

**CB10****EL USO DE LA DEFINICIÓN Y LA REPRESENTACIÓN DEL CONCEPTO DE RECTÁNGULO MEDIADA POR GEOGEBRA**

Mántica, Ana & Freyre, Magalí

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral, Argentina,  
Cuidad Universitaria s/n  
magali.freyre@gmail.com, ana.mantica@gmail.com

**Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación:**

Relatos de experiencia de enseñanza o capacitación. Educación Secundaria Nuevas tecnologías y su impacto en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

**Palabras clave:** definición, representación, rectángulo, GeoGebra

**RESUMEN**

Se presenta el análisis de lo actuado por un grupo de alumnos de segundo año de una escuela de la ciudad de Santa Fe frente a una tarea en la que se pretende que los estudiantes construyan el concepto de rectángulo a partir del uso de definiciones de tipo jerárquica y realizando construcciones del mismo utilizando un entorno dinámico. La planificación de la propuesta se realiza teniendo en cuenta el marco teórico metodológico TPACK que refiere a prácticas de enseñanza que pongan en juego los conocimientos tecnológico, pedagógico y disciplinar. Los datos se recogen de grabaciones de audio y video y del protocolo de construcción que ofrece el software.

Puede concluirse que en los grupos analizados prima la representación del concepto por sobre su definición, también se aprecia que no se hace un buen uso del “arrastré” para determinar las propiedades que permanecen invariantes al modificar la construcción considerando que lo que se mantiene constante es la forma. Es interesante destacar que dos grupos realizan una exploración de las potencialidades que ofrece el software relacionándolas con sus propias nociones para realizar la construcción.

**INTRODUCCIÓN**

La propuesta que se presenta se implementa en un curso de segundo año de una Escuela Secundaria de la ciudad de Santa Fe. El contenido que se aborda es el concepto de rectángulo, considerando que un concepto matemática esta formado por la definición, sus representaciones y las propiedades que este posee.

Los documentos curriculares del Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2013) hacen referencia a esta problemática. Expresan sobre la complejidad del trabajo geométrico que “El trabajo en Geometría adquiere características propias que lo diferencian del Álgebra y la Aritmética, producto de la compleja relación entre los objetos del espacio físico y los geométricos, que son objetos teóricos”. (Orientaciones Curriculares. Educación Secundaria Ciclo Básico, p. 41). Además, en los Núcleos de aprendizaje Prioritarios (NAP) del Ciclo Básico (2011) encontramos que se intenta promover el trabajo geométrico en el aula considerando importante

El análisis y construcción de figuras, argumentando en base a propiedades, en situaciones problemáticas que requieran: [...] - formular conjeturas sobre propiedades de las figuras (en relación con ángulos interiores, bisectrices, diagonales, entre otras) y producir argumentos que permitan validarlas. (p.22)

A pesar que los documentos regulatorios intentan revalorizar el trabajo en Geometría, éste no adquiere un lugar relevante en las aulas, como manifiesta Itzcovich (2005): “Es reconocido por quienes tienen un vínculo con la enseñanza de la matemática, el hecho de que el trabajo geométrico ha ido perdiendo espacio y sentido, tanto en los colegios como en la formación docente” (p. 9).

Esta realidad nos invita a reflexionar sobre nuestras prácticas: ¿Cómo generar condiciones que involucren a los alumnos en la producción de conocimientos geométricos? ¿Qué lugar ocupa la tecnología en el trabajo en el aula? ¿Qué tipo de actividades seleccionamos?

Las tareas de la propuesta cuyo análisis se presenta en este trabajo se planifican para ser realizadas con el software de geometría dinámica GeoGebra. Nos referimos, en este artículo, a los procedimientos que los alumnos recurrieron en la actividad que consiste en la construcción de un rectángulo.

Acordamos con Itzcovich y Broitman (2001) en cuanto a la importancia de propiciar un modo de pensar geométrico como objetivo esencial de la enseñanza de la Geometría, que supone:

“... poder apoyarse en propiedades estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones no conocidas. Se trata de poder obtener un resultado – en principio desconocido- a partir de relaciones ya conocidas. Esta es la anticipación. Por otra parte poder saber que dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan.” (p. 3)

Las actividades que se presentan tienen como objetivo favorecer la entrada de los alumnos en el trabajo geométrico, generando condiciones que permitan revalorizar el carácter deductivo, contribuyendo a la racionalidad propia del trabajo en Geometría.

## MARCO DE REFERENCIA

Feldman (2010) sostiene tres razones fundamentales que justifican la necesidad de programar la enseñanza. La primera considera que la educación tiene siempre finalidades y la programación permite asegurar que éstas sean cumplidas o bien modificadas si fuera necesario. La segunda razón se refiere a la situación de restricción en la que se enseña. La programación permite la búsqueda del más adecuado balance entre intenciones y restricciones. La última tiene que ver con la complejidad de los ambientes en los que se enseña, debido a los múltiples factores que intervienen. Programar la enseñanza considerando especialmente los recursos y materiales didácticos seleccionados resulta fundamental. “No será la primera vez que un buen proyecto naufraga por no planificar la disponibilidad y uso de los recursos necesarios” (p. 44).

El proceso de planificación tiene en cuenta los siguientes propósitos fundamentales:

- Favorecer la argumentación deductiva a partir de los conocimientos que disponen los alumnos, las actividades de construcción, ensayos, errores y aciertos.
- Promover la valoración y el uso de los recursos tecnológicos para la exploración, formulación y validación de conjeturas, para la resolución de problemas y para el control de los resultados, avanzando desde las argumentaciones empíricas hacia otras más generales.
- Propiciar el control de los aspectos visual y geométrico.
- Fomentar el trabajo colaborativo, la discusión e intercambio entre pares, la autonomía de los alumnos.

