

CB 27**FORMACIÓN DE PROFESORES: UNA EXPERIENCIA CON MODELIZACIÓN****Alexis Fernández, Ezequiel Marchant y Rosana Botta Gioda**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. UNLPam.
Uruguay 151. Santa Rosa, La Pampa. Argentina.
rbottagioda@hotmail.com

Palabras Clave: formación, prácticas, resolución de problemas, modelización.**RESUMEN**

El presente trabajo describe y analiza una propuesta para trabajar con modelización matemática analizada por alumnos de Práctica Educativa II del tercer año del Profesorado de Matemática de la UNLPam.

El propósito es estudiar el proceso de modelización matemática seguido de la solución de un problema de la vida cotidiana, pensando en el trabajo docente y su incorporación a las planificaciones en el nivel Secundario.

Es un trabajo de campo enmarcado en un estudio de caso, bajo un enfoque cualitativo.

Los resultados revelan que los esquemas de modelización, encontrados en este estudio, se encuadran en su mayoría en las propuestas actuales de la modelización matemática, al identificar la situación problema e interpretar la solución alcanzada en el marco de un contexto del mundo real.

INTRODUCCIÓN

En la asignatura Práctica Educativa II del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam se considera que la escuela debería aportar las herramientas para que los estudiantes adquieran habilidades para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Creemos que la aplicación de la modelización matemática, en educación secundaria, favorece este propósito en la medida que los estudiantes logren plantear y resolver situaciones problema con criterios de objetividad y en consonancia con su entorno social, cultural.

En consecuencia, se propuso al grupo de estudiantes de la asignatura, la formulación de distintos problemas, con la finalidad de analizar las respuestas y su posible vinculación con la modelización matemática

Atendiendo a lo antes expuesto se formularon las siguientes cuestiones: ¿Cómo representan los futuros profesores los problemas matemáticos relacionados con su entorno real? ¿Qué esquemas de modelización utilizan al resolver problemas del mundo real? ¿Qué respuestas dan a los problemas que se les propone dentro de un contexto de modelización.

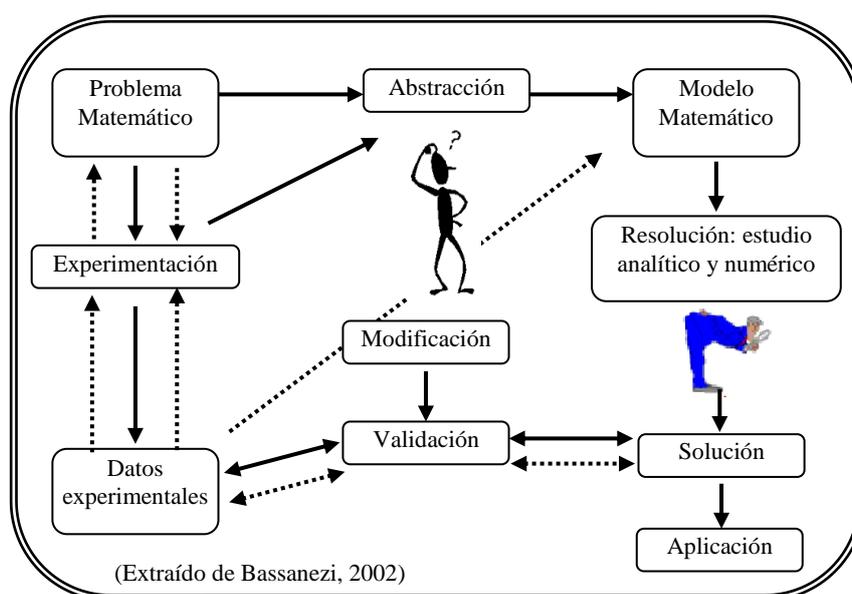
Entre los temas de estudio en la Educación Matemática están las relaciones entre la Matemática y el mundo real.

Se expresa o se piensa que la Matemática y la realidad son dos conjuntos disjuntos y la modelización sirve para hacerlos interactuar.

En distinta bibliografía se ha argumentado sobre la inserción de actividades de modelización en la matemática escolar. En este sentido Barbosa (2001), señala que la modelización puede generar un ambiente de aprendizaje en el cual los alumnos son invitados a problematizar e investigar, por medio de la Matemática, situaciones con referencia en la realidad.

