilidades que se pueden desarrollar a partir del trabajo en clase con este tipo de actividades. Los docentes analizaron, para cada problema, qué conocimientos se pueden poner en juego, en qué ambiente de aprendizaje se ubicaría en relación a la matriz de Skovsmose y de qué tipo de actividad se trata, en términos de Ponte. En el marco de esta discusión, se enfatizaron algunos aspectos que comúnmente no son considerados en una clase de matemática "tradicional", por ejemplo, que las soluciones a los problemas pueden no ser producto de un cálculo numérico, una operación matemática o un procedimiento memorizado anteriormente, sino requerir el planteo de estrategias, la formulación de hipótesis o conjeturas, etcétera; que el resultado de una actividad puede no ser único; que es útil buscar regularidades. Los docentes reflexionaron también acerca del entorno tecnológico en el cual están planteadas las actividades, observando que el mismo permite realizar tareas de exploración de manera más eficaz, ya que el alumno puede "probar" diversas estrategias de manera interactiva. Acotaron que las instancias de evaluación solo pueden gestionarse con el uso de tecnologías si los alumnos han tenido previamente situaciones de aprendizaje similares.

## TRABAJO SOBRE LOS EJES DE CONTENIDOS: RESOLVIENDO PROBLEMAS

El taller culminó con un trabajo en relación a los ejes Geometría, Funciones y Combinatoria, probabilidad y estadística, los cuales se corresponden con los contenidos curriculares de la provincia de Córdoba y con la división que establece PISA para matemáticas: Cantidad, Espacio y forma, Cambio y relaciones, Incertidumbre. Por cuestiones de espacio, solo relataremos lo acontecido con el eje Funciones.

## Resolviendo problemas sobre funciones

El tratamiento de funciones en la enseñanza secundaria ocupa un lugar importante en la currícula, incluso conforma un eje que atraviesa todo el nivel secundario. El Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba propone su estudio en términos de "Análisis de variaciones". En particular explicita:

"[El docente] Presentará actividades que contemplen los principales **elementos que integran la noción de función**: variación, dependencia, correspondencia, simbolización, expresión de dependencia, y diferentes formas de representación. De esta manera se apunta a una mejor conceptualización de la noción de función que cumple el rol de herramienta para resolver problemas, en lugar de priorizar la algoritmación que encubre la dependencia, la variación y el cambio, que son fundamentales a la hora de resolver problemas". (p. 48)

De esta forma, el diseño curricular hace hincapié en "la interpretación de gráficos y fórmulas que representen variaciones lineales y no lineales en función del problema a resolver". (p. 40) Por su parte, las pruebas PISA proponen entre los contenidos a evaluar, aquellos vinculados a Cambios y relaciones. Los problemas que se plantean en relación a ese eje se fundamentan en que:

"Cada fenómeno natural es una manifestación del cambio; el mundo en nuestro entorno muestra una multitud de relaciones temporales y permanentes entre fenómenos. [...] El pensamiento funcional, es decir, pensar en términos de y acerca de relaciones, es una de

las metas disciplinares fundamentales en la enseñanza de las matemáticas. Las relaciones pueden representarse mediante una diversidad de sistemas, incluyendo símbolos, gráficas, tablas y dibujos geométricos". (PISA 2003, INECSE, p. 19)

Esto muestra que lo que se pretende enfatizar es la variación que conlleva el estudio de funciones más que su tratamiento algebraico.

En el caso de los Operativos Nacionales de Evaluación (ONE), los contenidos que evalúa difieren de lo propuesto en el Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba, ya que explicita en primer lugar el reconocimiento de conceptos tales como dominio e imagen de una función, aplicar las propiedades de las operaciones involucradas en la fórmula, para luego realizar interpretaciones de gráficos.