El marco teórico metodológico TPACK (Mishra y Koehler, 2006) se refiere a la planificación de clases con TIC. TPACK refiere al conocimiento tecnológico pedagógico disciplinar. Este modelo apunta a prácticas de enseñanza que pongan en juego los tres tipos de conocimiento, integrando al pedagógico y al disciplinar, que habitualmente considera, la tecnología. “Saber cómo utilizar tecnología no es lo mismo que saber cómo enseñar con tecnología” (p. 1033)

Desde este enfoque se plantea que trabajar con tecnologías supone una nueva manera de enseñar matemática. Artigue (2004) sostiene que trabajar en el aula con un software de Geometría Dinámica ofrece nuevas posibilidades, que:

(...) puede y debe ayudarnos a pensar, ayudarnos a desconfiar de las soluciones ingenuas y tentadoras, ayudarnos a tener en cuenta la medida de la complejidad de los problemas que debemos administrar, proponernos senderos, a la vez ambiciosos y realistas, para abordarlos, ayudarnos a acompañar las acciones y a evaluar sus efectos. (26)

Se tomaron decisiones en torno a los tres ejes que propone el modelo TPACK: curriculares, metodológicas y tecnológicas.

Con respecto a las *decisiones curriculares* se selecciona el contenido Propiedades de las diagonales del rectángulo, con estos objetivos:

- Construir un rectángulo.
- Reconocer al rectángulo como un paralelogramo.
- Reconocer las propiedades de las diagonales del rectángulo: son iguales y se cortan en su punto medio.

En este trabajo se aborda sólo el desarrollo de la actividad de construcción, por lo que se tienen en cuenta los primeros dos objetivos. El segundo objetivo pretende que los estudiantes logren trabajar con definiciones en el marco de lo que De Villiers (1994) denomina clasificación jerárquica. Ésta hace referencia a la clasificación de un conjunto de conceptos de tal manera que los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conjuntos más generales. Según este autor, las definiciones particionales son más largas porque tienen que incluir propiedades adicionales para asegurar la exclusión de casos especiales, mientras que las definiciones jerárquicas aseguran que todos los teoremas demostrados para un concepto se aplican automáticamente a sus casos especiales. En matemática, en general, se utilizan clasificaciones jerárquicas debido a las ventajas que proporciona dado que conduce a definiciones más económicas de los conceptos y la formulación de teoremas; simplifica la sistematización deductiva y la derivación de las propiedades de conceptos especiales.

En cuanto a las *decisiones metodológicas*, se selecciona una actividad que enfrenta al alumno a una situación de construcción.

El papel de la construcción resulta fundamental según Itzcovich (2005) teniendo en cuenta que el solo hecho de que los alumnos miren dibujos que representan figuras geométricas no garantiza que identifiquen sus propiedades. Las actividades de construcción favorecen esta identificación de ciertas características y propiedades de los objetos geométricos que por su utilidad en los procesos deductivos, adquieren importancia. “El desafío de las construcciones es considerar las propiedades ya conocidas de las figuras y tener en cuenta los datos dados. Exige a los alumnos tomar decisiones acerca del procedimiento de construcción y los instrumentos a utilizar.” (Itzcovich y Broitman, 2001, p. 21)

Fischbein (1993) considera que las figuras geométricas poseen propiedades conceptuales y figurales. Proponer la actividad de construcción favorece que los dos aspectos, imagen y concepto se combinen en un único objeto mental. “...una de las principales tareas de la educación matemática (en el dominio de la geometría) es crear tipos de situaciones didácticas que sistemáticamente pedirían una cooperación estricta entre los dos aspectos, hasta su fusión en objetos mentales unitarios.” (p. 17)

Larios y González González (2010) sostienen que los alumnos consideran preferentemente los aspectos figurales de los objetos geométricos, ignorando los conceptuales.

Buscan un resultado visual satisfactorio sin recurrir a las propiedades. Sin embargo, es posible que esta práctica sea utilizada no porque consideren que es la única manera de realizar las construcciones, sino porque no pueden construirla utilizando propiedades geométricas y así es la única manera que tienen para terminar el trabajo solicitado (p.157)

Con respecto a las *decisiones tecnológicas*, fueron guiadas y orientadas por los objetivos mencionados. Sánchez (2002) sostiene que “Al integrar curricularmente las TIC ponemos énfasis en el aprender y cómo las TIC pueden apoyar aquello, sin perder de vista que el centro es el aprender y no las TIC”. (p.1)

Se incorpora en las actividades la utilización del software de geometría dinámica (SGD) GeoGebra. Debido a las diversas posibilidades de trabajo que ofrece, la eficacia educativa depende del uso que se haga del software y de las actividades que se decidan realizar.

El Diseño Curricular de Educación Secundaria Orientada del Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2014) expresa que se debe:

...profundizar la producción y el análisis de construcciones geométricas y propiciar el control de estas tareas, esto es, decidir si la respuesta a los problemas planteados y el procedimiento utilizado para obtenerla, son válidos. Las construcciones deben realizarse tanto con instrumentos tradicionales como con software de geometría dinámica.(p. 51)

Cabe destacar que un motivo importante de la elección del software es que es de código abierto y está disponible de manera gratuita. Otro que facilita la exploración, permitiendo construcciones dinámicas y promoviendo la elaboración de conjeturas basadas en las representaciones gráficas. Respecto a este modo de trabajo, González López (2001) afirma que:

La naturaleza del conocimiento matemático que se trabaja cambia respecto del contexto de lápiz y papel; ahora se centra en el estudio de las propiedades invariantes que posee una determinada construcción geométrica, propiedades que el usuario puede observar o predecir manipulando la construcción realizada. (p.279)

Una ventaja del software que vale destacar es la capacidad de generar un tipo de interacción llamada retroacción. El alumno trabaja en el software y éste le devuelve información que utiliza para continuar en la construcción de conocimientos.

