

T09**DE LA SUMA A LA MULTIPLICACIÓN COMO CASO PARTICULAR DEL PASAJE DE LO LINEAL A LO CUADRÁTICO**

María Itatí Gómez & Edith Gorostegui

Universidad Nacional del Noreste (UNNE). Fa.C.E.N.A.

Avda Libertad 6570 – Corrientes

Tel (0379) 4473932

maria_ita_15@hotmail.com, gorostegui@gmail.com

Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación:

Trabajo de investigación. Educación secundaria y superior.

Palabras clave: concepciones de los alumnos, isomorfismo de medidas, producto de medidas

RESUMEN

En el marco de la tesis de Licenciatura en Didáctica de la Matemática de una de las autoras, sobre los modelos lineales y cuadráticos- relaciones, diferencias, rupturas, etc. - nos preguntamos si las dificultades que frecuentemente presentan los alumnos del secundario podrían rastrearse en conocimientos y aprendizajes anteriores. La problematización de los conocimientos matemáticos involucrados en este tema nos condujo a la suma y producto de números naturales. Diseñamos y administramos una entrevista en la que les propusimos problemas de contextos intra-matemáticos relacionados tanto con isomorfismos como con productos de medidas. Se les solicitó la anticipación de la variación de resultados bajo ciertas condiciones, tanto en el marco aritmético como geométrico.

El análisis didáctico-matemático de las producciones e intercambios entre los alumnos entrevistados hicieron evidentes algunos obstáculos epistemológicos relacionados con el “pasaje” antes mencionado y nos ayudó a dimensionar el tamaño y características de las dificultades. En este taller nos proponemos compartir y enriquecer tanto el análisis a priori de las actividades propuestas a los alumnos, como el de los registros de las entrevistas, a partir del intercambio con los colegas.

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS DEL TALLER

En la investigación que estamos realizando en el marco de la tesis de Licenciatura en Didáctica de la Matemática de una de las autoras, sobre los modelos lineales y cuadráticos - relaciones, diferencias, rupturas, etc. - nos preguntamos si las dificultades que frecuentemente presentan los alumnos del secundario podrían rastrearse en conocimientos y aprendizajes anteriores.

Partimos entonces de problematizar estos conocimientos, tarea que nos condujo a analizar el comportamiento de modelos cuadráticos a diferencia de los lineales, tanto desde el punto de vista de la matemática involucrada en ambos, como así también desde las concepciones de los alumnos de secundaria respecto de los modelos lineales al momento de enfrentarse a problemas que involucran modelos cuadráticos.

Nos preguntamos por las características de la función cuadrática que implican una ruptura con respecto a la lineal y cuáles de esas características pueden abordarse en situaciones de dominio discreto. En relación con las propuestas de enseñanza sobre este tema nos preguntamos qué conocimientos requieren los alumnos para enfrentarse a problemas que varían *cuadráticamente* y al mismo tiempo en qué medida los conocimientos sobre “lo lineal” pueden influir en la construcción conceptual de “lo cuadrático”.

A partir de estas inquietudes iniciamos el estudio de antecedentes de investigaciones y propuestas sobre el tema. En esta búsqueda y teniendo en cuenta los conocimientos previos posibles de los alumnos, encontramos filiaciones entre el pasaje de lo lineal a lo cuadrático y el pasaje de la adición a la multiplicación de números naturales.

Ahora bien, en el tratamiento de la multiplicación en la escuela se prioriza en general el algoritmo de resolución y no sus propiedades. Del mismo modo, el tratamiento del área se centra en su fórmula de cálculo y no es frecuente el estudio de su variación en función de la variación de los lados. Se puede señalar la importancia de analizar, por ejemplo, la covariación del perímetro y área de rectángulos. En particular, establecer que el área varía linealmente (proporcional) en cada variable, pero no es así al hacer variar las dos dimensiones involucradas en el cálculo; si por ejemplo se duplican los lados en un rectángulo, el perímetro se incrementará en la misma proporción, es decir se duplicará. Sin embargo, el área no variará de la misma manera, sino que se cuadruplicará.