Al comenzar el trabajo en el taller, la primera pregunta que se les formuló a los docentes fue ¿qué definición de función trabaja en el curso? Esta pregunta no es trivial ya que, históricamente, la noción de función se fue modificando a partir de los aportes de las teorías que fueron emergiendo. Las distintas definiciones hacen evidentes u ocultan diversas nociones asociadas al tratamiento de las funciones. Es decir, cada definición aporta elementos que pueden ser de ayuda en la resolución de algún tipo particular de problema. Además, el Diseño Curricular de la provincia de Córdoba se posiciona implícitamente en un trabajo que se distancia de la definición de funciones trabajada en la matemática moderna.

En el debate que se generó entre los docentes de la institución, se reconocen las siguientes definiciones (entre paréntesis se coloca el curso donde dicta clases el docente):

Definición 1 (3° año): **Relación** entre dos variables es función cuando a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.

Definición 2 (3° año): Una relación es función cuando a cada elemento del dominio le corresponde uno y solo un elemento de la imagen.

Definición 3 (4° año): **Relación** entre dos **conjuntos** en donde es una función cuando **a cada elemento** del conjunto de **partida** le corresponde un único elemento del conjunto de **llegada**.

Definición 4 (5° año): A partir de la definición anterior, un profesor agrega que: A todo elemento del conjunto de partida debe corresponderle un elemento del conjunto de llegada.

También se dejó planteado que la formalización de la noción de función se realiza en 3º año. En 1º año se trabaja, tal como lo sugiere el Diseño Curricular provincial, con tablas de valores en problemas de proporcionalidad. Este primer trabajo es con magnitudes y luego en 3º se comienza a hablar de variables.

Remarcamos los conceptos en cada definición para debatir sobre ellos. Por ejemplo, en el caso de las definiciones que trabajan los docentes en 3º año, se debatió: ¿es lo mismo hablar de "elementos" que de "valor"?, al observar las definiciones 1 y 2 ¿cuál es la relación entre el concepto de "dominio" y "variable independiente"?, ¿qué es una "relación"? Es claro que las definiciones 2 a 4 se enmarcan más en la teoría de conjuntos, mientras que la primera se basa en teorías analíticas. Esta decisión de los docentes de trabajar con esas definiciones, se puede entender desde la cultura escolar instaurada, ya que los actuales Diseños Curriculares de la Provincia de Córdoba no contemplan el estudio de la teoría de conjuntos.

Además, se analizaron qué conocimientos previos suponen deben tener los alumnos y qué problemas pueden resolverse a partir del tratamiento con esa definición.

Los docentes reconocieron la diversidad de criterios en la selección de una definición, argumentando que los alumnos construyen distintas herramientas a lo largo de su escolaridad.

Por consiguiente, es natural que las definiciones no sean las mismas en cada año de estudio. Sin embargo, notaron también que este pluralismo de definiciones pocas veces es discutido en términos de qué alcance tiene cada una de ellas o qué relaciones existen entre cada definición planteadas por los docentes. En este sentido, incluso en aquellas definiciones de función que eran abordadas a partir de la teoría de conjuntos, había diferencias en el lenguaje empleado y los conceptos que involucran: por ejemplo, utilizan conjunto de partida y de llegada en algunos casos y en otros trabajan la noción de dominio e imagen. Observaron también que, implícitamente, todos suponían que manejaban una única definición del concepto; y esta idea se apoya en pensar que hay una única forma de definir función y es la que ellos estudiaron en el trayecto de su formación inicial.

Teniendo en cuenta la discusión teórica, se abordaron los siguientes problemas. Para cada uno de ellos se analizó qué definición resulta más pertinente en la búsqueda de solución del mismo.

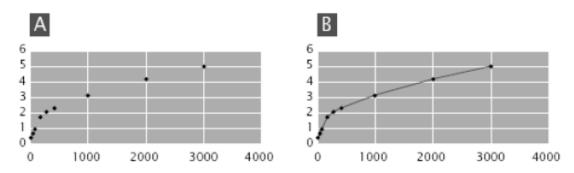
# Problema: Tarifas postales

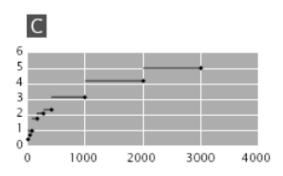
Este problema se propone para alumnos de 3º año en las pruebas PISA. El mismo consta de dos partes. Analizaremos la primera pregunta, en la que los alumnos deben reconocer qué gráfico representa mejor una tabla de datos.