La retroacción tiene las propiedades fundamentales de:

- producir información inmediata: se pueden hacer muchos dibujos en poco tiempo, con gran precisión;
- reproducir muchas posiciones distintas de una misma construcción geométrica, dada la posibilidad de arrastrar elementos constituyentes de la misma, y permitir el paso a casos límite. (González López, 2001, p.280)

La importancia de esta retroacción radica en que es externa al alumno. Respecto de esto, Laborde (1997) sostiene:

El recurso al desplazamiento contiene en sí mismo el uso de conocimientos: la ventaja de ello es que estas retroacciones proceden de un dispositivo externo al sujeto e independiente del profesor y, de esta manera, son susceptibles de hacer evolucionar al sujeto. (p.40)

El aspecto dinámico de las construcciones que ofrece el software favorece la visualización y permite la generalización y abstracción en la construcción de conocimientos, experimentando y conjeturando. Proporciona la posibilidad de manipulación directa de las representaciones de los objetos geométricos a través del arrastre. Los software de geometría dinámica en general y

el GeoGebra en particular permiten la construcción de objetos geométricos que pueden modificarse a través del desplazamiento o arrastre de algunos de sus puntos. "Si el objeto ha sido construido respetando sus propiedades geométricas, se pueden observar invariantes geométricos al desplazar la figura" (Iranzo, Fortuny, 2009, p.434) El arrastre permite ver cuáles son los invariantes geométricos de la construcción realizada. La experimentación conjuga el uso de las primitivas geométricas y el desplazamiento.

...construir con GeoGebra es establecer relaciones geométricas entre los objetos que intervienen, que se mantendrán al modificar las condiciones iniciales. Es por esto, que consideramos que este recurso es otra herramienta que suma a la exploración y hace más evidentes ciertas conclusiones y a la vez refuerza la posibilidad de argumentar y argumentarse y a partir de la experimentación se obtienen resultados, de los que deberán analizar su verdad o falsedad. (Platero, Pagliaccio, Pantaleo, 2012, p. 303)

La actividad de construcción propuesta, al ser resuelta con el software, enfatiza la diferencia entre dibujo y figura, ya que si las construcciones se realizan teniendo en cuenta solo los aspectos figurales, cuando se hace uso del arrastre, las propiedades geométricas no se mantienen. Se busca entonces que se reconozcan propiedades geométricas visualizando invariantes espaciales del dibujo en el desplazamiento. Esto es distinto al trazado empírico que sólo se controla por la visualización.

## ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

Los alumnos trabajan en clases previas las propiedades de lados, ángulos y diagonales del paralelogramo y la definición de rectángulo como un paralelogramo con un ángulo recto. La clase anterior realizan la construcción de un paralelogramo con GeoGebra.

Se comienza recordando los pasos realizados para la construcción, haciendo referencia a algunas herramientas del software, mientras construyen nuevamente un paralelogramo, ya que el archivo con las construcciones realizadas la clase anterior no queda guardado en las máquinas.

Se recuerda la definición de rectángulo y se presenta la primera actividad.

*Consigna:* Construir un rectángulo utilizando GeoGebra

Los alumnos realizan la actividad en parejas.

Para el análisis se cuenta con el trabajo ejecutado para la construcción, dado que el software permite la reconstrucción de lo actuado. La herramienta "Protocolo de construcción" muestra todos los pasos de la construcción y en el orden en el que fueron realizados. Esto permite visualizar en qué casos el alumno utiliza propiedades geométricas y en cuáles no.

En el desarrollo de las construcciones, seis grupos presentan dificultades que pasamos a comentar.

### Grupo 1

Usa la herramienta "Rota alrededor de un punto". En primer lugar encuentra el punto rotado  $90^\circ$  del punto B con respecto al punto A, que es  $B'$ . De esta manera obtiene tres de los cuatro vértices del rectángulo. El cuarto vértice, C, es ubicado en un lugar visualmente aproximado. Trazan una paralela al lado  $AB'$  que pasa por C y un punto D aproximadamente alineado con  $B'$  y C. Trazan una paralela al segmento AB que pasa por D. (Figura 1)

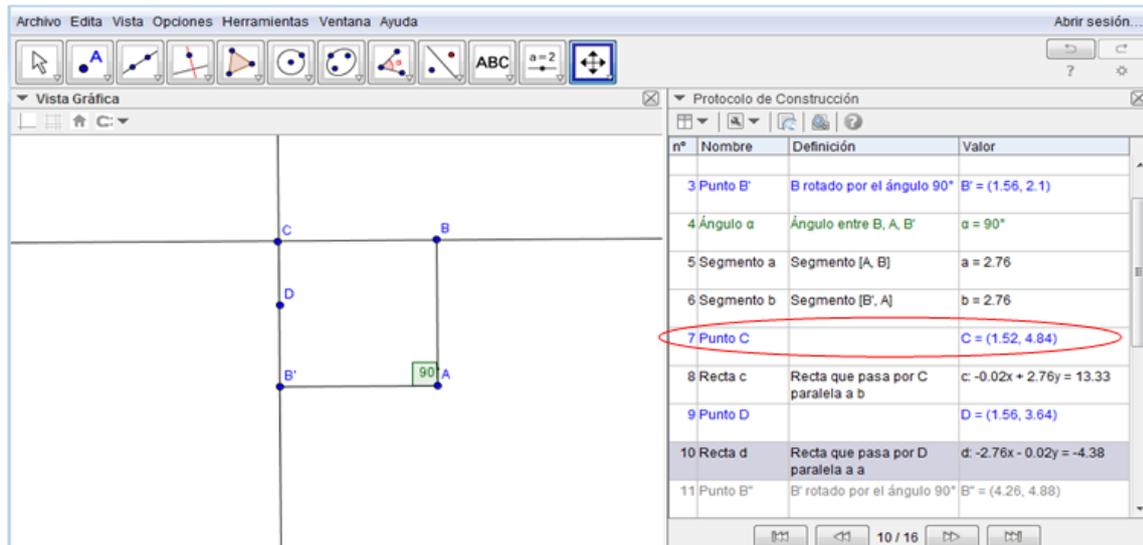


Figura 1. Construcción del vértice C en una posición arbitraria

Luego encuentran el punto rotado  $90^\circ$  de B' con respecto a C. Obtienen un punto B'' que no coincide con B pero es visualmente aproximado. (Figura 2)