Según Bassanezi (2002) la modelización matemática es el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos, interpretando sus soluciones en el lenguaje del mundo real.

La modelización matemática de una situación o problema real debe seguir una secuencia de etapas como podemos observar en la siguiente figura:



Las actividades intelectuales de la modelización esbozadas en la figura anterior son las siguientes:

- **Experimentación:** obtención de datos experimentales o empíricos que ayudan a la comprensión del problema, en la modificación del modelo y en la decisión de su validez.
- **Abstracción:** proceso de selección de las variables esenciales y formulación en el lenguaje propio del área del problema o de la situación real.
- **Resolución:** el modelo matemático es obtenido cuando se sustituye el lenguaje natural de las hipótesis por un lenguaje matemático. El estudio del modelo depende de su complejidad y puede ser un proceso numérico. Cuando los argumentos conocidos no son suficientes para ofrecer soluciones de los modelos, nuevos métodos pueden desarrollarse, o el modelo debe ser modificado.
- **Validación:** comparación entre la solución obtenida vía resolución del modelo matemático y los datos reales. Es un proceso de aceptación o no del modelo inicial. El grado de aproximación deseado será un factor preponderante en la decisión.
- **Modificación:** cuando el grado de aproximación entre los datos reales y la solución del modelo no sea aceptado, se deben modificar las variables, o la ley de formación, y con eso el propio modelo original es modificado y el proceso se inicia nuevamente.

- Aplicación: una modelización eficiente permite hacer predicciones, tomar decisiones, explicar y entender; participar del mundo real con capacidad de influenciar en sus cambios.

DESARROLLO

Problema Planteado

La consigna que se dio a los alumnos de la asignatura Práctica Educativa II era seleccionar un tema, realizar una búsqueda de datos y definir el problema.

En este trabajo se presenta un ejemplo donde el tema “Tiempo de cocción de una torta modificando cantidades de una receta base”.

¿Cómo variará el tiempo de cocción de distintas tortas realizadas a partir de una receta base si sus ingredientes se modifican proporcionalmente?

Hipótesis de los alumnos

“En el crecimiento proporcional de los ingredientes para el desarrollo de tortas de diferentes medidas, para un mismo horno, horneadas con la misma temperatura y mismo molde, el tiempo de cocción tendrá un comportamiento diferente al de los ingredientes”.

Experimentación

Receta base de la torta:

- 2 vasos de harina leudante.
- 1 vaso de azúcar.
- 1 vaso de aceite.
- Esencia de vainilla, una cucharada de té.
- 1 vaso de leche.
- 3 huevos.

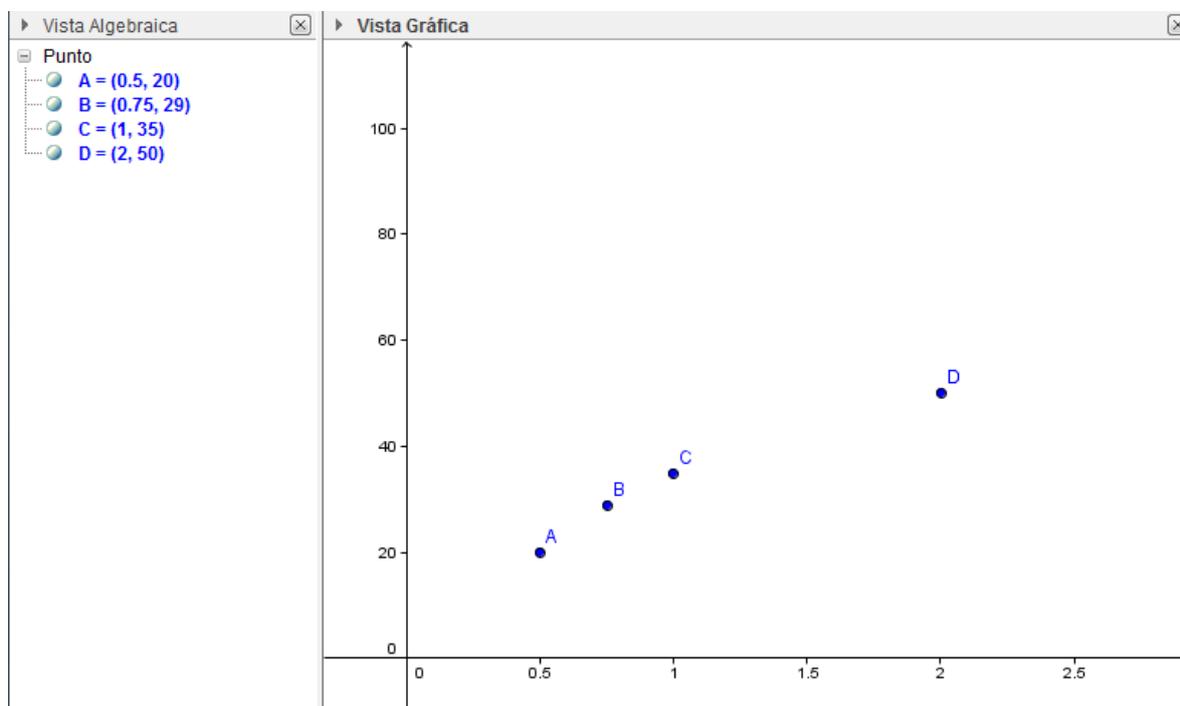
Donde el vaso mide 200 c.c.