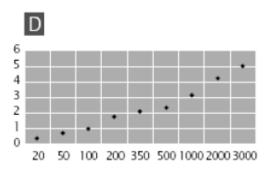
Las tarifas postales de Zedlandia están basadas en el peso de los paquetes (redondeado a gramos), como se muestra en la tabla siguiente:

Peso (redondeado a	Tarifa
gramos)	
Hasta 20 g	0,46 zeds
21  g - 50  g	0,69 zeds
51 g – 100 g	1,02 zeds
101 g – 200 g	1,75 zeds
201 g – 350 g	2,13 zeds
351 g – 500 g	2,44 zeds
501 g – 1000 g	3,20 zeds
1001 g – 2000 g	4,27 zeds
2001 g – 3000 g	5,03 zeds

¿Cuál de los siguientes gráficos es la mejor representación de las tarifas postales en Zedlandia? (El eje horizontal muestra el peso en gramos, y el eje vertical muestra el precio en zeds.)







Es claro que primero los alumnos deben identificar las variables representadas en los dos ejes y luego reconocer cuál es la relación entre estas variables.

Notamos que se presentan diferentes tipos de gráficos: en variables discretas o continuas, gráficos que muestran funciones continuas o con discontinuidades. Este tipo de gráficos no se analiza comúnmente en el ciclo básico, por lo que posiblemente para los alumnos sea la primera vez que se enfrentan a este tipo de situación.

Los docentes, al analizar las posibles respuestas, coincidieron en argumentar que los alumnos seleccionarán el gráfico B como respuesta correcta¹ (siendo la respuesta correcta el ítem C), ya que es un gráfico continuo (al cual los alumnos están habituados) y los puntos marcados corresponden a los datos que presenta la tabla para el punto extremo inferior de cada intervalo. Asimismo, reconocieron que el problema apunta al trabajo con las representaciones de una función, sin necesidad de conocer la expresión analítica de la misma. En este sentido, las nociones de la definición de función que se emplean implícitamente son las de variables (dependiente e independiente) y la relación entre ellas.

En términos de Ponte, los docentes clasificaron la tarea como un problema con referencia a la semirrealidad, con un nivel de desafío elevado.

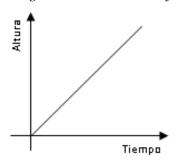
# Problema: El depósito de agua

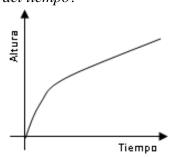
Este problema fue seleccionado entre los problemas de la prueba PISA. Consta de una única pregunta donde los alumnos deben reconocer qué gráfico representa mejor la situación.

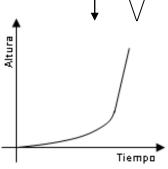
Un depósito de agua tiene la forma y dimensiones que se muestran en el dibujo.

Inicialmente el depósito está vacío. Después se llena con agua a razón de un litro por segundo.

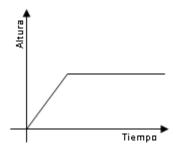
¿Cuál de los gráficos siguientes muestra la altura que alcanza la superficie del agua en la cisterna en función del tiempo?

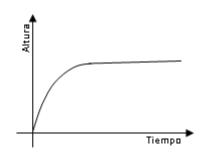






<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A diferencia de lo que suponían los docentes, el 52% de los alumnos de esta institución marcaron como correcta la opción D. Observando los gráficos, notamos que es el único que presenta una escala similar a la que se muestra en la tabla, y los puntos representados corresponden a los valores del extremo superior de cada intervalo. La noción de continuidad no intervino en el análisis realizado por los alumnos.