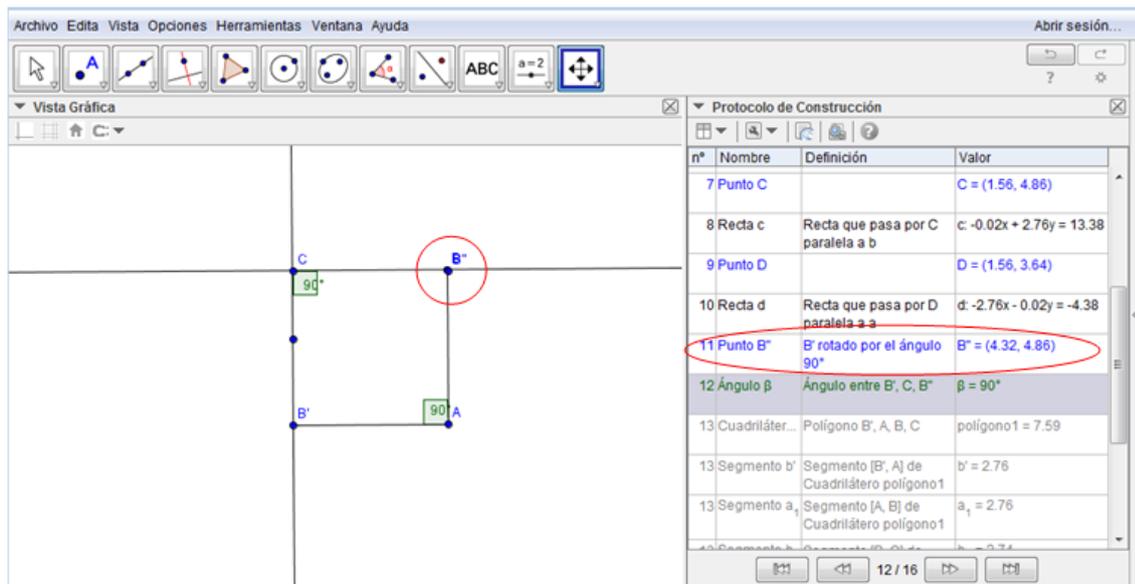


Figura 2. Construcción del vértice B'' a partir de una rotación.

Si bien se tiene en cuenta el paralelismo entre los lados y los ángulos interiores de  $90^\circ$ , el hecho de haber ubicado el punto C en una posición arbitraria genera que el cuadrilátero no sea rectángulo, y se evidencia al hacer uso del arrastre. (Figura 3)

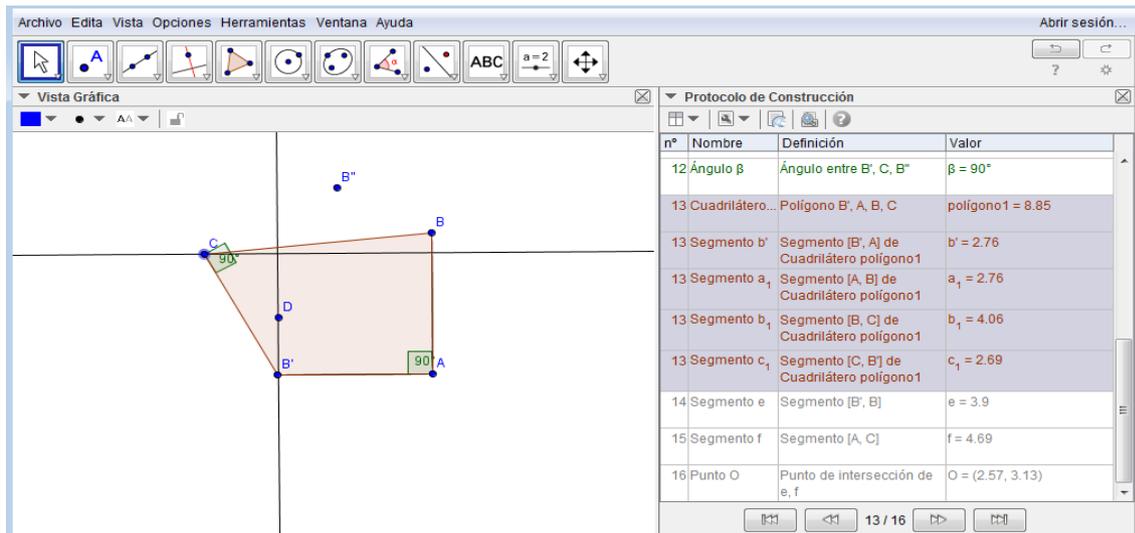


Figura 3. Uso del arrastre para verificar construcción

## Grupo 2

Utiliza primero la herramienta de recta perpendicular, y luego la de recta paralela, considerando solo el paralelismo entre un par de lados. El punto E es ubicado en un lugar aproximado visualmente, y cuando marca el polígono no lo hace considerando como vértice el punto de intersección entre las perpendiculares. (Figura 4)