Para verificar el comportamiento del tiempo de cocción se realizaron una serie de tortas a partir de una receta “base”, aumentando y disminuyendo proporcionalmente sus ingredientes y se registraron los datos obtenidos sobre el tiempo necesario de cocción de cada una de ellas.

Ingredientes	Tiempo de Cocción
<i>1/2 de ingredientes</i>	20 minutos
<i>3/4 de ingredientes</i>	29 minutos
<i>Ingrdientes base</i>	35 minutos
<i>Doble de ingredientes</i>	50 minutos

De esta tabla surge la coincidencia con la hipótesis planteada, es decir, a medida que los ingredientes crecen o decrecen proporcionalmente, el tiempo de cocción no presenta el mismo comportamiento, sino que, se asemeja a una función de tipo logarítmica.

Utilizando el software GeoGebra y considerando en el eje de las abscisas la variable parte o cantidad de ingredientes del total y en el eje de las ordenadas tiempo de cocción en minutos, se obtuvo el siguiente gráfico:



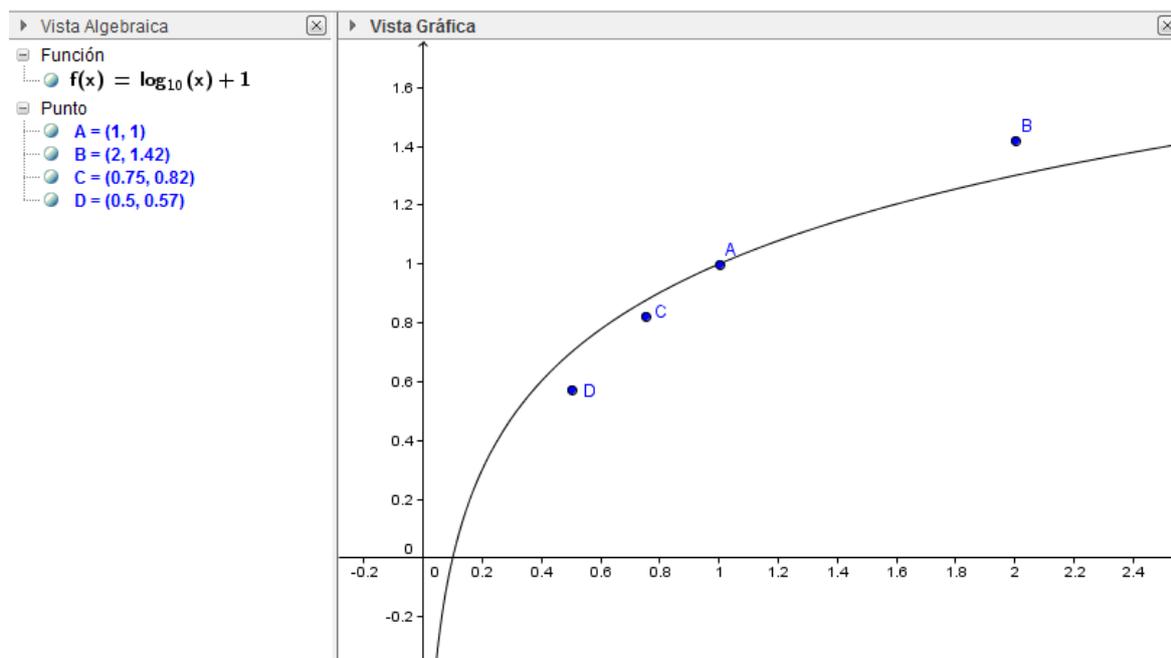
Al observar la gráfica se pensó que la hipótesis quedaba sin efecto, por lo que se analiza nuevamente los datos con más profundidad, hasta que se decidió cambiar la escala del eje de las ordenadas, para simplificar los cálculos y verificar nuevamente, obteniendo los siguientes datos:

Valores en minutos	Valores en escala decimal
20	0,57
29	0,82
35	1
50	1,42

A partir de la modificación se observa claramente que la hipótesis tenía sentido, pero aún no se sabe cuál era la expresión de la función que describe el comportamiento de estos puntos. Se analiza del siguiente modo:

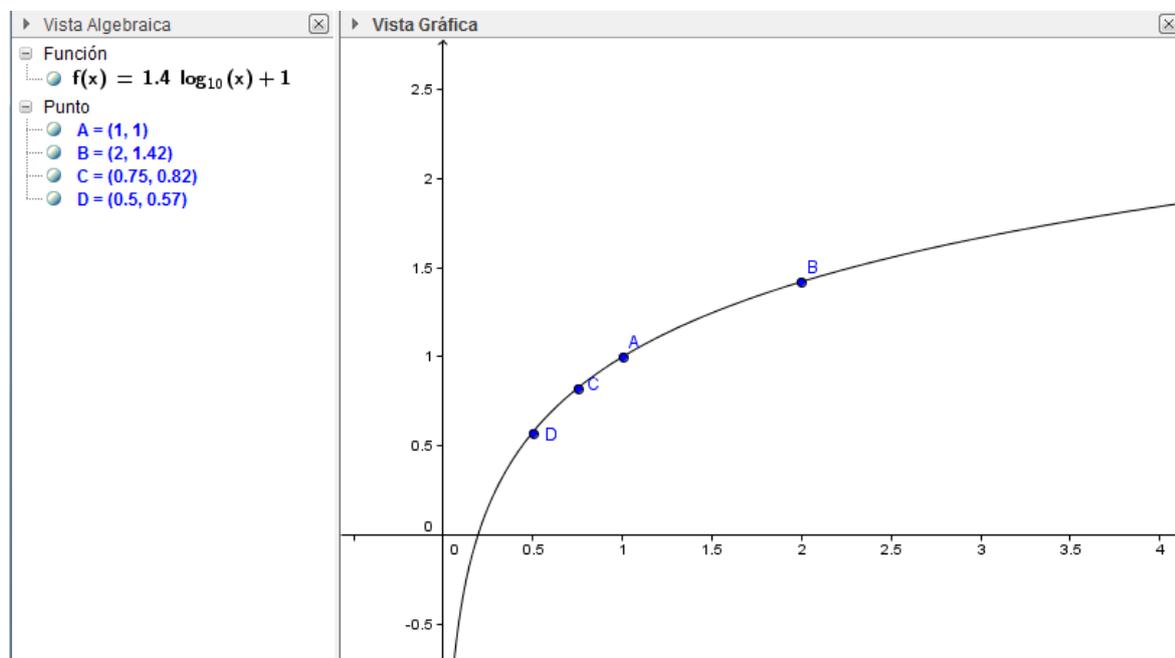
La función del tipo $y = \log(x)$ pasa por el punto (1,0), si se suma una constante de una unidad, puesto que la gráfica cuando $x=1$ se encuentra corrido una unidad hacia arriba, es decir pasa por el punto (1; 1), se obtiene función $y = \log(x) + 1$.

Presentando el siguiente gráfico:



Como se puede observar, la función logarítmica hallada no contiene los puntos recolectados en el experimento. Luego se piensa que dicha función está multiplicada por una constante, que se propone hallar.