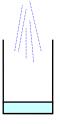


A diferencia del problema anterior (Tarifas postales), la dificultad radica en la noción de variación del crecimiento de la función. Es decir, está implícita la noción de cambio en términos de derivada de la función en un punto. Es por ello que los docentes ubicaron al problema como de alto grado de desafío: los alumnos deben reconocer las variables que se relacionan, el punto de inflexión entre la forma cónica y la cilíndrica del recipiente y el crecimiento de la altura del líquido en función del tiempo.

Este tipo de problemas conlleva un trabajo previo sobre análisis de variaciones y va más allá de la definición de lo que es función, y es claro que la definición conjuntista brinda muy pocas herramientas para ayudar a resolverlo. Con los docentes se trabajaron las siguientes propuestas, que comienzan el estudio de la situación a partir de problemas con menor grado de desafío.

Problema A: Se arroja agua en un recipiente cilíndrico, obteniéndose las siguientes mediciones de la altura del nivel de líquido y el volumen contenido en el recipiente. Realice el gráfico del nivel de líquido en el recipiente en función del volumen.

Volumen	Altura
(cm <sup>3</sup> )	(cm)
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5



Notemos que, en este caso, las variables que se toman son el volumen y la altura, mientras que en el problema anterior las variables eran tiempo-altura. Reconocer la altura en función del volumen es más "natural". Se puede proponer en un aula una discusión acerca de qué variables son dependientes y cuáles independientes y qué dupla de variables es interesante tomar.

Problema B: Para cada uno de los siguientes recipientes, graficar el nivel de líquido contenido en función del volumen:

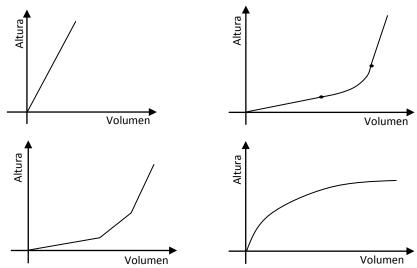








Problema C: Los siguientes gráficos representan el nivel de líquido en un recipiente en función del volumen vertido en el mismo. Dibujar el recipiente correspondiente a tales gráficos.



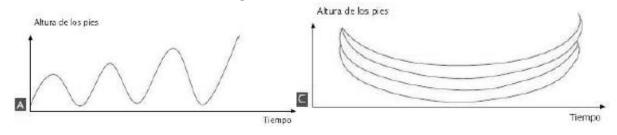
Los problemas B y C son tareas recíprocas: mientras que en el problema B deben realizar el gráfico de acuerdo al recipiente, en el problema C deben identificar qué forma tiene el recipiente.

A partir de esta discusión y el trabajo con los problemas, uno de los docentes propuso una actividad que incluyó una fase de experimentación con diferentes recipientes, para llevar el problema a una tarea de exploración. En ese trabajo, consideraron importante el uso de las TIC. La secuencia de actividades y su gestión en el aula fue presentada en la XXXVIII Reunión de Educación Matemática<sup>2</sup>.

## Problema: El columpio

El siguiente problema fue tomado de las pruebas PISA, donde se debe identificar una función continua.

Mohammed está sentado en un columpio. Empieza a columpiarse. Está intentando llegar tan alto como le sea posible. ¿Cuál de estos gráficos representa mejor la altura de sus pies por encima del suelo mientras se columpia?



<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Cabrera, H. 2015. Acercamiento básico al trabajo de modelización: Actividad experimental para el trabajo de funciones. XXXVIII REM. Universidad Nacional del Litoral.



En primer lugar, los alumnos deben identificar las variables. Lo interesante de este problema es el tipo de gráficos que presenta, uno de los cuales no representa una función.