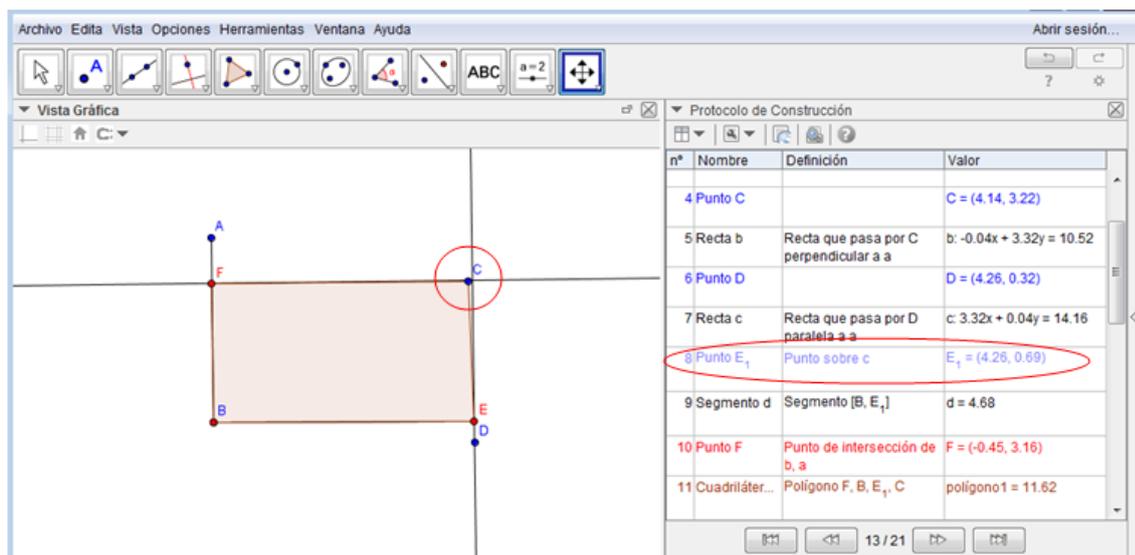


Figura 4. Construcción del vértice E "a ojo"

Si bien se considera inicialmente el ángulo recto que nombra la definición, al no tomar el punto de intersección de las perpendiculares marcadas como vértice, el ángulo interior del cuadrilátero marcado no mide  $90^\circ$ . El hecho de haber ubicado el punto E en un lugar arbitrario no garantiza el paralelismo de un par de lados. El cuadrilátero construido no es rectángulo. (Figura 5)

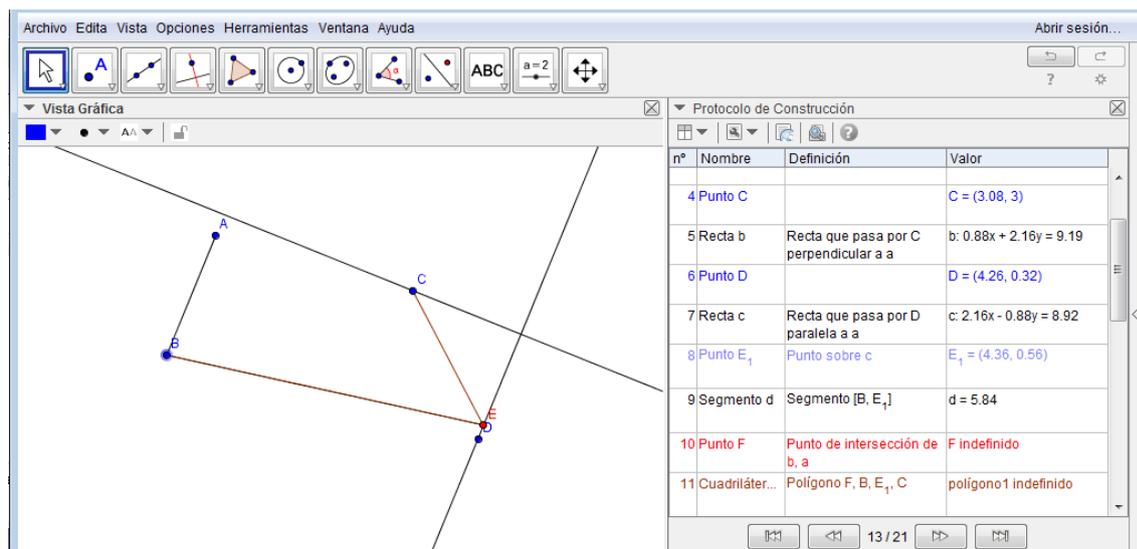


Figura 5. Uso del arrastre para verificar construcción

### Grupos 3 y 5

Estos grupos construyen un paralelogramo (tal como en la actividad anterior) y lo desplazan hasta una posición en la que los cuatro ángulos miden  $90^\circ$ . (Figura 6)

