

T08**UNA APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE LOS NÚMEROS NEGATIVOS EN UN ENTORNO ALGEBRAICO**

P. Detzel, R. Martínez, E. IssaNuñez, L. Colipe, A. Petich, E. Barrio & M. Porras

Facultad de Economía y Administración. Facultad de Ciencias de la Educación.
UNComahue, IFD N° 12 Neuquén
pdetzel@gmail.com

Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación:

Taller. Didáctica de la Matemática. Educación continua. Nivel Medio.

Palabras claves: expresiones algebraicas, modelización algebraica, números negativos

RESUMEN

Con el desarrollo del taller se pretende abordar la problemática de la enseñanza de los números negativos en un entorno algebraico. Se realizará un análisis didáctico-matemático de problemas extraídos de la propuesta de Cid & Ruiz Munzón (2011) que plantean la introducción de los números negativos desde dicha perspectiva. La razón de ser de los números negativos se encuentra en las particularidades del cálculo algebraico, es decir aquellas que lo distinguen del cálculo aritmético. Contrariamente a esto, el proceso de enseñanza de los números negativos, en la escuela media, generalmente consiste en introducir los números enteros apelando a la analogía con modelos concretos como deudas-haberes, pérdidas-ganancias, situaciones de temperaturas sobre cero-bajo cero, entre otros. En ese caso las actividades que se proponen pueden ser resueltas usando números positivos; por ello, los números negativos no aparecen como un conocimiento necesario, lo que no favorece la construcción del sentido de estos números (Cid –Bolea, 2010). La propuesta a discutir pone el acento en la introducción simultánea de los números negativos y del álgebra elemental.

DESTINATARIOS: Docentes, formadores de docentes y estudiantes del profesorado de matemática.

FUNDAMENTACIÓN

En este Taller se comparte un tramo de la experiencia sobre la introducción de los números negativos en un entorno algebraico, en la enseñanza media, que se lleva a cabo desde el año 2013. El estudio se basa en la propuesta de Cid, E. & Ruiz Munzón (2011) cuyas actividades de estudio e investigación han sido adaptadas en forma colaborativa, entre docentes e investigadores, y fueron implementadas en un colegio público de la ciudad de Cipolletti, provincia de Río Negro.

La introducción escolar de los números negativos se hace habitualmente en un entorno aritmético y se apoya en modelos concretos basados en la presentación de magnitudes opuestas o relativas. Así, los números negativos expresan la medida de dichas magnitudes y su comportamiento se establece por analogía al funcionamiento de las magnitudes. Sin

embargo, hay estudios que ponen en duda la pertinencia de dicha introducción, ya sea porque dicha analogía puede crear dificultades a una correcta construcción de la estructura algebraica de los números con signo, o ya sea porque estudios epistemológicos muestran que la razón de ser de dichos números está en el trabajo algebraico y que la aritmética no sólo no tiene necesidad de ellos, sino que supuso un obstáculo para su aceptación (Cid y Ruiz Munzón, 2011).

Los problemas que se abordarán en este taller han sido extraído de los trabajos de Cid y Bolea (2007), Cid y Ruiz Munzón,(2011), Cid (2015). Compartimos con los autores los fundamentos epistemológicos y didácticos de sus trabajos realizados en el marco de la TAD (Chevallard) y de la TSD (Brousseau);y la caracterización del “hacer matemático” como un trabajo de modelización matemática (Chevallard, 1997). La propuesta se basa en la introducción de los negativos conjuntamente con el álgebra un contexto de modelización-algebraico-funcional¹, poniendo de manifiesto la ruptura epistemológica que supone el paso de la aritmética al álgebra. Se pretende realizar un análisis destacando algunos aspectos relevantes de la misma, entre ellos: distintos significados de los signos + y -, la diferencia orientada resultado de la comparación de números y las reglas de simbolización algebraica de los programas de cálculo. El cálculo algebraico involucrado surge a partir de evidenciar su economía y su funcionalidad. Además, la construcción de programas de cálculo avanza hacia la operatoria en términos de sumandos y sustraendos, hasta aceptar los nuevos números. El álgebra aparece como medio para obtener información, conservar una memoria de los datos y cálculos, mostrar la estructura del problema.

Los problemas permiten analizar que una parte de los saberes aritméticos anteriormente adquiridos por los alumnos obstaculizan la adquisición de los nuevos saberes algebraicos. En este sentido, una cuestión a señalar es que el quehacer algebraico plantea un cambio radical respecto a los modos de hacer propios de la aritmética: la aparición de fases descontextualizadas en la resolución algebraica de problemas, frente a la permanente contextualización de la resolución aritmética; la realización de operaciones cuyos términos son a su vez operaciones o relaciones, frente a las operaciones entre números propias de la aritmética; la complejidad de la escritura necesaria para simbolizar programas de cálculo, frente a un cálculo que apenas necesita símbolos; la necesidad de reflexión y de toma de decisiones en las técnicas de cálculo algebraicas, frente a unas técnicas aritméticas fuertemente algoritmizadas; la sustitución de muchos razonamientos por el cálculo algebraico; etc.

OBJETIVOS

Este taller se propone como espacio para discutir diferentes aspectos didácticos-matemáticos que se tornan relevantes a la hora de la enseñanza de los números negativos a partir de considerar la modelización algebraica. En particular se considerarán los fundamentos epistemológicos que sustentan dicha propuesta.

Son objetivos específicos:

- Reflexionar sobre la importancia de la presentación conjunta de los números negativos y el trabajo algebraico que conlleva la propuesta en cuestión.
- Analizar, para cada grupo de problemas, las elecciones didácticas que sustentan la propuesta.

¹La modelización algebraica entendida como la producción de expresiones algebraicas y de *cálculo algebraico funcional*. Esta propuesta impulsa la reflexión y la toma de decisiones para poner en evidencia las propiedades del sistema modelizado. Las relaciones que existen entre los diferentes componentes del sistema dan lugar a expresiones algebraicas en las que intervienen letras.

- Analizar los procedimientos puestos en juego en los diferentes problemas a la luz de los nuevos significados de los signos, de las operaciones, del tratamiento algebraico que se movilizan.
- Identificar los conocimientos que se producen a partir de la propuesta.

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

Se propone un conjunto de problemas a partir de los cuales se espera reflexionar con la intención de dar luz sobre los aspectos centrales que caracterizan la propuesta antes mencionada. En ese sentido, se propone el análisis y discusión de tres grupos de problemas:

Primer grupo: Construir y simplificar expresiones algebraicas.

La falta del dato inicial o de uno de los datos intermedios impide llevar a cabo el programa de cálculo aritmético necesario para obtener la solución numérica. La exigencia de “dar una solución” al problema fuerza a la utilización de la letra y permite la aparición de expresiones algebraicas aditivas (la “fórmula” que soluciona el problema) donde la letra asume un papel de parámetro o variable. El trabajo con la simplificación de expresiones algebraicas aditivas permite mostrar la economía que propicie la búsqueda de formas sencillas de hacer los cálculos y destacar el carácter no algorítmico. Además, la simplificación obliga a reinterpretar las operaciones aritméticas de suma y resta como composición de traslaciones que tiene “buenas” propiedades: asociativa, conmutativa, existencia de elementos neutro y opuesto, lo que contribuye a una mayor economía de gestión y justificación del cálculo algebraico.

Segundo grupo: Comparar expresiones algebraicas y encontrar su diferencia

La comparación permite la utilización de paréntesis y la aparición del sentido operativo unario de los signos $+$ y $-$. La falta de alguno de los datos obliga a establecer relaciones de orden o a calcular diferencias entre expresiones algebraicas y esta última exigencia conlleva a concebir un nuevo significado a la resta como diferencia. Es decir, la resolución de estos problemas permite pasar del significado aritmético de la resta como sustracción al significado algebraico de la resta como diferencia. En álgebra frecuentemente no se puede establecer de antemano cuál de los términos es mayor y por eso es fundamental entender las “restas” como “diferencias” porque, en tal caso, una diferencia negativa tiene sentido: nos cuantifica la diferencia entre dos cantidades y nos dice también que el primer término es menor que el segundo.

Tercer grupo: “Sumar” y ordenar números con signo

La resolución de estos problemas corresponde a expresiones en las que los datos desconocidos y su solución son cantidades que pueden interpretarse con un sentido de ganancia o pérdida, o de movimiento unidireccional en un sentido u otro, o como cantidades relativas. El cálculo de la diferencia de expresiones algebraicas permite dar sentido al orden de los números negativos.

Se trata de dar sentido a los sumandos y sustraendos aislados, primero como cantidades positivas y negativas y finalmente como números enteros. En otras palabras, se aceptan los sumandos y sustraendos como nuevos números que amplían los conjuntos numéricos ya conocidos, se reinterpreta la estructura aditiva de sumandos y sustraendos en términos de estructura numérica, se establece la estructura ordinal, se retoma la consideración de los

signos + y – como símbolos operativos binarios entre números con determinación y se introduce la notación completa.

REQUERIMIENTOS: se requerirá de un cañón para facilitar el planteo de actividades de trabajo y las circulaciones de las producciones de los grupos de participantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal, Buenos Aires. Cid, Eva (2015), *Obstáculos Epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza.
- Cid, E. & Ruiz Munzón (2011). Actividades de estudio e investigación para introducir los números negativos en un entorno algebraico. En Bosch, Gascón, Ruiz Olarría, Artaud, Bronner, Chevallard, Cirade, Ladage & Larguier (Eds.) (2011), *Un panorama de la TAD* (pp. 579-604). CRM Documents, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemàtica.
- Cid, E. y Bolea P. (2007). Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en un entorno algebraico. En Bronner, Larguier, Artaud, Bosch, Chevallard, Cirade & Ladage (Eds.), *Diffuser les mathématiques (et les autressavoirs) comme outils de connaissance et d’action*. Ville :Maison d’édition.
- Cid, E. (2002). Los modelos concretos en la enseñanza de los números negativos. Actas de las X Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, vol. 2, 529-542, I.C.E. Universidad de Zaragoza.
- Cid, E. (2000). “Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos.” *Boletín SI-IDM*, 10, 1-15.
- Chevallard - Bosch - Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Detzel-Martinez (2011), “El docente: su proyecto de enseñanza y la producción de sus alumnos”, comunicado en IV Jornadas de Educación Matemática y I Jornadas de Investigación en Educación Matemática, U.N.Litoral, Santa Fe, 11 de agosto.
- Martinez- Detzel (2015), “La modelización algebraica como una vía de entrada para los negativos”, en *Revista Novedades Educativas* N° 292, Febrero 2015, Bs As, Argentina.