Por otro lado, definir como sucede en muchos casos, a la multiplicación como una suma reiterada, enfatiza aún más la dificultad de los alumnos para distinguir las diferencias de funcionamiento entre estas dos operaciones.

Si pensamos en el producto de dos números naturales en el que se hace variar uno de los factores, por ejemplo adicionando 1, el resultado se incrementará en una cantidad igual al factor no incrementado. Desde el punto de vista de los significados del producto se trata de un **isomorfismo de medidas** y corresponde a un tipo de problemas que se utiliza habitualmente para introducir la multiplicación en la escuela y que forma la trama de la gran mayoría de los problemas multiplicativos. Refiere a un conjunto de problemas que relaciona cuatro cantidades, es por este motivo que distintos autores (Vergnaud, 1991; Saiz, Parra, 2008) hablan de una relación cuaternaria entre dos tipos de cantidades, dos por cada lado. Se conocen también como los problemas de proporcionalidad, es decir aquellos que pueden representarse mediante una tabla de correspondencia entre dos conjuntos de cantidades que se corresponden según una relación que se define previamente y cuyos valores se pueden determinar mediante una multiplicación o una división, precisamente por el tipo de variación, lineal en este caso.

Ahora bien, si en vez de incrementar sólo uno de los factores se incrementaran por ejemplo en 1 cada uno, la situación sería diferente. En términos de significados de la multiplicación se trata de la categoría: **producto de medidas** y corresponde a una relación ternaria entre tres cantidades, donde una de ellas es el producto de las otras dos, tanto en el plano numérico como en el dimensional. Un ejemplo de esta categoría es la magnitud área. Si la unidad de medida de los lados fuera un metro, la del área sería una nueva: m^2 (metro cuadrado) y se obtiene del producto de las unidades de los datos involucrados.

Tal como anticipamos anteriormente, nos abocamos a indagar con alumnos a partir de un conjunto de problemas que consideramos ponen en relieve las rupturas que se producen en la conceptualización de la multiplicación con respecto a la adición, admitiendo que estas rupturas aportan comprensión respecto de las dificultades de los alumnos en el pasaje de lo lineal a lo cuadrático.

Para esta indagación diseñamos y administramos una entrevista en la que les propusimos problemas de contextos intra-matemáticos relacionados con los significados de la

multiplicación antes aludido. Se les solicitó que anticipen la variación de los resultados de unas cuentas bajo ciertas condiciones, tanto en el marco aritmético como geométrico.

Estos problemas tratan del producto de dos números naturales cuyo resultado es conocido, en el que se hace variar uno de los factores o ambos adicionándole una cantidad y se solicita anticipar la variación del resultado de este nuevo producto con respecto al anterior.

Los alumnos son convocados a determinar el resultado, a partir del resultado inicial y sin realizar el algoritmo de la multiplicación y posteriormente a reinterpretar y validar las conclusiones extraídas a partir de modelizar geoméricamente estos mismos productos, es decir, en términos de adición de áreas.

El análisis de las respuestas y discusiones entre los alumnos entrevistados nos permitió acceder a sus conceptualizaciones sobre la temática objeto de estudio en la investigación, a sus formas específicas de poner en juego los tipos de variación involucrados.

En este taller nos proponemos reflexionar, junto con los profesores participantes, acerca la relación entre la variación lineal y la cuadrática, a la vez compartir y enriquecer tanto el análisis a priori de los problemas propuestos a los alumnos, como el análisis de los registros de las entrevistas. Se trata de intercambiar conocimientos respecto de las relaciones entre los dos “pasajes” antes citados y de reflexionar sobre la necesidad de que las cuestiones matemáticas involucradas en las actividades propuestas formen parte de las discusiones con alumnos del secundario.

En tanto docentes de profesorado, mostraremos la riqueza de un trabajo como el planteado en este taller, a fin de discutir en la formación inicial de futuros maestros o profesores, la disponibilidad de herramientas específicas que le permitan al futuro docente cuestionar e interrogar estos contenidos desde una perspectiva epistemológica diferente.