Para los docentes, este problema no presentaría demasiados inconvenientes en los alumnos. Sin embargo, surgió el debate entre la representación gráfica de la relación entre la altura de los pies en función del tiempo y la representación del movimiento de los pies respecto al suelo (cuyo gráfico no corresponde a una función).

## **REFLEXIONES FINALES**

La posibilidad de trabajar diversos problemas sobre el tratamiento de funciones fue un aspecto muy valorado en el grupo de profesores. En el debate del taller, surgieron cuestiones en relación a la práctica habitual, que a veces se aleja de lo propuesto en los Diseños Curriculares. Asimismo, se evidenció la necesidad de acordar el trabajo sobre una definición de función que atienda a los tipos de problemas que se pretenden abordar. En este sentido, trabajar con la noción conjuntista de función no responde a los requerimientos del Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba ni a lo que se propone desarrollar en el aula en torno a este concepto.

En términos generales, y en relación a los objetivos propuestos al inicio del taller, los aspectos más relevantes que destacamos son:

- El trabajo colaborativo. La instancia del taller generó en los docentes de la institución la necesidad de continuar trabajando colaborativamente, manteniendo un espacio para un diálogo reflexivo, con registro de discusiones, avances, puntos de vista, etcétera.
- El regreso a espacios de trabajo matemático. Chevallard, Bosch y Gascón (1997) proponen discutir cuestiones matemáticas entre profesores en lo que ellos llaman la Tienda de Matemática, un espacio donde se resuelven problemas matemáticos diversos que surgen de preguntas planteadas por ellos. Para los autores,

"Un profesor de matemáticas es, ciertamente, un matemático. Pero lo puede olvidar fácilmente si solo hace de matemático para sus alumnos. Si solo es matemático por razones didácticas. O, por decirlo de manera más técnica, si solo es matemático para satisfacer necesidades matemáticas de origen didáctico. Porque se olvida entonces que hay necesidades matemáticas que no son de origen didáctico. La Tienda [de Matemáticas] está ahí para recordarles (...) que hay necesidades matemáticas que no tienen nada que ver con el aprender y el enseñar matemáticas... Y, finalmente, porque estas necesidades matemáticas... ¡bien hay que satisfacerlas!" (p. 32)

Después del taller, los profesores de la institución adoptaron como práctica las reuniones periódicas, no solo para acordar temáticas, sino también para resolver y discutir problemas

matemáticos, sin restringirse a los problemas que cada uno puede abordar en su respectivo curso. Como fruto de estas reuniones, se reformularon las guías de ejercicios y problemas utilizadas en la institución. Estas reuniones se mantienen actualmente.

- Una reflexión sobre las propias prácticas. Los debates entre los docentes generaron nuevas miradas de su propio trabajo, lo que motivó que algunos de ellos propusieran nuevas dinámicas en sus clases.
- Presentaciones en congresos. En 2015, dos de los seis profesores de la institución secundaria presentaron sendos trabajos en la XXXVIII Reunión de Educación Matemática, en los cuales relataron sus experiencias en la puesta en aula de nuevas propuestas. En esta REPEM también presentan trabajos dos de los profesores de esa institución.

### REFERENCIAS

- CHEVALLARD, I.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. 1997. Estudiar matemáticas, el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. (Editorial ICE/HORSORI, Barcelona).
- PONTE, J. P. 2005. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular, 11-34. (Lisboa: APM)
- SCHOENFELD, A. 1992. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In: Grouws, D. (Ed.) Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning. 334-370. (Macmillan, New York). (Se trabajó con una traducción parcial del artículo realizada por Humberto Alagia).
- SKOVSMOSE, O. 2000. Escenarios de investigación. Revista EMA, 6(1), 3-26.

### **Documentos**

- Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria 2011-2015. Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Argentina.
- PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de solución de problemas. Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE). Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. España.
- ONE 2013. Programa de sensibilización. Actividad de simulación Matemática. Ministerio de Educación de la Nación. Dirección Nacional de Información y Evaluación de la Calidad Educativa (DiNIECE). Buenos Aires. Argentina.