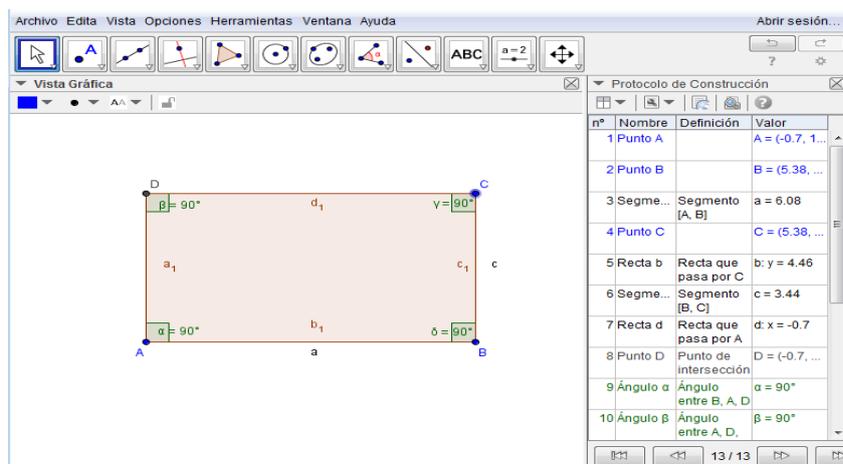


Figura 6. Construcción del rectángulo a partir de un paralelogramo

Al arrastrar un vértice libre, el paralelismo entre lados se conserva, pero los ángulos ya no son rectos. El cuadrilátero construido no soporta el arrastre. Tal como plantea Restrepo (2008) esta función del software pone en evidencia los invariantes geométricos y obliga a utilizar propiedades geométricas para construir una figura de modo que resista el arrastre. En la investigación realizada sobre cómo la función del arrastre interviene en la formulación y validación de conjeturas, de puso de manifiesto que el uso y la propiedad de desplazamiento no es evidente para los estudiantes como lo es para los profesores. Los alumnos de estos grupos consideran la definición dada de rectángulo. (Figura 7).

No podemos afirmar que utilicen una definición de tipo jerárquica hasta no realizar en análisis de la tarea que apunta a conjeturar y validar las propiedades de las diagonales de un rectángulo, que no forma parte de este trabajo.

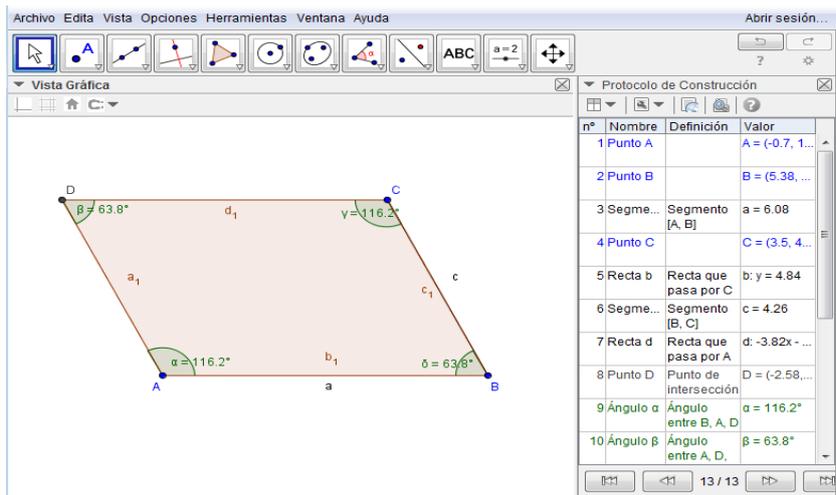


Figura 7. Uso del arrastre para verificar construcción

### Grupos 4 y 6

Estos grupos utilizan la herramienta “Ángulo dada su amplitud”. Requiere hacer clic en un punto de un lado del ángulo, luego sobre el vértice e ingresar la amplitud deseada. El software crea un tercer punto que pertenece al lado del ángulo que falta. Por la posición de la construcción, a veces este punto queda fuera de la vista gráfica, y no es tenido en cuenta. Por esto marcan el lado del ángulo faltante aproximadamente visualmente. En este caso el punto C no pertenece al lado del ángulo con amplitud  $90^\circ$ . (Figura 8)

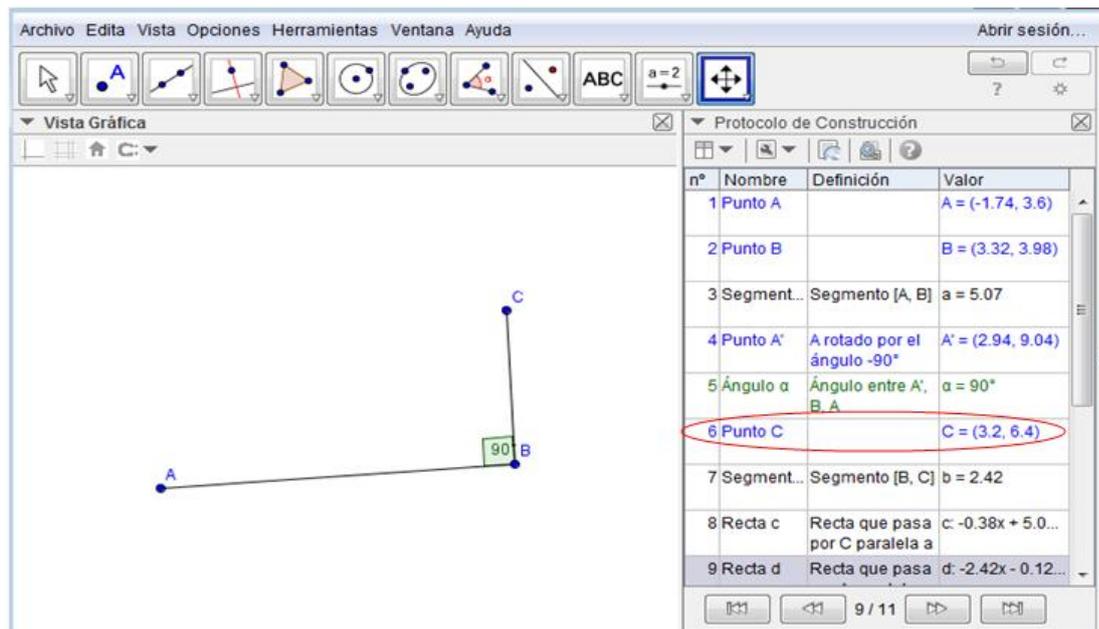


Figura 8. Construcción del vértice C "a ojo"

Al no considerar el verdadero tercer punto, la construcción no es correcta. El paralelogramo no tiene un ángulo recto, y por eso no es rectángulo. (Figura 9)

Es difícil que los alumnos comprendan que el desplazamiento va a cambiar el tamaño de la figura pero no su forma. Es decir que si tomamos un punto libre del dibujo y lo desplazamos, este se deforma respetando las propiedades geométricas que se utilizaron para su trazado y las propiedades que se derivan de ésta. En cambio si se realizó mediante primitivas de dibujo puro, es decir a ojo, pierde las propiedades, al desplazar alguno de sus elementos.

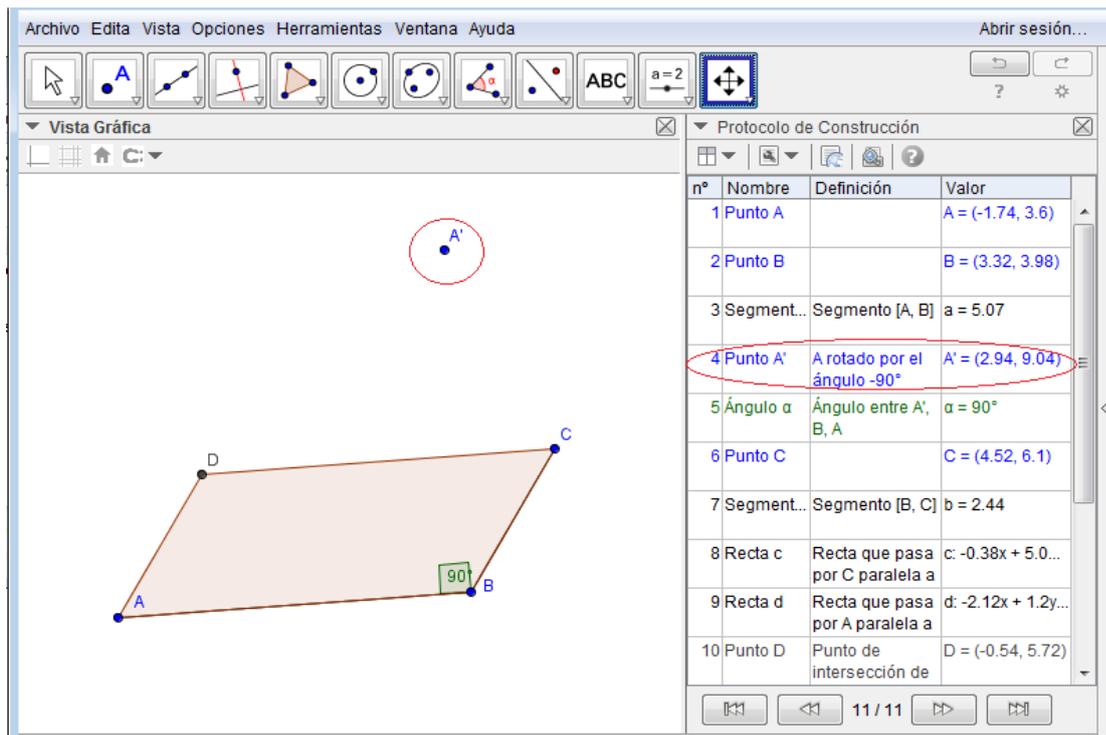


Figura 9. Uso del arrastre para verificar construcción

## REFLEXIONES

La implementación de la propuesta puso de manifiesto que la planificación de las actividades de acuerdo a los recursos disponibles y objetivos que se persiguen es fundamental. Si bien la tarea estaba pensada para ser desarrollada comenzando con la construcción del rectángulo, el hecho de no haber tenido disponibles las computadoras tal como se había planificado la clase anterior, hizo que se tenga que tomar una decisión con respecto a comenzar con la construcción de un paralelogramo. Feldman (2010) dice al respecto: “En una sala de clases no sólo pasan muchas cosas, a veces pasan muchas cosas al mismo tiempo. Cuantas más variables están previstas dentro de la programación, más capacidad quedará disponible para atender a otros sucesos” (p. 41).

Teniendo en cuenta las dificultades que surgieron en las construcciones por parte de algunos grupos, se puede decir que el aspecto figural de los objetos geométricos se hizo presente de una manera destacada. El hecho de considerar vértices del rectángulo a partir de posiciones arbitrarias visualmente aproximadas (Grupos 1, 2, 4 y 6) y el de desplazar el paralelogramo hasta una posición específica (Grupos 3 y 5) en la que los ángulos interiores miden  $90^\circ$  son ejemplos del predominio del aspecto figural con respecto al conceptual. Según Fischbein (1993) “Muchos errores que los estudiantes tienen en su razonamiento geométrico pueden ser explicados con este tipo separación (o falta de congruencia) entre el aspecto conceptual y el figural de los conceptos figurales. La estructura figural puede dominar la dinámica del razonamiento en lugar de ser controlado por las restricciones formales correspondientes” (p. 17). Consideramos que algunas de estas dificultades son potenciadas por la herramienta utilizada, dado que si el punto se encuentra fuera de la pantalla es previsible considerar que el estudiante realizará el otro lado del ángulo tratando de superponerlo al lado del cuadrado que es la marca que indica el ángulo de  $90^\circ$ .

Considerando que la actividad geométrica no es empírica sino racional, es fundamental que se planteen actividades que impacten “...en procesos intelectuales que permitan hacer explícitas

las características y propiedades de los objetos geométricos, más allá de los dibujos que se utilicen para representar dichas figuras”. (Itzcovich, 2005, p.18).