Se supone la función $y = a * \log(x) + 1$, y reemplazando los valores de x e y, que se tienen como datos, se obtiene que dicha constante es $\frac{7}{5}$, por esta razón finalmente la función que arroja el tiempo de cocción en función del aumento o disminución de los ingredientes necesarios para la receta es $y = \frac{7}{5} * \log(x) + 1$ cuya gráfica es:



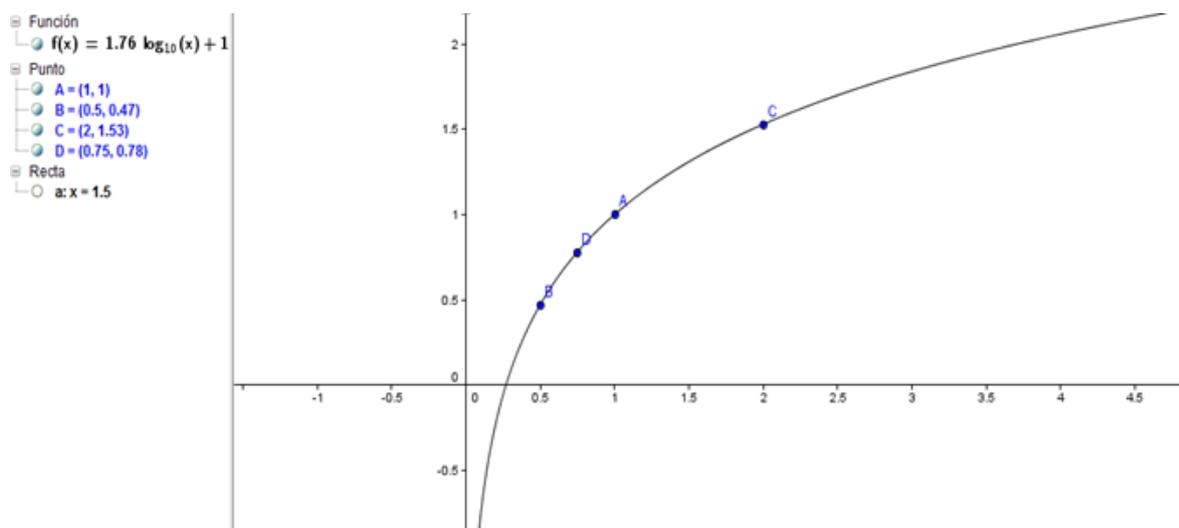
Desde aquí surge una nueva pregunta: ¿Qué significado tiene esa constante? ¿Cuál es la relación con la producción de nuestras tortas?

Una primer respuesta es que la mencionada constante a , en la función, está vinculada estrechamente con la temperatura del horno en el momento de la cocción de las mismas, para

comprobarlo se realiza un nuevo experimento, modificando la temperatura del horno, esta vez a fuego mínimo, es decir a 160° , pero manteniendo las medidas de la prueba anterior. Los resultados son los siguientes:

Ingredientes	Tiempo de Cocción
$\frac{1}{2}$ de ingredientes	40 minutos
$\frac{3}{4}$ de ingredientes	65 minutos
Ingredientes base	85 minutos
Doble de ingredientes	130 minutos

Realizando la gráfica de la misma obtenemos lo siguiente:



Nuevamente realizando el mismo proceso se obtiene la constante 1,757 del siguiente modo:

$$a \cdot \log(2) + 1 = 1,529$$

$$a \cdot \log(2) = 0,529$$

$$a = \frac{0,529}{\log(2)} = 1,757$$

El número 1,529 sabemos que es la imagen de la función en el punto 2, es decir cuando la receta es el doble de la llamada “receta base” es el tiempo de cocción en la nueva escala buscada, esto se obtiene de la siguiente manera:

Considerando que una unidad en el eje y equivale a 85 minutos de cocción luego por regla de tres simple se obtiene el valor de 130 minutos que es el tiempo de cocción cuando tenemos el doble de la receta,