OBJETIVOS

- Compartir con los participantes del curso, resultados de la indagación¹ sobre los conocimientos que poseen alumnos del secundario sobre las variaciones lineales y cuadráticas en los contextos aritmético y geométrico.
- Poner en relieve la complejidad del conocimiento matemático a enseñar y la insuficiencia de las herramientas didáctico-matemáticas disponibles en la formación de profesores de matemática para problematizar tal conocimiento.
- Analizar las dificultades de los alumnos ante la tarea de averiguar el resultado de productos estableciendo relaciones entre los datos y variaciones de los mismos.
- Reflexionar con colegas sobre la necesidad de que las cuestiones matemáticas involucradas en las actividades propuestas formen parte de las discusiones con alumnos del secundario.

CONTENIDOS

- Adición y Producto de números naturales: relaciones, rupturas.
- Significados del producto de números naturales: isomorfismo de medidas y producto de medidas.
- Cálculo de área de rectángulos en la resolución e interpretación geométrica de la variación de los resultados a partir de la variación de los lados.

¹ Realizada en el marco de la tesis de Licenciatura en Didáctica de la Matemática de la Prof. María Gómez y dirigida por la Prof. Edith Gorostegui.-

- De la suma a la multiplicación como caso particular del pasaje de lo lineal a lo cuadrático.

PROPUESTA DE TRABAJO PARA EL TALLER

Se propone la resolución de una serie de problemas, los cuales se presentarán uno a uno, destinando un tiempo para su elaboración y otro para la puesta en común (que implica el análisis de las respuestas y procedimientos utilizados).

En un segundo momento, se propondrá el análisis de fragmentos de registros tomados en estas entrevistas con la consigna de identificar los razonamientos, concepciones y dificultades de los alumnos.

Consignas

- 1) A) Sabiendo que 58×75 es 4350, si sumamos 1 a 58, es decir que ahora la multiplicación es 59×75 ¿se podrá encontrar el resultado de 59×75 sin necesidad de realizar la cuenta?
B) Y si se sumara 1 a 75, ¿se podrá encontrar el resultado de 58×76 sin necesidad de realizar la cuenta?
C) Si sumamos 1 al 58 y al 75, es decir queda 59 y 76 ¿cuál será el resultado de 59×76 ?
- 2) ¿Cómo se podrían resolver los problemas anteriores en un marco geométrico considerando a los productos como áreas de rectángulos?
- 3) Si se propusiera a alumnos del secundario, ¿qué dificultades podrían tener al enfrentarse a cada uno? ¿Por qué?
- 4) Si en vez de sumar 1 se sumara 3, ¿se trataría de las mismas cuestiones que en los ejercicios iniciales o aparecerían otras cuestiones a discutir?
- 5) ¿Qué vinculaciones se pueden establecer entre estos problemas y los modelos lineales y cuadráticos?

BIBLIOGRAFÍA

- Hanfling, M.; Savón, S.; Sessa, C.; Camuyrano, M; Crippa, A; Guzner, G.; Déboli, A; Libedinsky.1998. Matemática. Temas de su didáctica. Proyecto Matemática del Programa Prociencia. CONICET.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. 2006. Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. 3er ciclo EGB/ nivel medio. Matemática. Buenos Aires, Argentina.
- Ministerio de Educación. CABA. Aportes para la enseñanza. Nivel Medio.2001. Matemática, función cuadrática, parábola y ecuación de segundo grado. Bs As, Argentina.
- Sadovsky, Patricia. 2005. Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Libros del Zorzal, Bs As, Argentina.
- Saiz, I. Parra, C. (Comp.). 2009. Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidós, 1ra ed. 12ª reimpresión. Paidós. Bs As, Argentina.
- Saiz, I; Parra, C. 2008. Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio. Homo Sapiens.
- Sessa, Carmen. 2005. Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas. Libros del Zorzal, Bs As, Argentina.