El uso del software de geometría dinámica GeoGebra posibilita que se reconozcan las relaciones entre objeto geométrico y dibujo. Según Laborde (1997) “...la exigencia de comunicar al programa un procedimiento geométrico de construcción permite caracterizar el objeto geométrico” (p.38). En la actividad de construcción propuesta se conjuga el uso de las primitivas geométricas con el recurso del desplazamiento. Los alumnos construyen en la pantalla un dibujo ligado al objeto geométrico rectángulo, teniendo en cuenta que se conserven las propiedades geométricas del mismo durante el transcurso del desplazamiento. Laborde (2015) plantea dos características importantes de estos entornos informáticos; la coexistencia de primitivas de dibujo puro y primitivas geométricas, y la manipulación directa del dibujo por parte de los estudiantes. Esto hace que si no construyen el punto, si no que lo ubican perceptivamente, al desplazarlo hay elementos que no los van a seguir y los estudiantes no comprenden necesariamente porque pasa esto, qué ha cambiado y cómo se interpreta geoméricamente. Esto que denomina “arrastre” es fundamental tanto para la relación entre el objeto y su representación como para el trabajo en la formulación y validación de conjeturas, no es fácil para los estudiantes y debe también ser enseñado.

Los grupos 3 y 5 en la construcción pareciera que emplean lo que brinda una clasificación jerárquica, dado que toman el paralelogramo y mueven uno de sus lados hasta que el ángulo interior tiene  $90^\circ$  de amplitud. De Villiers (1994) manifiesta que los estudiantes pueden llegar a entender que hay ciertas ventajas en aceptar una clasificación jerárquica por medio de una discusión que compare los aspectos positivos y negativos de esas dos maneras de clasificar y definir, que son ambas matemáticamente correctas. Destacamos que la docente no plantea esta discusión por lo que no podemos asegurar afirmar que los estudiantes estén utilizando este tipo de clasificación. Al emplear el arrastre, el docente, para mostrar que la construcción se deforma, los estudiantes no logran determinar por qué se modifica su forma. Respecto a esta observación Restrepo (2008) señala que es importante tener en cuenta que no es habitual para los estudiantes tener el control que les permita validar la acción realizada, es tarea del docente ayudar a los estudiantes a ver la necesidad de hacer explícitas las relaciones geométricas en sus dibujos a través de la utilización de las construcciones realizadas.

Destacamos el uso de la herramienta “Rota alrededor de un punto” utilizada por dos grupos, dado que esto puso en juego conceptos que no se habían trabajado en clase, según especificó la docente, y muestra que los estudiantes realizaron una exploración de las potencialidades que ofrece el software relacionándolas con sus nociones para realizar la construcción.

Consideramos que este tipo de actividades favorece el control entre los aspectos visual y geométrico generando condiciones que permiten a los alumnos involucrarse en la racionalidad propia del trabajo geométrico, resaltando su valor formativo y propiciando un vínculo con un modo cultural diferente.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- DE VILLIERS, M. (1994). The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. For the Learning of Mathematics 14(1) 11-18. Disponible en <http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/classify.pdf>
- Diseño Curricular de Educación Secundaria Orientada. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. 2014
- FELDMAN, D. (2010), *Didáctica general*, Buenos Aires, Ministerio de Educación de la Nación.

- FISCHBEIN, E. (1993) *The theory of figural concepts*. Revista Educational Studies in Mathematics. 24 (2): 139-162. (Traducción al español por Victor Larios Osorio, Departamento de Matemáticas- CICB, UAQ, México, 2002)
- GONZÁLEZ-LÓPEZ, M. J. (2001). La gestión de la clase de geometría utilizando sistemas de geometría dinámica. En Gómez, P., y Rico, L. (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 277-290). Granada. Editorial Universidad de Granada.
- IRANZO, N Y FORTUNY, J (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las Ciencias*. 27(3) (pp 433-446)
- ITZCOVICH, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- ITZCOVICH, H. Y BROITMAN, C. (2001) Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB.. Gabinete pedagógico curricular. Matemática. Buenos Aires. Subsecretaría de Educación.
- KOEHLER, M. Y MISHRA, P. (2006), “Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge” (Conocimiento tecnológico, pedagógico del contenido. Un marco conceptual para el conocimiento docente), *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. Disponible en inglés en: [http://punya.educ.msu.edu/publications/journal\\_articles/mishra-koehler-tcr2006.pdf](http://punya.educ.msu.edu/publications/journal_articles/mishra-koehler-tcr2006.pdf) (Última consulta: mayo de 2015)
- LABORDE, C. (1997) Cabri-Geómetra o una nueva relación con la Geometría. En Puig L. (Ed.) *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática*. (pp 33-48) Bogotá. Grupo Editorial Iberoamérica.
- LABORDE, C. (2015). *Matemática con Tecnología*. (2015, Marzo 19). Entrevista a Colette Laborde [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=1vqJ10OJMU0>.
- LARIOS, V. Y GONZÁLEZ GONZÁLEZ, N. (2010) *Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica*. Relime vol. 13 (4-1)
- Orientaciones Curriculares. Educación Secundaria. Ciclo Básico. Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe. 2013.
- PIETROVZKI, P. (2013). *Clase 1: Las TIC como potenciadoras del trabajo matemático*. Propuestas Educativas II. Matemática y TIC 2. Especialización docente de nivel superior en educación y TIC. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- PLATERO, M., PAGLIACCIO, V. Y DI PANTALEO, P. (2012) *Iniciándonos en las demostraciones*. Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra. Uruguay 2012.
- RESTREPO, A. (2008). *Genese instrumentale du déplacement en geometrie dynamique chez des élèves de 6eme*. (Tesis doctoral). Université Joseph-Fourier - Grenoble I, Français. HAL Id: tel-00334253 <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00334253>.
- SÁNCHEZ, J. (2002) *Integración curricular de las TICs: Conceptos e Ideas*. Departamento de Ciencias de la Computación, Universidad de Chile.