$$1 \rightarrow 85 \text{ min}$$

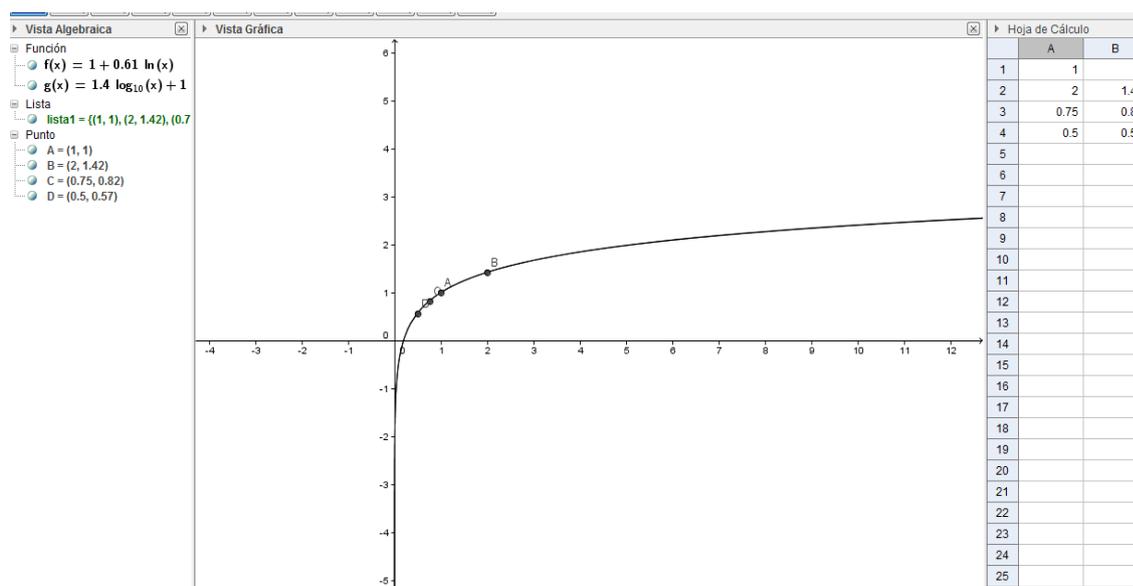
$$x \rightarrow 130 \text{ min}$$

$$\text{Luego } x = \frac{130}{85} = 1,529$$

Se pudo analizar que la asíntota de la función cuando se baja la temperatura del horno se sitúa en un valor mayor del eje Y, por lo que se aleja del eje X. Esto produce que la curva de la función parezca más abierta. Aún se puede ver que el valor de la constante es mayor, es decir mientras que la temperatura disminuye el valor de la constante aumenta.

Por otro lado es importante resaltar que el dominio de la función se restringe, por ser un problema aplicado a la realidad ya que no tiene sentido por ejemplo hablar de un tiempo de cocción negativo o bien una porción infinita de torta.

Al trabajar con GeoGebra, se puede validar la función encontrada con la que nos provee el software, de esta manera se obtiene la siguiente gráfica, que parte de los puntos encontrados en la experimentación, utilizando el comando ajuste de logaritmo pudiendo observarse en la vista gráfica la expresión de la función que aproxima los puntos:



Aquí el rol docente es de gran importancia, para que los alumnos se sigan preguntando y validando sus conclusiones, ya que por ejemplo en este caso no se consideró la posibilidad de otros ajustes.

COMENTARIOS FINALES

Para que un cambio en la enseñanza de la Matemática ocurra, es necesario crear los espacios donde los futuros profesores tengan la oportunidad de familiarizarse desde su formación y construir un conocimiento profesional que le permita tomar una perspectiva de renovación.

La asignatura Práctica Educativa II del Profesorado en Matemática tiene entre sus objetivos que los alumnos adquieran competencias para diseñar unidades didácticas sobre los distintos contenidos curriculares de Matemática. Para ello es necesario que conozcan distintas o nuevas perspectivas de la Educación Matemática.

En esta experiencia se plantea trabajar con la modelización matemática con un doble objetivo que los futuros profesores vivencien el trabajo con este tipo de situaciones para su posterior planificación y transferencia al ciclo básico u orientado de la educación secundaria.

Si bien la modelización juega un papel muy importante en la mayoría de las aulas de algunos países, existe todavía una distancia sustancial entre los ideales del debate educativo y los planes de estudios innovadores, por una parte y por otro lado, la práctica de enseñanza diaria.

La condición necesaria para que el profesor implemente situaciones de modelización en la enseñanza es tener audacia, gran deseo de modificar su práctica y tener disposición a conocer y aprender.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbosa, J. C. (2005). *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. Reunião anual da anped, 24, Caxambu. Anais. Río Janeiro:ANPED.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática-uma nova estratégia*. São Paulo: Editora Contexto.
- Etcheverry N., Reid, M. & Botta Gioda R. (2009). *Hacia las prácticas educativas en Matemática*. Libros de texto para estudiantes universitarios. UNLPam.
- *Materiales Curriculares Matemática Educación Secundaria -Ciclo Orientado-* 2013. Ministerio de Cultura y Educación. Gobierno de la provincia de La Pampa.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal.